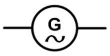
TD Electricité générale :

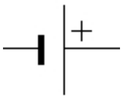
Rappels :

Conventions :

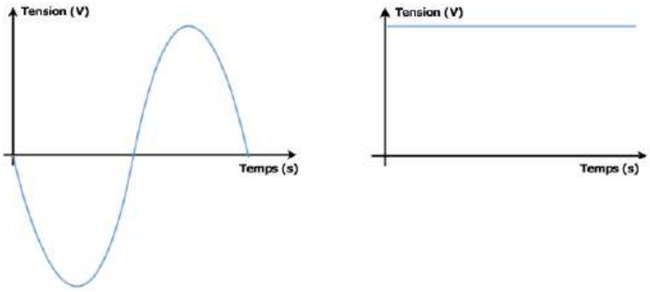
Masse : Par convention, son potentiel est nul $\left(V_{masse} = 0V\right)$



Source alternative



Source continue



Tension alternative   Tension continue

Période d'une source électrique sinusoïdale :

$$T = \frac{1}{f}$$

Exemple : $T_{EDF} = 50Hz \Rightarrow T = 20ms$

Vitesse angulaire de l'alternateur : $\underbrace{\omega}_{rad.s^{-1}} = 2\pi f$

Tension efficace : $V_{efficace} = \frac{V_{\max}}{\sqrt{2}}$

Exemple : $V_{\max EDF} = V_{efficace} \times \sqrt{2} = 230 \times \sqrt{2} \simeq 325V$

Récepteurs : Consomment de l'énergie :
- Elements passifs (pas besoin d'alimentation pour avoir un effet) (Résistance, bobine, condensateur)
- Elements actifs (moteur…)

Loi d'Ohm :

$$\underbrace{U}_{\substack{différence \\ de \\ potentiel \\ Volt}} = R \times \underbrace{I}_{\substack{Intensite \\ Electrique \\ Ampère}}$$

Loi d'Ohm généralisé :

Montage en série :

Maille : circuit fermé
Loi des mailles : Sommes algébriques des tensions dans une maille est égale à zéro.

Théorème des diviseurs de tension :

Montage en parallèle :

Noeud : Un point où arrive au moins 3 branches. La tension est la même dans chaque branche.

Loi des noeuds :

Exercice 1 :

Question 1 :

$$I_1 + I_2 + I_4 = I_5$$

Question 2 :

$$V_4 + V_5 - V_6 = 0$$

Question 3 :

$$V_5 = -Z_5 \times I_3$$

(- compte tenu du sens d'orientation de I_5 et V_5)

Exercice 2 :

$$R_{eq} = \underbrace{R_{1-2}}_{\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)^{-1}} + R_3 + R_{\underbrace{4-\underbrace{5-6}_{R_5+R_6}}_{\left(\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_{56}}\right)^{-1}}} = 2{,}15 + 1 + 0{,}5 = 3{,}65 k\Omega$$

Calculons les tensions aux bornes de chaque résistance (en appliquant le théorème du diviseur de tension) :

$$\begin{aligned} U_{1,2} &= U_{total} \times \frac{R_{1,2}}{\mathrm{R}eq} \\ &= 8 \times \frac{2{,}15}{3{,}65} \\ &= 4{,}7V \end{aligned}$$

On obtient $U_1 = U_2 = U_{1,2} = 4{,}7V$ parce que R_1 est en parallèle avec R_2.

$$\begin{aligned} U_3 &= U_{total} \times \frac{R_3}{\mathrm{R}eq} \\ &= 8 \times \frac{1}{3{,}65} \\ &= 2{,}2V \end{aligned}$$

$$U_{4,5,6} = R_{4,5,6} \times \frac{U_{total}}{Req}$$

$$= 0,5 \times \frac{8}{3,65} = 1,1V$$

$U_{1,2} + U_3 + U_{4,5,6} = 4,7 + 2,2 + 1,1 = 8V$ (loi des mailles)

$$U_4 = U_{4,5,6} = 1,1V$$

$$U_{5,6} = U_{4,5,6} = 1,1V$$

On obtient :

$$U_5 = R_5 \times \frac{U_{56}}{R_{56}} = 1,1 \times \frac{0,68}{1,07}$$

$$= 0,7V$$

$$U_6 = R_6 \times \frac{U_{56}}{R_{56}} = 1,1 \times \frac{0,39}{1,07}$$

$$= 0,4V$$

$$U_5 + U_6 = 0,7 + 0,4 = 1,1V$$

Exercice 3 :

Question 1 :

$$V_a = V_0 \times \frac{R_a}{R_a + R_b}$$

$$V_b = R_b \times \frac{V_0}{R_a + R_b}$$

Question 2 :

- $R_{3,4,5} = \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \right)^{-1}$

$$= \left(\frac{3}{2,4} \right)^{-1} = 0,8k\Omega$$

- $R_{6,7} = \left(\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_7} \right)^{-1}$

$$= \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2} \right)^{-1} = 1,2k\Omega$$

Question 3 :

$$Vp = \frac{R_{6,7}}{R_{6,7} + R_{3,4,5}} V_1$$

$$= \frac{1,2}{1,2 + 0,8} \times 10 = 6V$$

Exercice 5 :

Question 1 :

La loi des mailles est que la somme algébrique dans une maille est égal à 0.

$$\underbrace{U_1}_{R_1(I_1+I_3)} - \underbrace{U_2}_{R_2(I_2-I_3)} + \underbrace{U_3}_{R_3\times I_2} = 0$$

Donc $0 = R_1(I_1+I_3) - R_2(I_2-I_3) + R_3 I_3$

Question 2 :

$$\begin{aligned}
&0 = R_1(I_1+I_3) - R_2(I_2-I_3) + R_3 I_3 \\
&I_3(R_1+R_2+R_3) = R_2 I_2 - R_1 I_1 \\
&I_3 = \frac{R_2 I_2 - R_1 I_1}{R_1+R_2+R_3} \\
&I_3 = \frac{(1\times10^3\times12\times10^{-3})-(1\times10^3\times1\times10^{-3})}{1\times10^3+1\times10^3+2\times10^3} \\
&I_3 = \frac{12-4}{4\times10^3} = 2\times10^{-3} mA = 2mA
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&I_{R1} = I_1 + I_3 = 4+2 = 6mA \\
&I_{R2} = I_2 - I_3 = 12-2 = 10mA \\
&I_{R3} = I_3 = 2mA
\end{aligned}$$

Question 3 :

$$\begin{aligned}
U_{R1} &= R_1(I_1+I_3) \\
&= 10^3\times6\times10^{-3} \\
&= 6V
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
U_{R2} &= R_2(I_2-I_3) \\
&= 10^3\times10^{-2} \\
&= 10V
\end{aligned}$$

Exercice 7 :

Equation générale d'un signal sinusoidal (valeur instantanée du signal) :

$$u(t) = U_{\max}\sin\left(\underbrace{2\pi f}_{\omega} t + \varphi\right)$$

ω : Pulsation du signal (rad/s)

$\omega = 2\pi f$

φ = Phase à l'origine

Question 1 :

Période : $T_A = T_B = 0,4ms$

Fréquence : $f_A = f_B = \frac{1}{T_A} = \frac{1}{0,4 \times 10^{-3}} = 2,5kHz$

Pulsation : $\omega_A = \omega_B = 2\pi f_a = 2\pi \times 2500 = 5000\pi \ rad/s$

Amplitude : $\begin{matrix} V_{A\max} = 12V \\ V_{B\max} = 4V \end{matrix}$

Ecriture complexe :

$Va(t) = 12e^{j5000\pi t}$

$Vb(t) = 4e^{j(5000\pi t - \pi/4)}$

$V_a(t)$ est en avance par rapport à $V_B(t)$

$V_B(t)$ est en retard par rapport à $V_a(t)$

Car $\varphi_B < 0$

Exercice 6 :

On a :

$Z_R = R$

$Z_C = \frac{1}{jc\omega}(impédance\ du\ condensateur)$

$Z_L = jL\omega(impédance\ d'une\ bobine)$

$Z_{LC}(impédiance\ equivalente\ de\ L//C)$

Question 1 :

$Vs(t) = Z_{LC} \times \frac{Ve(t)}{Z_R + Z_{LC}}$ avec

$$Z_{LC} = \left(\frac{1}{Z_L} + \frac{1}{Z_C}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{jL\omega} + \frac{1}{\frac{1}{jc\omega}}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{jL\omega} + jc\omega\right)^{-1} = \left(\frac{1 + jC\omega \times jL\omega}{jL\omega}\right)^{-1} = \left(\frac{1 - Lc\omega^2}{jL\omega}\right)^{-1} = \frac{jL\omega}{1 - Lc\omega^2}$$

On obtient :

$$Vs(t) = Ve(t) \times \frac{Z_{LC}}{Z_R + Z_{LC}} = Ve(t) \times \frac{1}{1 + \frac{Z_R}{Z_{LC}}} = Ve(t)\frac{1}{1 + \frac{R}{\frac{jL\omega}{1 - Lc\omega}}} = Ve(t)\frac{1}{\frac{jL\omega + R(1 - Lc\omega^2)}{jL\omega}} = Ve(t)\frac{jL\omega}{R(1 - L\omega^2) + jL\omega}$$

Appliquons la loi d'Ohm :

$$Vs(t) = Z_L \times iL \Rightarrow iL = \frac{Vs(t)}{Z_L} = \frac{Ve(t)\frac{jL\omega}{R(1 - L\omega^2) + jL\omega}}{jL\omega} = \frac{Ve(t)}{R(1 - Lc\omega^2 + jL\omega)}$$

Question 2 :

$$Vs(t) = Z_{LC} \times ir \Leftrightarrow ir = \frac{Vs(t)}{Z_{LC}} = \frac{Ve(t)\dfrac{jL\omega}{R(1-Lc\omega^2)+jL\omega}}{\dfrac{jL\omega}{1-Lc\omega^2}} = \frac{Ve(t)\times(1-Lc\omega^2)}{R(1-Lc\omega^2)+jL\omega}$$

Question 3 :

$$I_1 = R_2 \times \frac{I}{R_1+R_2}$$

$$I_2 = R_1 \times \frac{I}{R_1+R_2}$$

$$I_L = Z_C \times \frac{ir}{Z_L+Z_C} = \frac{1}{jc\omega} \times \frac{\dfrac{Ve\times(1-Lc\omega^2)}{R(1-Lc\omega^2)+jL\omega}}{jL\omega+\dfrac{1}{jc\omega}} = \frac{1}{jc\omega} \times \frac{\dfrac{Ve\times(1-Lc\omega^2)}{R(1-Lc\omega^2)+jL\omega}}{\dfrac{(jL\omega)(jC\omega)+1}{Jc\omega}} = \frac{\dfrac{Ve(1-Lc\omega^2)}{R(1-Lc\omega^2)+jL\omega}}{1-Lc\omega^2} = \frac{Ve(t)}{R(1-Lc\omega^2)+jL\omega}$$

Exercice 8 :

Question 1 :

$$Z_1 = Z_{R1} + Z_C = R_1 + \frac{1}{jc_1\omega} = R_1 - j\frac{1}{c_1\omega} = R_1 + j\left(-\frac{1}{c_1\omega}\right)$$

$$|Z1| = \sqrt{R1^2 + \left(\frac{1}{c\omega}\right)^2} = \sqrt{(10^3)^2 + \frac{1}{(0{,}1\times10^{-6}\times2\pi\times5\times10^3)^2}} = \sqrt{10^6 + \frac{10^6}{\pi}} = 1050\Omega$$

$$\arg Z_1 = Arg\left(R1 - \frac{1}{C\omega}\right) = \tan^{-1}\frac{-1}{Rc\omega} = \tan^{-1}\frac{1}{10^3\times0{,}1\times10^{-6}\times2\pi\times5\times10^3} = -\tan^{-1}\frac{1}{\pi}$$

Question 2 :

$$|Z_2| = \left|\frac{R_2}{1+jR_2C_2\omega}\right| = \frac{|R_2|}{|1+jR_2C_2\omega|} = \frac{R_2}{\sqrt{1+(R_2C_2\omega)^2}}$$

$$Arg(Z_2) = Arg\frac{R_2}{1+jR_2C_2\omega} = Arg(R_2) - Arg(1+jR_2C_2\omega) = \tan^{-1}\frac{0}{R_2} - \tan^{-1}\frac{R_2C_2\omega}{1} = \tan^{-1}R_2C_2\omega$$

Question 3 :

$Z_{eq} = Z_1 + Z_2$

Donc $Z_{eq} = \left(R_1 + \dfrac{1}{jc_1\omega} \right) + \dfrac{R_2}{1 + jR_2C_2\omega}$

$$= \frac{R_1 jc_1\omega + 1}{jc_1\omega} + \frac{R_2}{1 + jR_2C_2\omega}$$

$$= \frac{(1 + jR_2C_2\omega)(R_1 jC_1\omega + 1) + R_2 jC_1\omega}{(jc_1\omega)(1 + jR_2C_2\omega)}$$

$$= \frac{jR_1C_1\omega + j^2 R_1R_2C_1C_2\omega^2 + 1 + jR_2C_2\omega + jR_2C_1\omega}{jC_1\omega + j^2 C_1C_2R_2\omega^2}$$

$$= \frac{-R_1R_2C_1C_2\omega^2 + 1 + j\omega(R_1C_1 + R_2C_2 + R_2C_1)}{-C_1C_2R_2\omega^2 + jC_1\omega}$$

$$|Z_{eq}| = \frac{\left|-R_1R_2C_1C_2\omega^2 + 1 + j\omega(R_1C_1 + R_2C_2 + R_2C_1)\right|}{\left|-C_1C_2R_2\omega^2 + jC_1\omega\right|}$$

$$= \frac{\sqrt{(1 - R_1R_2C_1C_2\omega^2)^2 + (\omega(R_1C_1 + R_2C_2 + R_2C_1))^2}}{\sqrt{(-C_1C_2R_2\omega^2)^2 + (C_1\omega)^2}}$$

Question 4 :

$Ve(t) = Z_{eq} \times i(t)$

$|Ve(t)| = |Z_{eq}| \times |i(t)|$

$|i(t)| = \dfrac{|Ve(t)|}{|Z_{eq}|} = \dfrac{10}{|Z_{eq}|}$

Question 5 :

Vs est la tension aux bornes de C_2

Vs est la tension aux bornes de R_2

Vs est la tension aux bornes de $Z_2 = R_2 // C_2$

Donc :

$Vs = Z_2 \times \dfrac{Ve}{Z_1 + Z_2} = Z_2 \times \dfrac{Ve}{Z_{eq}}$

Exercice 4 :

Question 1 :

D'après le théorème de superposition, le montage sera equivalent à 2 montages distincts :

Montage 1 : On remplace $V1$ par un fil

On pose I_{11}, l'intensité entre V_1 et R_1.

On pose I_{21}, l'intensité entre R_1 et R_2.

On pose I_{31}, l'intensité entre R_1 et R_3.

$$I_{11} = \frac{V_1}{R_1 + (R_2 // R_3)} = \frac{V_1}{R_1 + \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}} = \frac{1}{100 + \frac{1}{\frac{1}{56} + \frac{1}{27}}} = 8{,}5mA$$

$$I_{21} = R_3 \times \frac{I_{11}}{R_2 + R_3} = 27 \times \frac{8{,}5}{56 + 27} = 2{,}8mA$$

$$I_{31} = R_2 \times \frac{I_{11}}{R_2 + R_3} = 56 \frac{8{,}5}{56 + 27} = 5{,}7mA$$

Montage 2 : On remplace $V2$ par un fil

On pose I_{12}, l'intensité entre R_2 et R_1.

On pose I_{22}, l'intensité entre V_5 et R_2.

On pose I_{32}, l'intensité entre R_2 et R_3.

$$I_{22} = \frac{V_5}{R_2 + (R_1 // R_3)} = \frac{V_5}{R_1 + \frac{1}{\frac{1}{R_\#} + \frac{1}{R_3}}} = \frac{1}{56 + \frac{1}{\frac{1}{100} + \frac{1}{27}}} = 19{,}4mA$$

$$I_{12} = R_3 \times \frac{I_{22}}{R_1 + R_3} = 27 \times \frac{19{,}4}{100 + 27} = 4{,}12mA$$

$$I_{32} = R_1 \times \frac{I_{22}}{R_1 + R_3} = 100 \frac{19{,}4}{100 + 27} = 15{,}3mA$$

Conclusion :

Donc $I_2 = I_{22} - I_{21} = 16{,}6mA$

$I_3 = I_{31} + I_{32} = 21mA$

$I_1 = I_{11} - I_{12} = 4{,}38mA$

Vérification de la loi des noeuds :

$I_1 + I_2 = I_3$

$4{,}38 + 16{,}6 = 21mA$

Exercice 9 :

Question 1 :

Appliquer le théorème du diviseur de tension (montage en série) :

$$V_1 = Z_c \frac{V_0}{Z_R + Z_C + Z_R} = Z_C \frac{V_0}{2Z_R + Z_C} \text{(fonction de transfert)}$$

$$\frac{V_1}{V_0} = \frac{\frac{1}{jC\omega}}{2R + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{\frac{1}{jC\omega}}{\frac{2RjC\omega + 1}{jC\omega}} = \frac{1}{1 + j2RC\omega}$$

Si $\omega \to 0$ $\qquad \frac{V_1}{V_0} = 1$

Si $\omega \to \infty$ $\qquad \frac{V_1}{V_0} = 0$

Question 2 :

On détermine l'impédance de Thévenin :

$$Z_{th} = 2R / / Z_c$$

$$= \frac{2R\frac{1}{jC\omega}}{2R + \frac{1}{jC\omega}}$$

$$= \frac{\frac{2R}{jC\omega}}{\frac{j^2RC\omega + 1}{jC\omega}}$$

$$= \frac{2R}{1 + j2RC\omega}$$

Déterminons E_{th} :

E_{th} est la tension du générateur de Thévenin aux bornes A et B.

$$E_{th} = V_1 = \frac{V_0 Z_C}{2Z_R + Z_C}$$