Léo
Lellouche
L1 Groupe A

Devoir maison Maxima n°2 :

Exercice 1 :

On considère l'espace vectoriel $E=\mathbb{R}^6$ et sa base $B=(\varepsilon_1,\varepsilon_2,\varepsilon_3,\varepsilon_4,\varepsilon_5,\varepsilon_6)$

Déterminer à l'aide de Maxima si la famille de vecteur suivante (noté v) est une base de E :

$$v=\begin{cases} v_1=\varepsilon_1+\varepsilon_2+\varepsilon_3+\varepsilon_4+\varepsilon_5+\varepsilon_6 \\ v_2=\varepsilon_1+2\varepsilon_2+3\varepsilon_3+4\varepsilon_4+5\varepsilon_5+6\varepsilon_6 \\ v_3=\varepsilon_1+3\varepsilon_2+4\varepsilon_3+5\varepsilon_4+6\varepsilon_5+7\varepsilon_6 \\ v_4=\varepsilon_1+4\varepsilon_2+5\varepsilon_3+6\varepsilon_4+7\varepsilon_5+8\varepsilon_6 \\ v_5=\varepsilon_1+5\varepsilon_2+6\varepsilon_3+7\varepsilon_4+8\varepsilon_5+9\varepsilon_6 \\ v_6=\varepsilon_1+6\varepsilon_2+7\varepsilon_3+8\varepsilon_4+9\varepsilon_5+10\varepsilon_6 \end{cases}$$

On sait que si E est de dimension n et que v possède exactement n vecteurs, alors on peux dire :

v *est une base de* $E \Leftrightarrow v$ *est libre*

E est de dimension 6, et v possède 6 vecteurs.

Il suffit donc de prouver que v n'est pas libre pour prouver que v n'est pas une base de E.

Pour prouver que v n'est pas libre, il suffit de prouver que notre système n'a pas de solution unique, c'est à dire que :

$$\det\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 1 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 1 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \end{pmatrix}=0$$

On tape donc sur Maxima :

```
(%i1) a:matrix([1,1,1,1,1,1],[1,2,3,4,5,6],[1,3,4,5,6,7],[1,4,5,6,7,8],[1,5,6,7,8,9],[1,6,7,8,9,10]);
                                 [ 1  1  1  1  1  1  ]
                                 [                   ]
                                 [ 1  2  3  4  5  6  ]
                                 [                   ]
                                 [ 1  3  4  5  6  7  ]
(%o1)                            [                   ]
                                 [ 1  4  5  6  7  8  ]
                                 [                   ]
                                 [ 1  5  6  7  8  9  ]
                                 [                   ]
                                 [ 1  6  7  8  9  10 ]
(%i2) determinant(a);
(%o2)                                    0
```

Le déterminant étant nul, on a donc montré que v n'est pas libre, donc cette famille de vecteur n'est pas une base de E.

Prouver ceci sans Maxima :

$$v=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 1 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 1 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 0 & 3 & 4 & 5 & 7 & 8 \\ 0 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 0 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}\begin{array}{l} \\ L_2-L_1 \\ L_3-L_1 \\ L_4-L_1 \\ L_5-L_1 \\ L_6-L_1 \end{array}$$

$$\sim\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 0 & 3 & 4 & 5 & 7 & 8 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ L_5-L_4 \\ L_6-L_5 \end{array}$$

On a trouvé 2 lignes identiques, donc le determinant est forcément nul, et ce, même en ayant interverti certaines lignes.
La famille n'est donc pas libre.

Donc, donc cette famille ne forme pas une base de E.

Exercice 2 :

On considère l'espace vectoriel $E=\mathbb{R}^6$ et sa base $B=(\varepsilon_1,\varepsilon_2,\varepsilon_3,\varepsilon_4,\varepsilon_5,\varepsilon_6)$

Déterminer à l'aide de Maxima si la famille de vecteur suivante (noté w) est une base de E :

$$w=\begin{cases} w_1=\varepsilon_1+\varepsilon_2+\varepsilon_3+\varepsilon_4+\varepsilon_5+\varepsilon_6 \\ w_2=\varepsilon_1+2\varepsilon_2+4\varepsilon_3+8\varepsilon_4+16\varepsilon_5+32\varepsilon_6 \\ w_3=\varepsilon_1+3\varepsilon_2+6\varepsilon_3+12\varepsilon_4+24\varepsilon_5+48\varepsilon_6 \\ w_4=\varepsilon_1+4\varepsilon_2+8\varepsilon_3+16\varepsilon_4+32\varepsilon_5+64\varepsilon_6 \\ w_5=\varepsilon_1+5\varepsilon_2+10\varepsilon_3+20\varepsilon_4+40\varepsilon_5+80\varepsilon_6 \\ w_6=\varepsilon_1+6\varepsilon_2+12\varepsilon_3+24\varepsilon_4+48\varepsilon_5+96\varepsilon_6 \end{cases}$$

On sait que si E est de dimension n et que w possède exactement n vecteurs, alors on peux dire :

w *est une base de* $E \Leftrightarrow w$ *est libre*

E est de dimension 6, et w possède 6 vecteurs.

Il suffit donc de prouver que w n'est pas libre pour prouver que w n'est pas une base de E.

Pour prouver que w n'est pas libre, il suffit de prouver que notre système n'a pas de solution unique, c'est à dire que : $\det\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 4 & 6 & 8 & 10 & 12 \\ 1 & 8 & 12 & 16 & 20 & 24 \\ 1 & 16 & 24 & 32 & 40 & 48 \\ 1 & 32 & 48 & 64 & 80 & 96 \end{pmatrix}=0$

On tape donc sur Maxima :

```
(%i1) b:matrix([1,1,1,1,1,1],[1,2,3,4,5,6],[1,4,6,8,10,12],[1,8,12,16,20,24],[1,16,24,32,40,48],[1,32,48,64,80,96]);
                          [ 1  1   1   1   1   1  ]
                          [                       ]
                          [ 1  2   3   4   5   6  ]
                          [                       ]
                          [ 1  4   6   8   10  12 ]
(%o1)                     [                       ]
                          [ 1  8   12  16  20  24 ]
                          [                       ]
                          [ 1  16  24  32  40  48 ]
                          [                       ]
                          [ 1  32  48  64  80  96 ]
(%i2) determinant(b);
(%o2)                                0
```

Le déterminant étant nul, on a donc montré que w n'est pas libre, donc cette famille de vecteur n'est pas une base de E.

Prouver ceci sans Maxima :

$$w = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 4 & 6 & 8 & 10 & 12 \\ 1 & 8 & 12 & 16 & 20 & 24 \\ 1 & 16 & 24 & 32 & 40 & 48 \\ 1 & 32 & 48 & 64 & 80 & 96 \end{pmatrix} \sim \begin{array}{c} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 3 & 5 & 7 & 9 & 1 \\ 0 & 7 & 11 & 15 & 19 & 23 \\ 0 & 15 & 23 & 31 & 39 & 47 \\ 0 & 31 & 47 & 63 & 79 & 95 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \\ L_2 - L_1 \\ L_3 - L_1 \\ L_4 - L_1 \\ L_5 - L_1 \\ L_6 - L_1 \end{array}$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 15 & 23 & 31 & 39 & 47 \\ 0 & 31 & 47 & 63 & 79 & 95 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \\ \\ L_3 - L_2 \\ L_4 - L_3 \\ \\ \\ \end{array}$$

On a trouvé 2 lignes identiques, donc le determinant est forcément nul, et ce, même en ayant interverti certaines lignes.
La famille n'est donc pas libre.

Donc, donc cette famille ne forme pas une base de E.

Exercice 3 :

On considère l'espace vectoriel $E=\mathbb{R}^6$ et sa base $B=(\varepsilon_1,\varepsilon_2,\varepsilon_3,\varepsilon_4,\varepsilon_5,\varepsilon_6)$

Déterminer à l'aide de Maxima si la famille de vecteur suivante (noté z) est une base de E :

$$z=\begin{cases} z_1=\varepsilon_1+\varepsilon_2+\varepsilon_3+\varepsilon_4+\varepsilon_5+\varepsilon_6 \\ z_2=\varepsilon_1-\varepsilon_2+\varepsilon_3-\varepsilon_4+\varepsilon_5-\varepsilon_6 \\ z_3=\varepsilon_1+2\varepsilon_2+4\varepsilon_3+8\varepsilon_4+16\varepsilon_5+32\varepsilon_6 \\ z_4=\varepsilon_1+-2\varepsilon_2+4\varepsilon_3-8\varepsilon_4+16\varepsilon_5-32\varepsilon_6 \\ z_5=\varepsilon_1+3\varepsilon_2+9\varepsilon_3+27\varepsilon_4+81\varepsilon_5+243\varepsilon_6 \\ z_6=\varepsilon_1-3\varepsilon_2+9\varepsilon_3-27\varepsilon_4+81\varepsilon_5-243\varepsilon_6 \end{cases}$$

On sait que si E est de dimension n et que z possède exactement n vecteurs, alors on peux dire :

z *est une base de* $E \Leftrightarrow z$ *est libre*

E est de dimension 6, et z possède 6 vecteurs.
Il suffit donc de prouver que z est libre pour prouver que z est une base de E.
Pour prouver que z est libre, il suffit de prouver que notre système a une solution unique, c'est à dire que :

$$\det\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & -2 & 3 & -3 \\ 1 & 1 & 4 & 4 & 9 & 9 \\ 1 & -1 & 8 & -8 & 27 & -27 \\ 1 & 1 & 16 & 16 & 81 & 81 \\ 1 & -1 & 32 & -32 & 243 & -243 \end{pmatrix} \neq 0$$

On tape donc sur Maxima :

```
(%i1) c:matrix([1,1,1,1,1,1],[1,-1,2,-2,3,-3],[1,1,4,4,9,9],[1,-1,8,-8,27,-27],[1,1,16,16,81,81],[1,-1,32,-32,243,-243]);
                         [ 1   1   1    1    1     1   ]
                         [                             ]
                         [ 1  - 1  2   - 2   3    - 3  ]
                         [                             ]
                         [ 1   1   4    4    9     9   ]
(%o1)                    [                             ]
                         [ 1  - 1  8   - 8   27  - 27  ]
                         [                             ]
                         [ 1   1   16   16   81    81  ]
                         [                             ]
                         [ 1  - 1  32  - 32  243 - 243 ]
(%i2) determinant(c);
(%o2)                              - 691200
```

Le déterminant n'étant pas nul, on a donc montré que z est libre, donc cette famille de vecteur est une base B' de E.

Exercice 4 :

On considère l'espace vectoriel $E=\mathbb{R}^6$ et sa base $B=(\varepsilon_1,\varepsilon_2,\varepsilon_3,\varepsilon_4,\varepsilon_5,\varepsilon_6)$

Déterminer à l'aide de Maxima si la famille de vecteur suivante (noté z') est une base de E :

$$z'=\begin{cases} z_3=\varepsilon_1+2\varepsilon_2+4\varepsilon_3+8\varepsilon_4+16\varepsilon_5+32\varepsilon_6 \\ z_6=\varepsilon_1-3\varepsilon_2+9\varepsilon_3-27\varepsilon_4+81\varepsilon_5-243\varepsilon_6 \\ z_1=\varepsilon_1+\varepsilon_2+\varepsilon_3+\varepsilon_4+\varepsilon_5+\varepsilon_6 \\ z_4=\varepsilon_1+-2\varepsilon_2+4\varepsilon_3-8\varepsilon_4+16\varepsilon_5-32\varepsilon_6 \\ z_5=\varepsilon_1+3\varepsilon_2+9\varepsilon_3+27\varepsilon_4+81\varepsilon_5+243\varepsilon_6 \\ z_2=\varepsilon_1-\varepsilon_2+\varepsilon_3-\varepsilon_4+\varepsilon_5-\varepsilon_6 \end{cases}$$

On sait que si E est de dimension n et que z' possède exactement n vecteurs, alors on peux dire :

z' *est une base de* $E \Leftrightarrow z'$ *est libre*

E est de dimension 6, et z' possède 6 vecteurs.
Il suffit donc de prouver que z' est libre pour prouver que z' est une base de E .
Pour prouver que z' est libre, il suffit de prouver que notre système a une solution unique, c'est à dire

que : $\det\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 1 & -2 & 3 & -1 \\ 4 & 9 & 1 & 4 & 9 & 1 \\ 8 & -27 & 1 & -8 & 27 & -1 \\ 16 & 81 & 1 & 16 & 81 & 1 \\ 32 & -243 & 1 & -32 & 243 & -1 \end{pmatrix}\neq 0$

On tape donc sur Maxima :

```
(%i1) d:matrix([1,2,4,8,16,32],[1,-3,9,-27,81,-243],[1,1,1,1,1,1],[1,-2,4,-8,16,-32],[1,3,9,27,81,243],[1,-1,1,-1,1,-1]);
                                [ 1   2   4   8    16   32  ]
                                [                           ]
                                [ 1  - 3  9  - 27  81  - 243 ]
                                [                           ]
                                [ 1   1   1   1    1     1  ]
(%o1)                           [                           ]
                                [ 1  - 2  4  - 8   16  - 32  ]
                                [                           ]
                                [ 1   3   9   27   81   243  ]
                                [                           ]
                                [ 1  - 1  1  - 1   1    - 1  ]
(%i2) determinant(d);
(%o2)                                  - 691200
```

Le déterminant n'étant pas nul, on a donc montré que z' est libre, donc cette famille de vecteur est une base B'' de E.

Prouver ceci sans Maxima :

$$z=\begin{pmatrix}1&1&1&1&1&1\\2&-3&1&-2&3&-1\\4&9&1&4&9&1\\8&-27&1&-8&27&-1\\16&81&1&16&81&1\\32&-243&1&-32&243&-1\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&1&1&1&1&1\\0&-5&-1&-4&1&-3\\0&5&-3&0&5&-3\\0&-35&-7&-16&19&-9\\0&65&-15&0&65&-15\\0&-275&-31&-64&211&-33\end{pmatrix}\begin{array}{l}\\L_2-2L_1\\L_3-4L_1\\L_4-8L_1\\L_5-16L_1\\L_6-32L_1\end{array}$$

$$\sim\begin{pmatrix}1&1&1&1&1&1\\0&-5&-1&-4&1&-3\\0&0&-4&-4&6&-6\\0&0&0&12&12&12\\0&0&-28&-52&78&-54\\0&0&24&156&156&132\end{pmatrix}\begin{array}{l}\\\\L_3+L_2\\L_4-7L_2\\L_5+13L_2\\L_6-55L_2\end{array}$$

$$\sim\begin{pmatrix}1&1&1&1&1&1\\0&-5&-1&-4&1&-3\\0&0&-4&-4&6&-6\\0&0&0&12&12&12\\0&0&0&-24&36&-12\\0&0&0&132&192&96\end{pmatrix}\begin{array}{l}\\\\\\\\L_5-7L_3\\L_6+6L_3\end{array}$$

$$\sim\begin{pmatrix}1&1&1&1&1&1\\0&-5&-1&-4&1&-3\\0&0&-4&-4&6&-6\\0&0&0&12&12&12\\0&0&0&0&60&12\\0&0&0&0&60&-36\end{pmatrix}\begin{array}{l}\\\\\\\\L_5+2L_4\\L_6-11L_4\end{array}$$

$$\sim\begin{pmatrix}1&1&1&1&1&1\\0&-5&-1&-4&1&-3\\0&0&-4&-4&6&-6\\0&0&0&12&12&12\\0&0&0&0&60&12\\0&0&0&0&0&-48\end{pmatrix}\begin{array}{l}\\\\\\\\\\L_6-L_5\end{array}$$

On a donc formé une matrice triangulaire supérieur. Son déterminant est le produit des termes de la diagonale, soit -691 200. Son déterminant n’est donc pas nul. Donc cette famille de vecteur est une base B” de E.

Exercice 5 :

$$P_{BB'} = B' = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & -2 & 3 & -3 \\ 1 & 1 & 4 & 4 & 9 & 9 \\ 1 & -1 & 8 & -8 & 27 & -27 \\ 1 & 1 & 16 & 16 & 81 & 81 \\ 1 & -1 & 32 & -32 & 243 & -243 \end{pmatrix}$$

$$P_{B'B} = \begin{pmatrix} \frac{3}{4} & \frac{3}{4} & -\frac{13}{48} & -\frac{13}{48} & \frac{1}{48} & \frac{1}{48} \\ \frac{3}{4} & -\frac{3}{4} & -\frac{13}{48} & \frac{13}{48} & \frac{1}{48} & -\frac{1}{48} \\ -\frac{3}{10} & -\frac{3}{20} & \frac{1}{3} & \frac{1}{6} & -\frac{1}{30} & -\frac{1}{60} \\ -\frac{3}{10} & \frac{3}{20} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{6} & -\frac{1}{30} & \frac{1}{60} \\ \frac{1}{20} & \frac{1}{60} & -\frac{1}{16} & -\frac{1}{48} & \frac{1}{80} & \frac{1}{240} \\ \frac{1}{20} & -\frac{1}{60} & -\frac{1}{16} & \frac{1}{48} & \frac{1}{80} & -\frac{1}{240} \end{pmatrix}$$

```
(%i1) a:matrix ([1,1,1,1,1,1],[1,-1,2,-2,3,-3],[1,1,4,4,9,9],[1,-1,8,-8,27,-27],
[1,1,16,16,81,81],[1,-1,32,-32,243,-243]);
                       [ 1    1    1     1     1     1  ]
                       [                                ]
                       [ 1  - 1    2   - 2     3   - 3  ]
                       [                                ]
                       [ 1    1    4     4     9     9  ]
(%o1)                  [                                ]
                       [ 1  - 1    8   - 8    27  - 27  ]
                       [                                ]
                       [ 1    1   16    16    81    81  ]
                       [                                ]
                       [ 1  - 1   32  - 32   243 - 243  ]
(%i2) b = invert(a);
                      [   3      3      13     13     1      1   ]
                      [   -      -    - --   - --    --     --   ]
                      [   4      4      48     48    48     48   ]
                      [                                          ]
                      [   3      3      13     13     1      1   ]
                      [   -    - -    - --     --    --   - --   ]
                      [   4      4      48     48    48     48   ]
                      [                                          ]
                      [    3      3     1      1      1      1   ]
                      [ - --   - --     -      -   - --   - --   ]
                      [   10     20     3      6     30     60   ]
(%o2)             b = [                                          ]
                      [    3     3      1      1      1      1   ]
                      [ - --    --      -    - -   - --     --   ]
                      [   10    20      3      6     30     60   ]
                      [                                          ]
                      [   1      1      1      1      1      1   ]
                      [  --     --   - --   - --     --    ---   ]
                      [  20     60     16     48     80    240   ]
                      [                                          ]
                      [   1      1      1      1      1      1   ]
                      [  --   - --   - --     --     --  - ---   ]
                      [  20     60     16     48     80    240   ]
```

$$P_{BB''} = B'' = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 1 & -2 & 3 & -1 \\ 4 & 9 & 1 & 4 & 9 & 1 \\ 8 & -27 & 1 & -8 & 27 & -1 \\ 16 & 81 & 1 & 16 & 81 & 1 \\ 32 & -243 & 1 & -32 & 243 & -1 \end{pmatrix}$$

$$P_{B''B} = \begin{pmatrix} -\frac{3}{10} & -\frac{3}{20} & \frac{1}{3} & \frac{1}{6} & -\frac{1}{30} & -\frac{1}{60} \\ \frac{1}{20} & -\frac{1}{60} & -\frac{1}{16} & \frac{1}{48} & \frac{1}{80} & -\frac{1}{240} \\ \frac{3}{4} & \frac{3}{4} & -\frac{13}{48} & -\frac{13}{48} & \frac{1}{48} & \frac{1}{48} \\ -\frac{3}{10} & \frac{3}{20} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{6} & -\frac{1}{30} & \frac{1}{60} \\ \frac{1}{20} & \frac{1}{60} & -\frac{1}{16} & -\frac{1}{48} & \frac{1}{80} & \frac{1}{240} \\ \frac{3}{4} & -\frac{3}{4} & -\frac{13}{48} & \frac{13}{48} & \frac{1}{48} & -\frac{1}{48} \end{pmatrix}$$

```
(%i1) a:matrix([1,1,1,1,1,1],[2,-3,1,-2,3,-1],[4,9,1,4,9,1],[8,-27,1,-8,27,-1],
[16,81,1,16,81,1],[32,-243,1,-32,243,-1]);
                      [ 1      1     1    1      1     1 ]
                      [                                  ]
                      [ 2    - 3     1  - 2      3   - 1 ]
                      [                                  ]
                      [ 4      9     1    4      9     1 ]
(%o1)                 [                                  ]
                      [ 8   - 27     1  - 8     27   - 1 ]
                      [                                  ]
                      [ 16    81     1   16     81     1 ]
                      [                                  ]
                      [ 32 - 243     1 - 32    243   - 1 ]
(%i2) b = invert(a);
                     [    3      3     1      1      1      1  ]
                     [ - --   - --     -      -   - --   - --  ]
                     [   10     20     3      6     30     60  ]
                     [                                         ]
                     [   1       1     1      1      1      1  ]
                     [  --    - --  - --     --     --  - ---  ]
                     [  20      60    16     48     80    240  ]
                     [                                         ]
                     [   3       3    13     13      1      1  ]
                     [   -       -  - --   - --     --     --  ]
                     [   4       4    48     48     48     48  ]
(%o2)            b = [                                         ]
                     [    3      3     1      1      1      1  ]
                     [ - --     --     -    - -   - --     --  ]
                     [   10     20     3      6     30     60  ]
                     [                                         ]
                     [   1       1     1      1      1      1  ]
                     [  --      --  - --   - --     --    ---  ]
                     [  20      60    16     48     80    240  ]
                     [                                         ]
                     [   3       3    13     13      1      1  ]
                     [   -     - -  - --     --     --   - --  ]
                     [   4       4    48     48     48     48  ]
```

Exercice 6 :

$$t_B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 5 \\ 10 \\ 20 \\ 40 \end{pmatrix}$$

$$t_{B'} = P_{B'B} t_B$$

Pour calculer les coordonnés de t dans la base B', on tape ceci dans Maxima :

```
(%i1) a:matrix([1,1,1,1,1,1],[2,-3,1,-2,3,-1],[4,9,1,4,9,1],[8,-27,1,-8,27,-1],[16,81,1,16,81,1],[32,-243,1,-32,243,-1]);
```

(%o1)
$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 1 & -2 & 3 & -1 \\ 4 & 9 & 1 & 4 & 9 & 1 \\ 8 & -27 & 1 & -8 & 27 & -1 \\ 16 & 81 & 1 & 16 & 81 & 1 \\ 32 & -243 & 1 & -32 & 243 & -1 \end{bmatrix}$$

```
(%i2) b:matrix = invert(a);
```

(%o2)
$$matrix = \begin{bmatrix} -\frac{3}{10} & -\frac{3}{20} & \frac{1}{3} & \frac{1}{6} & -\frac{1}{30} & -\frac{1}{60} \\ \frac{1}{20} & -\frac{1}{60} & -\frac{1}{16} & \frac{1}{48} & \frac{1}{80} & -\frac{1}{240} \\ \frac{3}{4} & \frac{3}{4} & -\frac{13}{48} & -\frac{13}{48} & \frac{1}{48} & \frac{1}{48} \\ -\frac{3}{10} & \frac{3}{20} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{6} & -\frac{1}{30} & \frac{1}{60} \\ \frac{1}{20} & \frac{1}{60} & -\frac{1}{16} & -\frac{1}{48} & \frac{1}{80} & \frac{1}{240} \\ \frac{3}{4} & -\frac{3}{4} & -\frac{13}{48} & \frac{13}{48} & \frac{1}{48} & -\frac{1}{48} \end{bmatrix}$$

```
(%i3) c:matrix([1],[1],[5],[10],[20],[40]);
```

(%o3)
$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 5 \\ 10 \\ 20 \\ 40 \end{bmatrix}$$

```
(%i4) b.c;
```

(%o4)
$$matrix \,.\, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 5 \\ 10 \\ 20 \\ 40 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{31}{20} \\ \frac{1}{80} \\ -\frac{21}{16} \\ -\frac{3}{20} \\ -\frac{3}{80} \\ \frac{15}{16} \end{bmatrix}$$

Donc, les coordonnés de t dans la base B' sont : $t_{B'} = \begin{pmatrix} \frac{31}{20} \\ \frac{1}{80} \\ -\frac{21}{16} \\ -\frac{3}{20} \\ -\frac{3}{80} \\ \frac{15}{16} \end{pmatrix}$

$$t_B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 5 \\ 10 \\ 20 \\ 40 \end{pmatrix}$$

$$t_{B'}" = P_{B"B} t_B$$

Pour calculer les coordonnés de t dans la base $B"$, on tape ceci dans Maxima :

```
(%i1) a:matrix([1,1,1,1,1,1],[1,-1,2,-2,3,-3],[1,1,4,4,9,9],[1,-1,8,-8,27,-27],[1,1,16,16,81,81],[1,-1,32,-32,243,-243]);
```

$$(\%o1)\quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & -2 & 3 & -3 \\ 1 & 1 & 4 & 4 & 9 & 9 \\ 1 & -1 & 8 & -8 & 27 & -27 \\ 1 & 1 & 16 & 16 & 81 & 81 \\ 1 & -1 & 32 & -32 & 243 & -243 \end{bmatrix}$$

```
(%i2) b:matrix = invert(a);
```

$$(\%o2)\quad matrix = \begin{bmatrix} \frac{3}{4} & \frac{3}{4} & -\frac{13}{48} & -\frac{13}{48} & \frac{1}{48} & \frac{1}{48} \\ \frac{3}{4} & -\frac{3}{4} & -\frac{13}{48} & \frac{13}{48} & \frac{1}{48} & -\frac{1}{48} \\ -\frac{3}{10} & -\frac{3}{20} & \frac{1}{3} & \frac{1}{6} & -\frac{1}{30} & -\frac{1}{60} \\ -\frac{3}{10} & \frac{3}{20} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{6} & -\frac{1}{30} & \frac{1}{60} \\ \frac{1}{20} & \frac{1}{60} & -\frac{1}{16} & -\frac{1}{48} & \frac{1}{80} & \frac{1}{240} \\ \frac{1}{20} & -\frac{1}{60} & -\frac{1}{16} & \frac{1}{48} & \frac{1}{80} & -\frac{1}{240} \end{bmatrix}$$

```
(%i3) c:matrix([1],[1],[5],[10],[20],[40]);
```

$$(\%o3)\quad \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 5 \\ 10 \\ 20 \\ 40 \end{bmatrix}$$

```
(%i4) b.c;
```

$$(\%o4)\quad matrix . \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 5 \\ 10 \\ 20 \\ 40 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{21}{16} \\ \frac{15}{16} \\ \frac{31}{20} \\ -\frac{3}{20} \\ -\frac{3}{80} \\ \frac{1}{80} \end{bmatrix}$$

Donc, les coordonnés de t dans la base B" sont : $t_{B"} = \begin{pmatrix} -\frac{21}{16} \\ \frac{15}{16} \\ \frac{31}{20} \\ -\frac{3}{20} \\ -\frac{3}{80} \\ \frac{1}{80} \end{pmatrix}$