Dynamique

É

Interdasting

EFREI

PL1_ME

Contrôle écrit de Mécanique-Energie.

Durée : 01heure

NB : les documents et la calculatrice sont interdits.

I) Questions de cours.

1) Définir le point matériel utilisé en mécanique? Quelle est son utilité ?
2) Pourquoi en cinématique, on ne s'intéresse pas à la masse du mobile ?
3) Connaissant le vecteur position, comment obtient-on les vecteurs vitesse et accélération ? (Utiliser pour cela un repère à deux dimension (o, x, y)).
4) Connaissant le vecteur vitesse, comment obtient-on le vecteur accélération et le vecteur position ? (Utiliser pour cela un repère à deux dimension (o, x, y)).
5) Connaissant le vecteur accélération, comment obtient-on le vecteur vitesse et le vecteur position ? (Utiliser pour cela un repère à deux dimension (o, x, y)).
6) Citer les trois lois de Newton. Laquelle traite du principe d'inertie ?
7) Que représente la variation par unité du temps de la vitesse ? Donner un exemple.
8) L'addition de deux vecteurs, la multiplication d'un vecteur par un nombre réel et le produit scalaire : laquelle de ces opérations donne un nombre réel ?
9) Pourquoi, dans un problème mécanique, on ne s'intéresse qu'aux forces extérieures ?

II) Exercice1.

Un mobile M se déplace dans un milieu rapporté à un repère orthonormé (o, x, y, z).
Son vecteur position est donné par **OP** $(5, 2t, t^2-4t)$.

a) Donner l'expression paramétrée de sa trajectoire.
b) En déduire l'expression cartésienne de celle-ci ? Pouvez-vous, donner la forme de sa trajectoire ?
c) Donner l'expression de son vecteur vitesse.
d) En déduire l'expression de son vecteur accélération et la nature de son mouvement ?
e) Pourquoi, dans ce cas, on ne donne pas les conditions initiales ?

II) Exercice2.

Un mobile M se déplace dans un milieu rapporté à un repère orthonormé (o, x, y, z).

Son accélération est donné par **a** (0, 0, -10) ; a t = 0, on a : **V**(t=0) (0, 5,5) et **OP**(t=0) (0, 0,0).

a) Donner l'expression de sa vitesse en fonction du temps ?
b) En déduire l'expression de son vecteur position ?
c) Donner l'expression paramétrée de sa trajectoire.
d) En déduire l'expression cartésienne de celle-ci ? Pouvez-vous, donner la forme de sa trajectoire ?

CONTRÔLE ECRIT DE MECANIQUE - ENERGIE

1) Questions de cours

1) un point materiel est un point (M) ou (P) géométrique auquel est attaché une masse.
Il modélise un objet dont les dimensions sont considérées comme nulles model le plus simple qui existe.

2) La cinématique est une pure étude du mvt, les forces et les masses n'intervienment pas.

3) Connaissant la position on dérive 1 fois pour obtenir la vitesse puis une deuxième fois pour obtenir accélération.

Position $\vec{OM}\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}$ Vitesse $\vec{V} = \begin{pmatrix} V_x \\ V_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{y}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x'(t) \\ y'(t) \end{pmatrix}$

Accélération $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \ddot{x}(t) \\ \ddot{y}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x''(t) \\ y''(t) \end{pmatrix}$

4) Connaissant le vecteur vitesse on dérive pour obtenir l'accelération, on intègre pour obtenir l'accelération, on intègre pour obtenir la position.

Vitesse $\vec{V} = \begin{pmatrix} V_x(t) \\ V_y(t) \end{pmatrix}$ Accelération $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{V}_x(t) \\ \dot{V}_y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V'_x(t) \\ V'_y(t) \end{pmatrix}$

Position $\vec{OM} = \begin{pmatrix} x(t) = \int V_x(t)\,dt + Cte \\ y(t) = \underbrace{\int V_y(t)\,dt}_{\text{primitive de } V_y \text{ de } t} + Cte \end{pmatrix}$

5) Connaissant l'accélération on intègre une fois pour obtenir la vitesse ; puis on intègre une deuxième fois pour obtenir la posit°.

Accelération $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_x(t) \\ a_y(t) \end{pmatrix}$ Vitesse $\vec{V} = \begin{pmatrix} V_x(t) \\ V_y(t) \end{pmatrix} = \begin{matrix} \int a_x(t)\,dt + Cte \\ \int a_y(t)\,dt + Cte \end{matrix}$

Position $\vec{OM} = \begin{pmatrix} x(t) = \int V_x\,dt + Cte \\ y(t) = \int V_y\,dt + Cte \end{pmatrix}$

6) Lois de Newton

Un système isolé (= soumis à aucune force) ou pseudo isolé (= soumis à des forces dont la somme est nulle) dans un référentiel galiléen, possède un mvt rectiligne uniforme. C'est le 1er principe de Newton, principe d'inertie.

2ème principe (ou principe fondamental de la Dynamique)
Ds un référentiel galiléen, la somme des forces ext appliquées à un système est égal à sa masse multipliée par l'accélération.
$m\vec{a} = \Sigma \vec{F_{ext}}$

3ème principe (act° et reaction)
Si A et B sont 2 systèmes en interaction, alors la force exercée par B sur A est opposée de la force exercée par A sur B
$\vec{F}_{B \to A} = -\vec{F}_{A \to B}$

7) La variat° de la vitesse au cours du tps est mesurée par sa dérivée, c'est de l'accelération. ex : si la vitesse est cte sa dérivé est nulle de l'accélération est nulle.

8) Le produit scalaire de 2 vecteurs donne un nbr reel ex $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} = 2\times1 + 4\times3 = 14$

g) On ne prend que les forces exterieurs, car forces intérieurs se compensent (3ème principe de Newton)

II Exercice 1.

Position $\vec{OP} = (5; 2t; t^2-4t)$

a) $\vec{OP}$ (1) $x: 5$ (2) $y: 2t$ (3) $z: t^2-4t$) (Le paramètre est t
équation paramétrique de la trajectoire

b) Equation cartesienne
On doit eliminer t

(2) $t = \frac{y}{2}$ (3) $z = \left(\frac{y}{2}\right)^2 - 4\frac{y}{2}$

$z = \frac{1}{4}y^2 - 2y$ (4)

et $x = 5$ (4)

(4) est de la forme $z = ay^2 + by + c$ c'est l'equation de la parabole
Conclusion la trajectoire est la parabole $z = \frac{1}{4}y^2 - 2y$ ds le plan $x = 5$.

c) Vecteur vitesse

$\vec{v} =$ $v_x = x'(t) = 0$
$v_y = y'(t) = b = 2$
$v_z = z'(t) = 2t - 4$

d) Vecteur acceleration mvt plan à accelerat° cte

$\vec{a}$. $a_x = v_x'(t) = 0$
$a_y = v_y'(t) = 0$
$a_z = v_z'(t) = 2$

e) La position initiale

$\begin{cases} x(t) = 5 \\ y(t) = 2t \\ z(t) = t^2 - 4t \end{cases}$ on obtient pr $t=0$ $\begin{cases} x(0) = 5 \\ y(0) = 0 \\ z(0) = 0 \end{cases}$

La vitesse initiale se deduit avec

$\vec{v}$ $v_x = 0$
$v_y = 2$
$v_z = 2t - 4$ on obtient $\vec{v} = \begin{matrix} v_x(0) & 0 \\ v_y(0) & 2 \\ v_z(0) & -4 \end{matrix}$

Exercice 2

vecteur acceleration

$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_x = 0 \\ a_y = 0 \\ a_z = -10 \end{pmatrix} = \vec{Cte}$

a) vecteur vitesse

$\vec{v} \begin{pmatrix} v_x = Cte = V_{0x} = 0 \\ v_y = Cte = V_{0y} = 5 \\ v_z = -10t + Cte = -10t + V_{0z} = -10t + 5 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} v_x = 0 \text{ à } t = 0 \\ v_y = 5 \text{ à } t = 0 \\ v_z = 5 \text{ à } t = 0 \end{pmatrix}$

b) Vecteur position

$\vec{OP}$ $x(t) = Cte = x_0 = 0$
$y(t) = 5t + Cte = 5t + y_0 = 5t$
$z(t) = -10\frac{t^2}{2} + 5t + z_0$

$\vec{OP} \begin{cases} x(t) = 0 \\ y(t) = 5t \\ z(t) = -5t^2 - 5t \end{cases}$

d) Equation Cartesienne

(2) $t = \frac{y}{5}$

dans (3) $z = -5\left(\frac{y}{5}\right)^2 + 5\left(\frac{y}{5}\right)$

$z = -\frac{1}{5}y^2 + y$

c'est l'E d'une parabole.

c) equation paramètrée de la transact°