Deuxième session PL1 fonctions et variations 1, 2015 durée 1H.

Documents non autorisés, aucun appareil électronique n'est autorisé y compris la calculatrice.

Toute question dont le numéro aura été changé ne sera pas corrigée.

Les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte.

Soit pour $n \geq 0$ la suite de terme général $U_n = \frac{3}{2n+5} \geq 0$.

1) montrer à l'aide de la fraction $\frac{U_{n+1}}{U_n}$ que (U_n) est décroissante.

Soit g la fonction définie sur définie $\mathbb{R}$ par $g(x) = \sqrt{x^2+1} - \sqrt{2}$.

2) utiliser la règle de l'hôpital pour calculer $\lim\limits_{x \to 1} \frac{g(x)}{x-1}$.

Calcul d'intégrales.

3) calculer $I = \int_0^3 (2+x)e^{-x}\,dx$ à l'aide d'une intégration par parties.

Soit f la fonction définie sur $[-1, 1]$ par $f(t) = t^2 \sin(\frac{1}{t})$ si $t \in [-1, 1] \setminus \{0\}$ et $f(0) = 0$.

4) montrer grâce au théorème des gendarmes que $\lim\limits_{t \to 0} f(t) = 0$.

Soit la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = x^3 - x$.

5) calculer $h'(x)$.
6) étudier le signe de h' sur $[-2, 2]$ et présenter les résultats dans un tableau de signe.
7) en déduire le tableau de variation de h sur $[-2, 2]$, vous indiquerez les images des bornes de l'intervalle et des valeurs de changement de signe de la dérivée.

Fin