Etudier la continuité et la dérivabilité de la fonction f en 0.

Exercice n°4 :

$$\text{Déterminer } \lim_{x\to+\infty} \frac{\sin\left(\frac{2}{x^2}\right)}{e^{\frac{1}{x}} - e^{\frac{1}{x+1}}}$$

Exercice n°5 :

On considère la fonction f définie sur $]-\infty; 0] \cup]1; +\infty[$ par :

$$f(x) = x\sqrt{\frac{x}{x-1}}$$

1. Etudier la dérivabilité de f. Préciser s'il y a lieu les tangentes ou demi-tangentes en l'origine du repère.
2. Etudier les variations de la fonction f sur $]-\infty; 0] \cup]1; +\infty[$.
3. Déterminer la limite de f en 1. Quelle interprétation graphique peut-on en faire ?
4. Etudier les branches infinies de f en $+\infty$ et en $-\infty$. (*limite, asymptote éventuelle, position relative de la courbe par rapport à l'asymptote*)
5. Tracer une ébauche de la courbe de f en faisant apparaître tous les éléments de votre étude.

On pourra prendre comme valeur approchée de $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ *le nombre 2,6.*

DEVOIR ECRIT N°1 Octobre 2011 version 2

Les documents et la calculatrice sont interdits. Vous indiquerez votre groupe de TD sur votre copie.

Exercice n°1 :

Déterminer le développement limité de la fonction tangente à l'ordre 5 en 0.

Exercice n°2 :

1. Déterminer le développement limité à l'ordre 5 en 0 de $f(x) = (\cos 2x)^x$
2. Déterminer le développement limité en 0 à l'ordre 5 de $f(x) = \frac{\sin(2x)}{1+2x^2}$ $- \frac{1}{1+2x^2}$

Exercice n°3 :

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{e^{2x} - \sqrt{1+4x}}{\ln(1+x^2)} & \text{si } x \neq 0 \\ f(0) = 4 \end{cases}$$

Etudier la continuité et la dérivabilité de la fonction f en 0.