Bloquet
Romain
PL1.

7

BLOQUET
Romain

PL1
2013

7,

Exercice 1:

~~E est un ouvert~~ dans X car il contient tout ses points d'accumulation.

ceci est la définition d'un fermé !

1 E n'est pas un fermé car il a son bord exclus $E =]0,1[\cup]1,2]$.

~~F est dénombrable car un ensemble rationnel est dénombrable.~~

~~F est un sous ensemble de X alors c'est un ouvert de X.~~

Exercice 2:

$\lim\limits_{n \to \infty} \sqrt[n]{n}$ d'après la règle de l'hopital : $\dfrac{n^{\frac{1-n}{n}}}{n^{2\times 1/n}}$

$$= n^{\frac{1-n}{n}} \cdot n^{-2/n}$$

$$= n^{\frac{n-n^2-2n}{n}}$$

$$= n^{\frac{-n^2-n}{n}}$$

$$= n^{-n-1}$$

$$= 0$$

$$\lim_{n \to +\infty} \sqrt[n]{n} = 0$$

Exercice 3:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{1}{n \ln n} + \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{\dfrac{1}{(n+1)\ln(n+1)} + \dfrac{1}{(n+1)^2}}{\dfrac{1}{n \ln n} + \dfrac{1}{n^2}}$$

$$= \left(\frac{1}{(n+1)\ln(n+1)} + \frac{1}{(n+1)^2} \right) \times \left(\cancel{\frac{n \ln n + n^2}{1}} \right)$$

erreur de calcul

1 $$= \frac{n \ln n + n^2}{(n+1)\, l(n+1)} + \frac{n \ln n + n^2}{(n+1)^2}$$ => la suite ne converge pas car sa limite est supérieur à 1.

ou si $\lim n \to 1 \iff \frac{1^2}{2\ln 2} + \frac{1^2}{4} \approx \frac{4,6}{2,4} \approx 2$

Exercice 4 :

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(\ln n)^{37}}{2^n\sqrt{n}}$$

D'après Cauchy :

$$\sqrt[n]{\frac{(\ln n)^{37}}{2^n\sqrt{n}}} \iff \frac{(\ln n)^{37/n}}{2 \times n^{1/2n}}$$

1

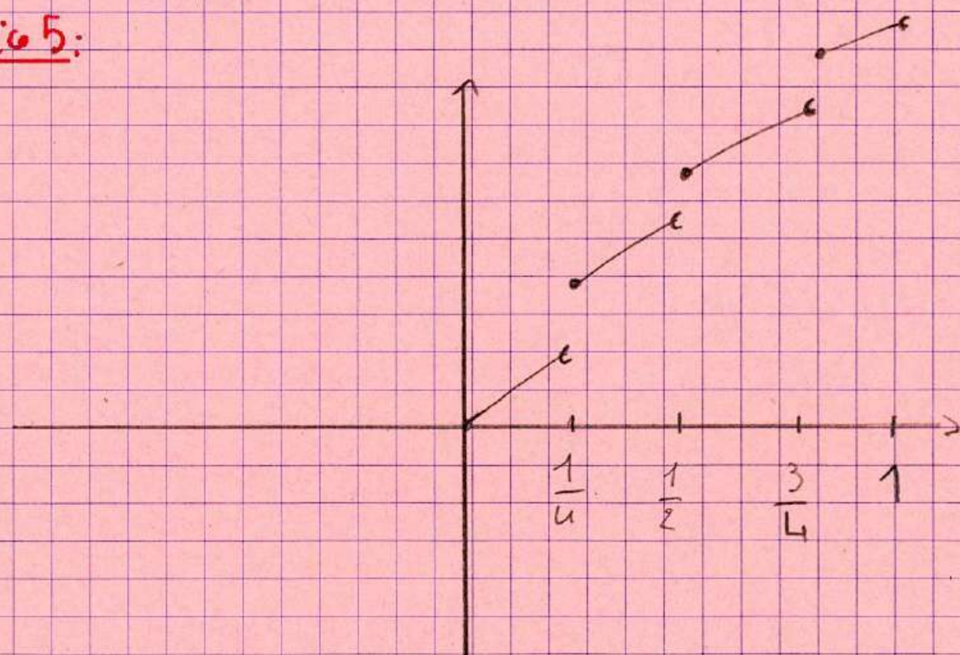
$\neq \ln n^{37/n} \cdot 2n^{-1/2n}$ encore une erreur de calcul ! révisez votre algèbre

$= (2n \ln n)^{146 n^{-1}}$ $\qquad \lim_{n \to 1} (2n \ln n)^{146 n^{-1}} = 0.$?

Donc la Série est convergente.

Exercice 5 :

1).



1

2). ~~$x^2 = \frac{1}{4}$, $x^2 = \frac{1}{2}$, $x^2 = 3/4$.~~

une suite qui a une limite finie est toujours «convergente» !

Exercice 6 :

~~Une suite qui a une limite inférieure ou égal à 1 alors la suite convergente~~
~~Une suite qui~~ a sa limite supérieure à 1 est divergente.

Exercice 7:

$f(0) = \frac{1}{2}x + x$ $\quad$ $f(1) = 36x + x$

$= 0$ $\quad$ $= 37$

$f(x) = 36x + \frac{1}{2}x$

Exercice 8.

0,5 1) $e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + x^4 \varepsilon(x)$. ordre 4. en 1 ??

0,5 2) $\cos x = \underbrace{1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{4!} + x^4 \varepsilon(x)}_{u}$.

$e^{\cos(1+u)} = e^{\cos 1} \times e^{\cos u}$

$= 1 \times e^{\cos u}$

$\cos(1+u) \neq \cos 1 + \cos u$

$\rightarrow$ $e^{\cos x} = 1 + u + \frac{u^2}{2} + \frac{u^3}{3!} + \frac{u^4}{4!} + u^4 \varepsilon(u)$.

Exercice 5: D'après les condition initiale.

$y = \frac{x^3}{6}$ car $\frac{x^3}{6} - \frac{x^3}{6} - \frac{x^2}{2} = 0.$

$\iff \frac{x^3}{6} - \frac{x^2}{2} = \frac{x^3}{6}$

$y' \iff \frac{3x^2}{6} - \frac{2x}{2} = \frac{3x^2}{6}$

$y'' \iff x - 1 = x.$

(2) D'après les condition initiale

$$y = \frac{x^3}{6} + \frac{x^2}{2} + 1$$

Car si $x = 0$ alors $\begin{cases} y(0) = 1 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$

$y' = \frac{3x^2}{6} + x$ alors

$y'' - 1 = x \iff x + 1 - 1 = x$.

donc $y'' - 1$ est bien égal a x.

Exercice 10 :