$13+1 = 14$

	1	4	,	

BLOQUET
Romain

PL1
2013

1). $u_n = \frac{3}{2n+5}$ $u_{n+1} = \frac{3}{2(n+1)+5}$

2 $= \frac{3}{2n+7}$

$\frac{u_{n+1}}{u_n} \leq 1 \iff \frac{\cancel{3}}{2n+7} \times \frac{2n+5}{\cancel{3}} \leq 1$

$\iff \frac{2n+5}{2n+7} \leq 1$

$\iff 2n+5 \leq 2n+7$

$\iff 5 \leq 7 \iff -2 \leq 0.$

la suite u_n est donc décroissante.

2). On factorise : $e^x - 3x = x\left(\frac{e^x}{x} - 3\right)$

d'après la croissance comparée $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$

1

$\lim\limits_{x \to +\infty} -3 = -3$

$\lim\limits_{x \to +\infty} x\left(\frac{e^x}{x} - 3\right) = +\infty.$

3) 1 $\lim\limits_{x \to -\infty} e^x = 0$ $\lim\limits_{x \to -\infty} -3x = +\infty.$ donc $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty.$

4). $g(x) = \sqrt{x^2+1} - \sqrt{2}$ $u(x) = x - 1$

$g'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ 1 + 1 $u'(x) = 1$

$\frac{g'(x)}{u'(x)} = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ $\lim\limits_{x \to 1} \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ donc d'après la règle de l'hopital : $\lim\limits_{x \to 1} \frac{g(x)}{x-1} = \lim\limits_{x \to 1} \frac{g'}{u'} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

⑨. 1 $h(x) = x^3 - x$ se derive comme somme de fonction.

$h'(x) = 3x^2 - 1$

⑩. $h'(x) > 0$

$(x\sqrt{3} - 1)(x\sqrt{3} + 1)$ soit $x\sqrt{3} - 1 \geq 0$

$x\sqrt{3} \geq 1$

$x \geq \frac{1}{\sqrt{3}}$

2

ou $x\sqrt{3} + 1 \geq 0$

$x\sqrt{3} \geq -1$

$x \geq -\frac{1}{\sqrt{3}}$

x	-2		$-\frac{1}{\sqrt{3}}$		$\frac{1}{\sqrt{3}}$		$+2$
$x\sqrt{3} - 1$		$-$		$-$	0	$+$	
$x\sqrt{3} + 1$		$-$	0	$+$		$+$	
$h'(x)$		$+$		$-$		$+$	

(11).

x	-2		$-\frac{1}{\sqrt{3}}$		$\frac{1}{\sqrt{3}}$		$+2$
$h'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$h(x)$	-6		0		0		6

1

(7). $\sin\left(\frac{1}{t}\right)$ est Compris entre -1 et 1

$$-1 \leq \sin\left(\frac{1}{t}\right) \leq 1 \iff -t^2 \leq t^2 \sin\left(\frac{1}{t}\right) \leq t^2$$

1 1

D'après le théorème des gendarmes si on a $u(t) \leq f(t) \leq g(t)$ et que $\lim\limits_{t \to +\infty} u(t) = \lim\limits_{t \to +\infty} h(t) = l$ alors limite de $f(t) = l$

donc $\lim\limits_{t \to 0} -t^2 = \lim\limits_{t \to 0} t^2 = 0$ d'où limite de $\lim\limits_{t \to 0} f(t) = 0$.

1

(8). $f(t) = 0 \iff t^2 \sin\left(\frac{1}{t}\right) = 0.$

$\iff \sin\left(\frac{1}{t}\right) = 0$ or on sait $\sin(2k\pi) = 0.$

1

$\Rightarrow t = \frac{1}{2k\pi}$

Vérification : $\sin\left(\dfrac{1}{\frac{1}{2k\pi}}\right) = \sin(2k\pi) = 0$

(5). De la forme $\frac{u'}{u}$ avec ~~u~~ $u = \ln t$

~~$u = t\ln t$~~
~~$u' = \ln t + 1$~~

~~$I = \frac{1}{(\ln t + 1)} \times \frac{\ln t + 1}{t \ln t}.$~~

$$I = \left[\frac{1}{\ln t + 1} \times -\frac{1}{2} (t \ln t)^{-2} \right]_2^3$$

$I =$