Information numerique

I Representation de signaux physique

II Algebre de Boole

III Operateurs elementairs

I Representation de signaux physique

Analogique : signal continu : infinité de valeurs
Numerique : Discontinu : valeur 0 et 1

Presque tous les circuits electroniques sont en numerique

1) Systeme de numeration

1) Representation des nombres

Base 2 : Binaire
2 symboles 0 et 1
Base 8 : Octale
8 symboles de 0 à 7
Base 16 : Hexadecimal
16 symboles de 0 à F

Forme polynomiale :

Dans un système en base B

$$(N)_B = (a_{n-1} a_{n-2} \dots a_1 a_0 a_{-1} \dots)$$
$$= a_{n-1} B^{n-1} \; a_{n-2} B^{n-2} \dots a_0 B^0 \; a_{-1} B^{-1}$$

Exemples :

$(2015)_{10} = 2_{10^3} + 0_{10^2} + 1_{10^1} + 5_{10^0}$

$(1011,110)_2 = 1\times2^3 + 0\times2^2 + 1\times2^1 + 1\times2^0 + 1\times2^{-1}$
$+ 1\times2^{-2} + 0\times2^{-3}$

2) Conversion d'un système de numération en un autre

a) Base B vers la base 10

On utilise la forme polynomiale

Base 2 :

$(10110,11)_2 = 1\times2^4 + 0\times2^3 + 1\times2^2 + 1\times2^1 + 0\times2^0$
$+ 1\times2^{-1} + 1\times2^{-2}$

$= 16 + 0 + 4 + 2 + 0,5 + 0,25$
$= 22,75$

Base 16 :

$(A3D)_{16} = A\times16^2 + 3\times16^1 + D\times16^0$

$= 10\times16^2 + 3\times16^1 + 13\times16^0$

$= 2621$

b) Base 10 à base B

Methode 1 :

On divise par B le nombre entier autant de fois qu'il est necessaire pour obtenir un quotient nul. On ecrit les restes dans l'ordre inverse dans lequel on les a obtenu

Exemple :

363 | 2
1 | 181 | 2
1 | 90 | 2
0 | 45 | 2
1 | 22 | 2
0 | ...
1 | 5 | 2
1 | 2 | 2
0 | 1 | 2
1 | 0

Donc $363 = (1\,0\,1\,1\,0\,1\,0\,1\,1)_2$

363 | 16
11 | 22 | 16
6 | 1 | 16
1 | 0

Donc $363 = (16B)_{16}$

$\boxed{\text{Methode 2 :}}$

On soustrait successivement la plus grande puissance de B

$363 \longrightarrow 2$

$$\begin{aligned}
&= 2^8 + 107 \\
&= 2^8 + 2^6 + 43 \\
&= 2^8 + 2^6 + 2^5 + 11 \\
&= 2^8 + 2^6 + 2^5 + 2^3 + 2^1 + 2^0 \\
&= 1 \times 2^8 + 0 \times 2^7 + 1 \times 2^6 + 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 \\
&= (1\,0\,1\,1\,0\,1\,0\,1\,1)_2
\end{aligned}$$

$363 \longrightarrow 16$

$= 16^2 + 107$

$= 16^2 + 6 \times 16^1 + 11$

$= 1 \times 16^2 + 6 \times 16^1 + 11 \times 16^0$

$= (16B)_{16}$

Pour une partie fractionnaire, on convertit un nombre par des multiplications successive par B autant de fois que necessaire.
Pour obtenir la precision voulu ou pour que la conversion tombe juste.

Exemple :

$0,3 \longrightarrow 2$

$0,3 \times 2 = 0,6 \Rightarrow$ Je garde 0

$0,6 \times 2 = 1,2 \Rightarrow$ Je garde 1

$(1,2-1)$ $0,2 \times 2 = 0,4 \Rightarrow$ Je garde 0

$0,4 \times 2 = 0,8 \Rightarrow$ Je garde 0

Donc $0,3 = (0,0100)_2$ avec une precision de 4 chiffres

On s'arrete la car en base 10, la precision de 0,3 est $\frac{1}{10}$ $(1,10^{-1})$. Là, en bas 2, on a une precision de $\frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$ (2^{-4}). On atteint donc une precision equivalente

$$\frac{1}{2^3} > \frac{1}{10} > \boxed{\frac{1}{2^4}}$$

$$\frac{1}{16^1} > \frac{1}{100} > \boxed{\frac{1}{16^2}}$$

c) Conversion d'une base 2^n à la base 2 et inversement

$2^3 = 8$
$2^4 = 16$

Base 8 et 16 sont des formes contractées de la base 2.
On fait des groupements de 3 chiffres en base 2 pour passer en base 8.

Exemple :

$$(\underbrace{10}\underbrace{100}\underbrace{110})_2 = (246)_8$$

En base 16, on fait des groupements de 4 chiffres

Exemple :

$$(\underbrace{1010}\underbrace{0110})_2 = (A6)_{16}$$

$$(\overbrace{1}\overbrace{011}\overbrace{010}, \overbrace{001}\overbrace{10})_2 = (132,14)_8$$

$$(\overbrace{101}\overbrace{1010}, \overbrace{0011}\overbrace{0})_2 = (5A,30)_{16}$$

Inversement, on convertit chaque chiffre en base 2^n en base 2 et on juxtapose les résultats

Exemple :

$$(45,03)_8 = (100101,000011)_2$$

2) Arithmetique binaire

Les circuits travaillent sur des nombres qui ont toujours la même longueur (format)

Depassement de la capacité : overflow

1) Operation d'addition et de multiplication

Les mêmes regles s'appliquent dans toutes les bases.

Excemples en base 2 :

$1+0=1$
$0+1=1$
$0+0=0$
$1+1=10$

$$\begin{array}{r} 10110 \\ +10111 \\ \hline 101101 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1010 \\ \times\ 101 \\ \hline 1010 \\ +101000 \\ \hline 110010 \end{array}$$

2) Les nombres negatif

Pour les nombres negatifs, on a 2 representati

a) Representation valeur absolue + signe

On adopte la conversion $+=0$ $-=1$

Le bit de signe sera toujours le bit de poids fort (celui tout à gauche)

Exemple :

Ecrire sur un format de 8 bits :

$$+35 = \underbrace{0}_{\text{signe}}0\overbrace{100011}^{35}$$
$$-35 = 1\underbrace{0}_{\text{pour être sur 8 bits}}100011$$

Cette representation est très peu utilisé

b) Representation en complement à 2

C'est la representation utilisé pour tout calcul numerique. On travail obligatoirement avec un format n de nombre. On travail donc en modulo n.
On appel le complement d'un nombre, le nombre obtenu en remplaçant ces zeros par de 1 et ses 1 par de 0.

$x = 01101010$
$\overline{x} = 10010101$

$C_2(x) = \overline{x} + 1$
$= 10010110$

Exemple :

Sur 8 élements binaires :

$82 = 01010010$
$+82 = 01010010$
$-82 = 10101110$ en complement à 2.

Remarque :

On utilisera la representation en complement a 2 pour les soustractions

Exemple :

$$
\begin{array}{r}
25 \\
-\ 4 \\
\hline
\end{array}
=
\begin{array}{r}
00011001 \\
+11111100 \\
\hline
\cancel{1}00010101
\end{array}
$$

$45 = 2^5 + 2^3 + 2^2 + 2^0 = 00101101$

$16 = 2^4 = 00010000$

$C_2(45) = 11010011$

$C_2(16) = 11110000$

$$45 - 16 = 45 + C_2(16) = \begin{array}{r} 00101101 \\ +11110000 \end{array} = \cancel{1}00011101$$

$$16 - 45 = 16 + C_2(45) = \begin{array}{r} 00010000 \\ +11010011 \end{array} = \overset{\text{negatif}}{1}1100011$$

$$-45 - 16 = C_2(45) + C_2(16) = \begin{array}{r} 11010011 \\ +11110000 \end{array} = \cancel{1}\overset{\text{negatif}}{1}1000011$$

$$45 + 16 = \begin{array}{r} 00101101 \\ +00010000 \end{array} = 00111101$$

Chapitre II : Algèbre de Boole

En 1854, George Boole (philosophe) publie un essai sur les raisonnements logiques. Cet essai n'a eu aucune application jusqu'à l'invention du transistor.

I Algèbre linéaire

On travail uniquement avec 2 éléments $E = \{0;1\}$

Fonction NON :

$X \longrightarrow \overline{X}$

X	$\overline{X}$
0	1
1	0

Fonction ET :

A	B	A.B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Fonction OU :

A	B	A+B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Propriété et théorème

Elements neutres :

$A.1 = A$ Donc 1 est neutre dans la fonction ET
$A+0 = A$

Commutativité

$A.B = B.A$
$A+B = B+A$

Associativité :

$A+(B+C) = (A+B)+C$
$= A+B+C$
$A.(B.C) = (A.B).C$
$= A.B.C$

Distributivité :

$A.(B+C) = A.B + A.C$
$A+(B.C) = (A+B).(A+C)$

Idempotence

$A.A = A$
$A+A = A$
$A.A\ldots A = A$
$A+A+\ldots+A = A$

Complement :

$\overline{\overline{A}} = A$

$A + \overline{A} = 1$

$A \cdot \overline{A} = 0$

Théorème de Morgan :

$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$

$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$

$\overline{A \cdot B \ldots Y \cdot Z} = \overline{A} + \overline{B} + \ldots + \overline{Y} + \overline{Z}$

$\overline{A + B + \ldots + Y + Z} = \overline{A} \cdot \overline{B} \ldots \overline{Y} \cdot \overline{Z}$

Absorption :

$A + A \cdot B = A$

$A \cdot (A + B) = A \cdot A + A \cdot B = A + AB = A$

Absorption du complement :

$A + \overline{A} B = A + B$

$A (\overline{A} + B) = A \cdot \overline{A} + A \cdot B = A \cdot B$

Théorème des consensus :

$AB + \overline{A} C + BC = AB + \overline{A} C$

$(A + B) \cdot (\overline{A} + C) \cdot (BC) = (A + B) \cdot (\overline{A} + C)$

Exemples :

$$F = \left[A\bar{B}\left(C + BD\right) + \bar{A}\bar{B}\right]C$$

$$= \left[A\bar{B}C + \cancel{A\bar{B}BD} + \bar{A}\bar{B}\right]C$$

$$= \left(A\bar{B}C + A\bar{B}\right)C$$

$$= A\bar{B}CC + A\bar{B}C$$

$$= A\bar{B}C + \bar{A}\bar{B}C$$

$$= \bar{B}C\left(A + \bar{A}\right)$$

$$= \bar{B}C$$

$$G = BD + B\left(D + E\right) + \bar{D}\left(D + F\right)$$

$$= BD + \cancel{BD} + B.E + \cancel{\bar{D}.D} + F\bar{D}$$

$$= B.D + B.E + F.\bar{D}$$

$$H = \overline{(A+B).\left(\overline{\bar{C} + A}\right)}$$

$$= \overline{(A+B)} + \left(\overline{\overline{\bar{C} + A}}\right)$$

$$= \left(\bar{A}.\bar{B}\right) + \left(C + \bar{A}\right)$$

$$= \bar{A}\bar{B} + \bar{C} + A$$

$$= A + \bar{B} + C$$

Principe de dualité

Tout expression logique demeure vraie si l'on remplace les "ou" par des "et" et les 0 par des 1 et reciproquement.

II Fonctions logiques

1) Definition

Une fonction logique se presente comme une association de "ou" logique et de "et" logique. Si l'expression est une somme de "et", la forme est dite disjonctive.

Exemple : $F(x, y, z) = x y + \bar{x} z + \bar{y} x y$
est disjonctive.

Si l'expression est un produit de "ou", la forme est dite conjonctive.

Exemple : $F(x, y, z) = (x + y).(\bar{x} + z).(\bar{y} + z)$
est conjonctive

Une fonction est normale ou canonique si chaque terme contient toutes les variables.

Exemple : $F(x, y, z) = x y \bar{z} + x \bar{y} z + x \bar{y} \bar{z}$
est canonique disjonctive

$F(x, y, z) = (x + y + z).(\bar{x} + \bar{y} + z)$
est canonique conjonctive

2) Representation des fonctions logiques

a) Table de vérité

Un table de vérité est une table qui donne état en une fonction pour chacune des combinaisons les états des variables

Exemple :

$f(A, B, C)$

A	B	C	$f(A, BC)$	
0	0	0	1	$= \bar{A}\bar{B}\bar{C}$
0	0	1	0	$= A + B + \bar{C}$
0	1	0	0	$= A + \bar{B} + C$
0	1	1	1	$\bar{A} B C$
1	0	0	0	$\bar{A} + B + C$
1	0	1	1	$A \bar{B} C$
1	1	0	0	$\bar{A} + \bar{B} + C$
1	1	1	1	ABC

Forme disjonctive de f :

Lecture sur les 1 :

Donc $f(A, B, C) = (\bar{A}\bar{B}\bar{C}) + (\bar{A}BC) + (A\bar{B}C) + (ABC)$

Forme conjonctive :

Lecture sur les 0 :

Donc $f(A, B, C) = (A + B + \bar{C})(A + \bar{B} + C)(\bar{A} + B + C)(\bar{A} + \bar{B} + C)$

Exemple 2 :

$$f(A,B,C) = \underbrace{(A\bar{B}C)}_{101} + \underbrace{(\bar{A}BC)}_{011} + \underbrace{(\bar{A}B\bar{C})}_{010}$$

A	B	C	f(A,B,C)	
0	0	0	0	$\leftarrow (0)_{10}$
0	0	1	0	$\leftarrow (1)_{10}$
0	1	0	1	$\leftarrow (2)_{10}$
0	1	1	1	$\leftarrow (3)_{10}$
1	0	0	0	$\leftarrow (4)_{10}$
1	0	1	1	$\leftarrow (5)_{10}$
1	1	0	0	$\leftarrow (6)_{10}$
1	1	1	0	$\leftarrow (7)_{10}$

b) Expression numerique

On peut écrire la fonction f de l'exemple precedent comme :

$$f(A,B,C) = \sum(2;3;5)$$

ou $f(A,B,C) = \prod(0,1,4,6,7)$

Exemple :

$$f(A,B,C,D) = \sum(2,7,9,12)$$

$2 = (0010)_2$ $\quad$ $12 = (1100)_2$

$7 = (0111)_2$

$9 = (1001)_2$

Donc $f(A,B,C,D) = (\bar{A}\bar{B}C\bar{D}) + (\bar{A}BCD) + (A\bar{B}\bar{C}D) + (AB\bar{C}\bar{D})$

Donc

A	B	C	D	f(A,B,C,D)
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1

A	B	C	D	f(A,B,C,D)
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

III Operateurs élémentairs

1) Convention logique

Logique positive :

0 ⟶ 0 Volt
1 ⟶ 5 Volt

Logique negative :

0 ⟶ 5 Volt
1 ⟶ 0 Volt

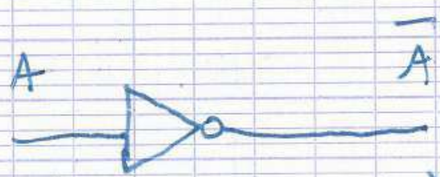
En informatique, les 0 et des 1 sont symbolisés par des tensions electriques

2) Operateur logique elementaire

a) Operation NON

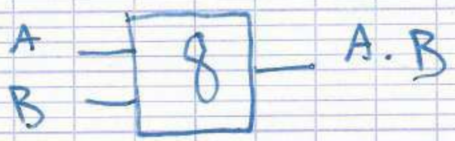
$A \longrightarrow \overline{A}$

(norme européenne)

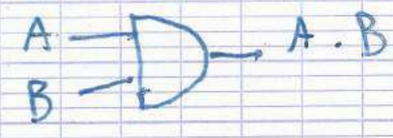


(norme americaine)

b) Operateur ET



(EU)

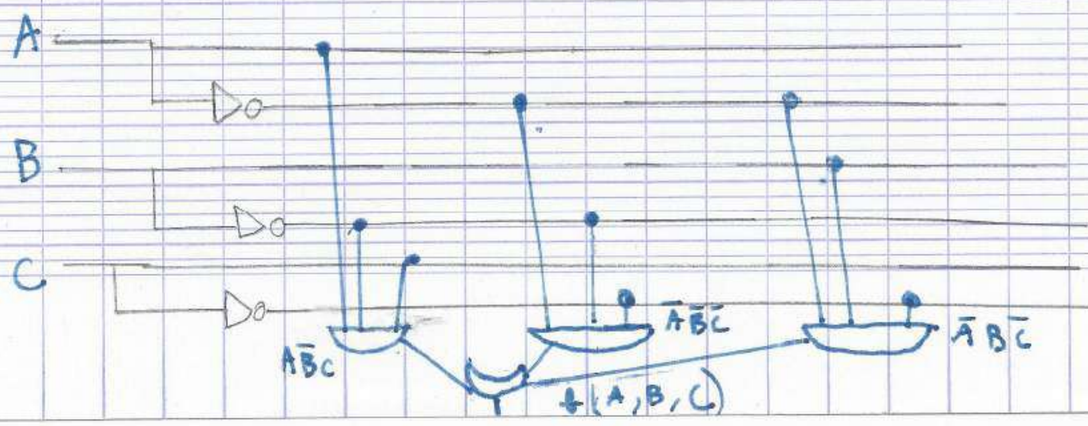


(US)

c) Operation OU

Exemple :

$$f(A,B,C) = A\overline{B}C + \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}B\overline{C}$$

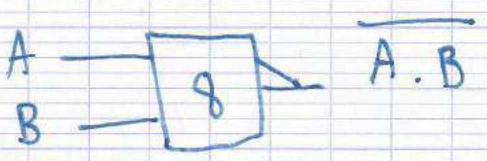


3) Autre operateurs utiles

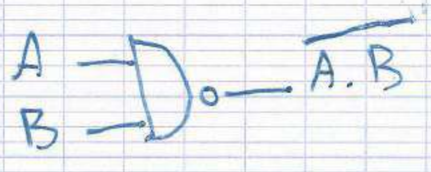
a) Operateur NON ET (NAND)

$f(A,B) = \overline{A.B} = A|B$

A	B	$\overline{A.B}$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0



(EU)



(US)

Le NAND est commutatif, $\overline{A.1} = \overline{A}$, $\overline{A.A} = \overline{A}$
n'est pas associatif

Lorsque l'on ne peut pas faire de NON,
on peut utiliser $\overline{A.A} = \overline{A}$

b) Operateur NON OU (NOR)

$f(A,B) = \overline{A+B} = A \downarrow B$

A	B	$\overline{A+B}$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Exemple :

$f(A,B,C) = 1$ si ABC en base 2 est ≥ 4

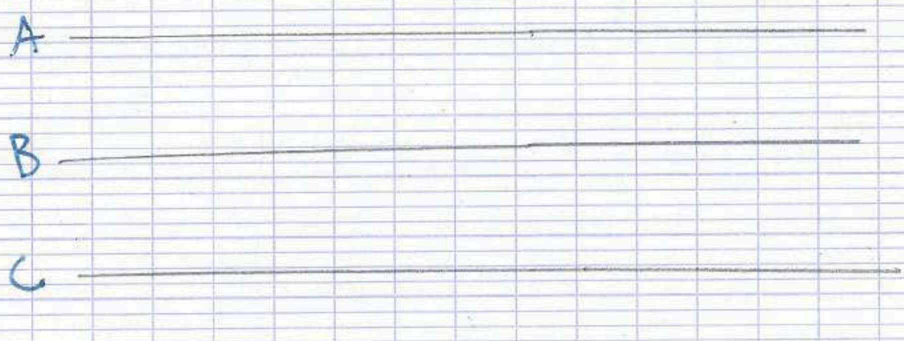
Table de vérité :

A	B	C	f(A,B,C)
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Canonique disjonctive :

$$f(A,B,C) = A\bar{B}C + AB\bar{C} + ABC + A\bar{B}\bar{C}$$

Schema électrique avec des NAND :



c) Operateur OU EXCLUSIF (XOR)

C'est une fonction qui prend la valeur 1 quand une seule des variable est à 1

A	B	$A \oplus B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

(US)

(EU)

$A \oplus B = \overline{A} B + A \overline{B}$

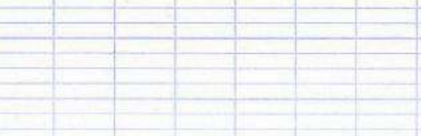
↳ commutatif
↳ element neutre : 0
↳ Associatif

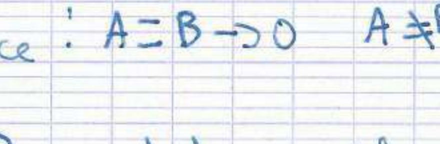
Comparateur de difference : $A = B \to 0$ $A \neq B \to 1$

Detecteur d'imparité : Permet de verifier qu'on a bien la même chose à l'entrée et à la sortie d'un circuit.
Applicable a X variables.

d) Operateur NON OU EXCLUSIF (XNOR)

A	B	$\overline{A \oplus B}$ ou $A \odot B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1





$\overline{A \oplus B} = \overline{A}\,\overline{B} + AB$

Detecteur de parité
Detecteur d'egalité

Exemple: Realiser un circuit où $f(A;B;C)=1$ pour un nombre impaire de 1.

1) Table de verité
2) Expression disjonctif
3) Circuit avec un minimum de portes logiques

A	B	C	$f(A;B;C)$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

$$f(A,B,C) = \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + ABC$$

$$= \bar{A}\underbrace{(\bar{B}C + B\bar{C})}_{XOR} + A\underbrace{(\bar{B}\bar{C} + BC)}_{XNOR}$$

$$= \bar{A}(B \oplus C) + A(\overline{B \oplus C})$$

On pose $B \oplus C = X$

Donc $f(A,B,C) = \bar{A}X + A\bar{X}$

$= A \oplus X$

$= A \oplus B \oplus C$

Les portes XOR et XNOR ne peuvent avoir que 2 entrées.

Chapitre III : Simplification de fonctions logiques

Quand on conçoit un circuit, on cherche à avoir une taille minimale, de la rapidité et avec une consommation minimale

Il y a plusieurs methodes de simplification
- La methode algebrique (pour les choses simples)
- le diagramme de Karnaugh (entre 3 et 6 variables).
- Methodes logiciels/programmable (plus de 6 variables) (non etudié)

I) Principe de la methode de Karnaugh

C'est une methode graphique qui consiste à mettre en evidence la simplification suivante :

$AB + \overline{A}B = B$

Les termes AB et $\overline{A}B$ sont adjacent

2 termes sont adjacent quand ils different l'un et l'autre par une seule variable

Un diagrame de Karnaugh est une table de verité disposé de tel manière que 2 termes logiquements adjacent soit aussi adjacent geometriquement.

II Construction des tableaux de Karnaugh

Pour une fonction de n variables, le tableau comporte 2^n cases.
Les contraintes d'adjacences des tables du tableau de Karnaugh sont realisé si les lignes et les colonnes respectent la succession des états d'un code à distance unité comme le code de Gray

Code de Gray

2 variables.

0	0
0	1
1	1
1	0

3 variables

0	0	0
0	0	1
0	1	1
0	1	0
1	1	0
1	1	1
1	0	1
1	0	0

Exemple à 3 variable :

A \ BC	00	01	11	10
0				
1				

ou

AB \ C	0	1
00		
01		
11		
10		

4 variables :

AB \ CD	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

III Representation d'une fonction logique dans un tableau de Karnaugh

$$f(A, B, C) = A\bar{B}C + \bar{A}\bar{B}C + AB\bar{C} + ABC$$

A \ BC	00	01	11	10
0	0	1	0	0
1	0	1	1	1

$$f(A, B, C, D) = \sum (2;5;7;9;10;11)$$

AB \ CD	00	01	11	10
00	0	0	0	1
01	0	1	1	0
11	0	0	0	0
10	0	1	1	1

IV Regles de simplification

1 - On peut regrouper qu'un nombre de case correspondant à une puissance de 2 exacte

AB \ CD	00	01	11	10
00				1
01		1	1	
11				
10		1	1	1

2 - Le groupement de 2^n cases doit être en rectangle

3 - La taille du groupement et le nombre de variable de son expression sont liés

4 - Il faut utiliser tous les 1 au moins une fois dans les groupements. Le resultat est donné par la reunion des differents groupement

Pour obtenir une expression simplifié minimale, il faut simultanement rechercher les groupements les plus grand, et rechercher les groupements en commençant par les cases qui n'ont qu'une seule facon de se grouper.

Exemples :

$$f(A,B,C) = \bar{A}BC + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + ABC$$

A \ BC	00	01	11	10
0			1	
1	1	1	1	

$$A\bar{B} + BC$$

$$f(A,B,C,D) = \Sigma(0,2,4,5,8,10,12,13)$$

AB \ CD	00	01	11	10
00	1			1
01	1	1		
11	1	1		
10	1			1

$$\bar{B}\bar{D} + B\bar{C}$$

V Fonctions incomplètement définies

Certaines combinaisons de variables peuvent ne pas exister. Ces combinaisons non defini ou interdite est noté ϕ.

Exemple :

Soit un chiffre decimal N traduit en binaire par 4 variables a b c d. La sortie du système sera égal à 1 si $N \leq 5$.

A	B	C	D	f(A,B,C,D)
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	ϕ
1	0	1	1	ϕ
1	1	0	0	ϕ
1	1	0	1	ϕ
1	1	1	0	ϕ
1	1	1	1	ϕ

AB \ CD	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	1	1	0	0
11	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ
10	0	0	ϕ	ϕ

$$f(A,B,C,D) = \overline{A}\,\overline{C} + \overline{B}\,C$$

VI Tableau à 5 variables

$AB \backslash CDE$	000	001	011	010	110	111	101	100
00					1			1
01	1		1			1		1
11	1		1	1	1	1		1
10								

Exemple :

$$f(A,B,C,D,E) = \sum(2, 7, 9, 11, 12, 13, 15, 18, 22, 24, 25, 27, 28, 29, 31)$$

$AB \backslash CDE$	000	001	011	010	110	111	101	100
00				1		1		
01		1	1			1	1	1
11	1	1	1			1	1	1
10				1	1			

$$f(A,B,C,D) = A\bar{B}D\bar{E} + \bar{B}CD\bar{E} + \bar{A}CDE$$
$$+ BE + AB\bar{D} + BC\bar{D}$$

Chapitre IV Circuits combinatoires

I Transcodage

Ce mot designe l'ensemble des codeurs decodeurs, convertisseurs de codes.
Ces circuits transforment une information presente à l'entrée (code1) en la même information presente à leur sortie (code2)

1) Codeurs

Un circuit à 2^n entrées, n sorties

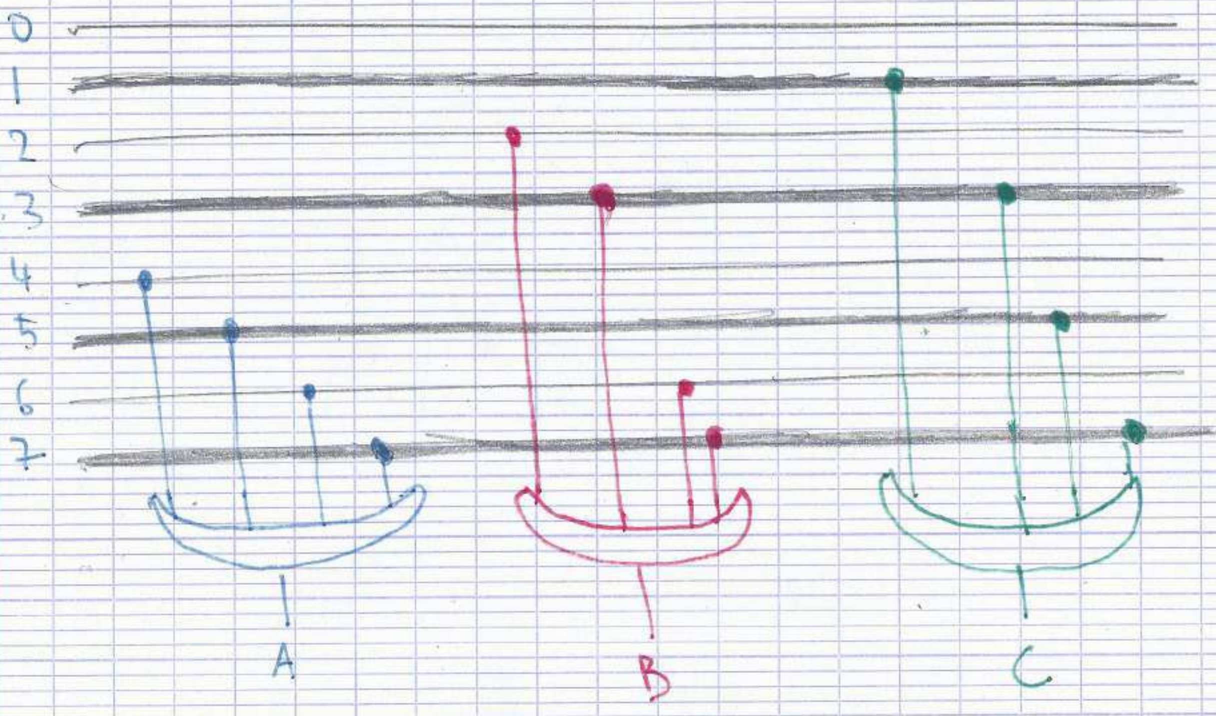
exemple : $n = 3$
2^3 entrées
3 sorties

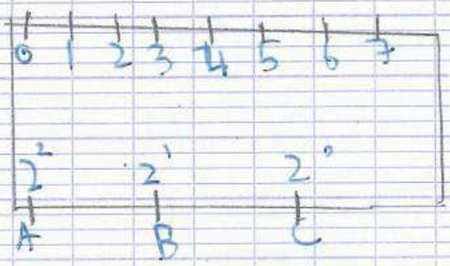
entrée	A	B	C
0	0	0	0
1	0	0	1
2	0	1	0
3	0	1	1
4	1	0	0
5	1	0	1
6	1	1	0
7	1	1	1

$A = 4 + 5 + 6 + 7$

$B = 2 + 3 + 6 + 7$

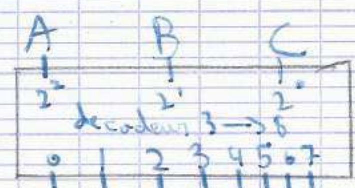
$C = 1 + 3 + 5 + 7$



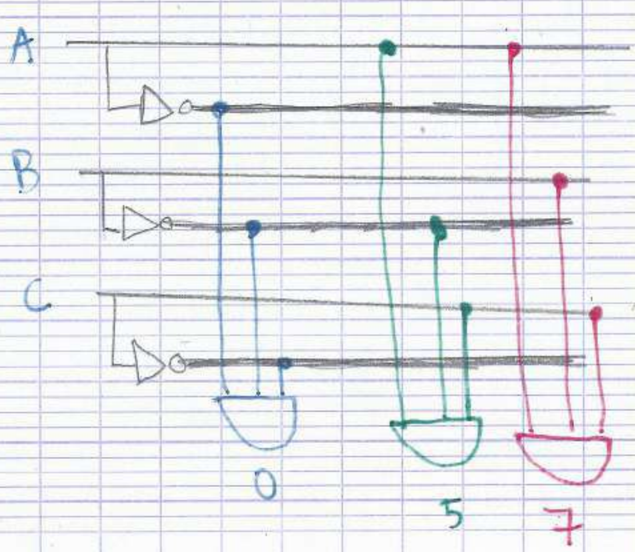


2) Decodeurs

n entrées 2^n sorties

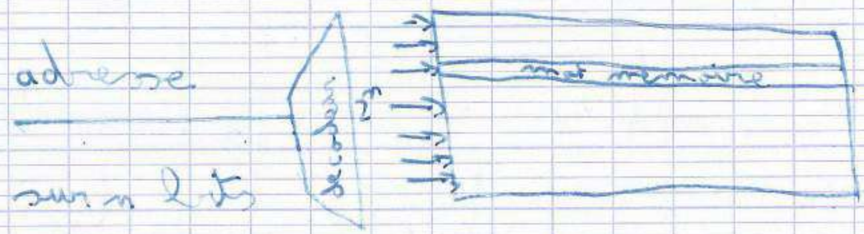


A	B	C	sortie
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	2
0	1	1	3
1	0	0	4
1	0	1	5
1	1	0	6
1	1	1	7



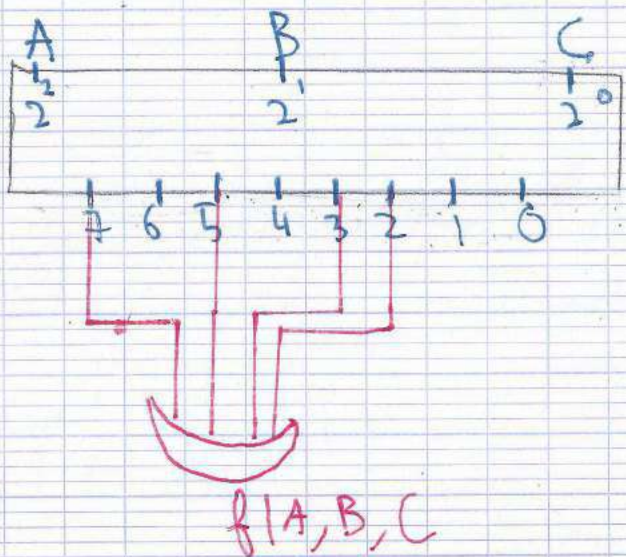
Applications :

Adressage memoire



Generateur de fonction :

$$f(A,B,C) = \Sigma(2,3,5,7)$$



II Circuit d'aiguillage

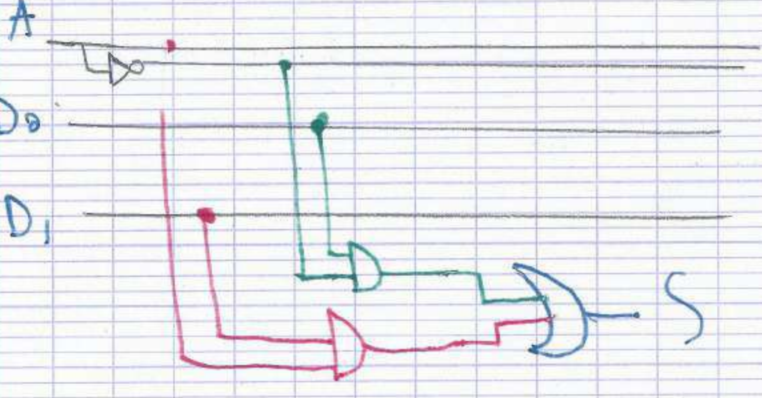
1) Multiplexeurs

Un multiplexeur est un circuit à 2^n entrées informations, n entrées adresse et une seule sortie

Exemples :

2 entrées information
1 entrée adresse

$$S = D_0\bar{A} + D_1 A$$



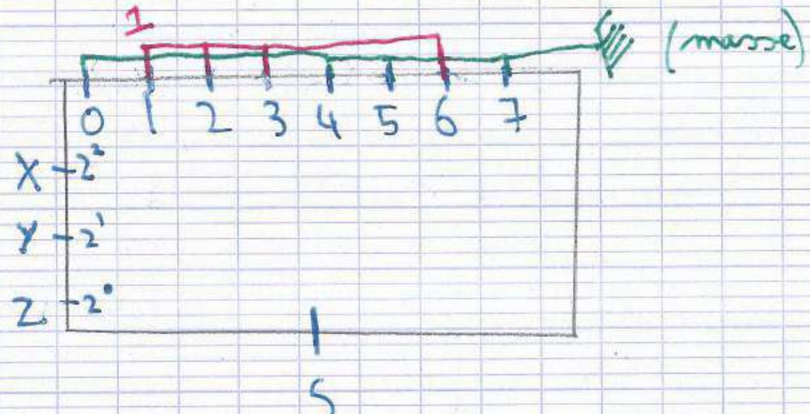
4 entrées information
2 entrées adresse

$$S = \bar{A}_1\bar{A}_0 D_0 + \bar{A}_1 A_0 D_1 + A_1\bar{A}_0 D_2 + A_1 A_0 D$$

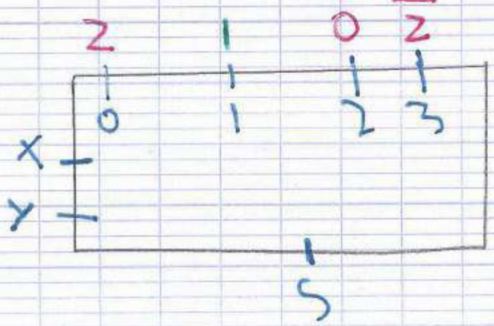
Application : Conversion parallèle serie (transforme un circuit en parallèle en un circuit en serie)
Generateur de fonction

Exemple : $f(x,y,z) = \underset{1}{\bar{x}\bar{y}z} + \underset{2}{\bar{x}y\bar{z}} + \underset{3}{\bar{x}yz} + \underset{6}{xy\bar{z}}$

On réalise la fonction grace à un multiplexeur à 3 entrées adresse.



On le réalise avec 2 entrées adresse



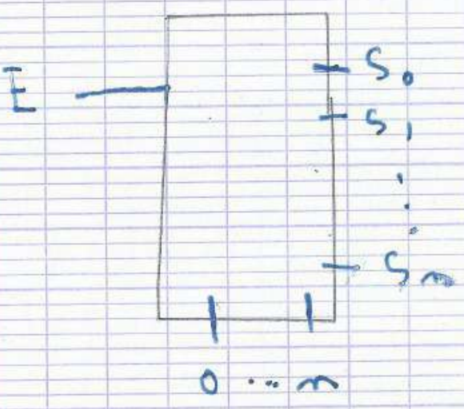
$$f(x,y,z) = \underset{0}{\boxed{\bar{x}\bar{y}}}z + \underset{1}{\boxed{\bar{x}y}}\bar{z} + \underset{1}{\boxed{\bar{x}y}}z + \underset{3}{\boxed{xy}}\bar{z}$$

$\bar{x}y(z+\bar{z})$

2) Démultiplexeur

Il a 1 entrée information, n entrées adresse et 2^n sorties.

Application : Conversion série parallèle

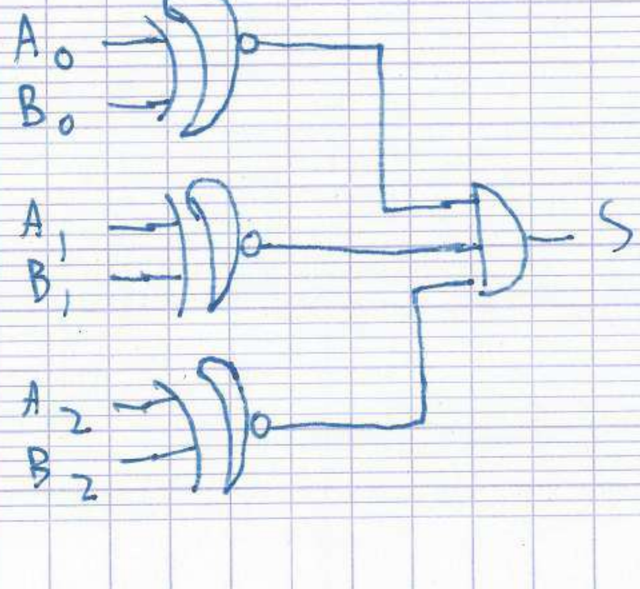


III. Comparateur

1) Comparateur d'égalité

$A\ (A_2, A_1, A_0)$

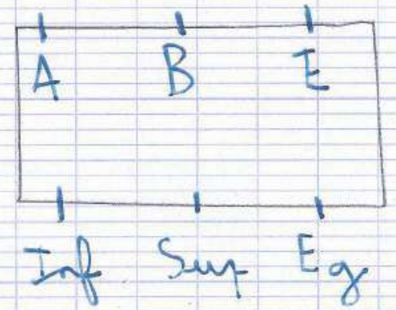
$B\ (B_2, B_1, B_0)$



2) Comparateur complet

Sup $A > B$
Inf $A < B$
Eg $A = B$

$A \left(A_2 \; A_1 \; A_0 \right)$
$B \left(B_2 \; B_1 \; B_0 \right)$

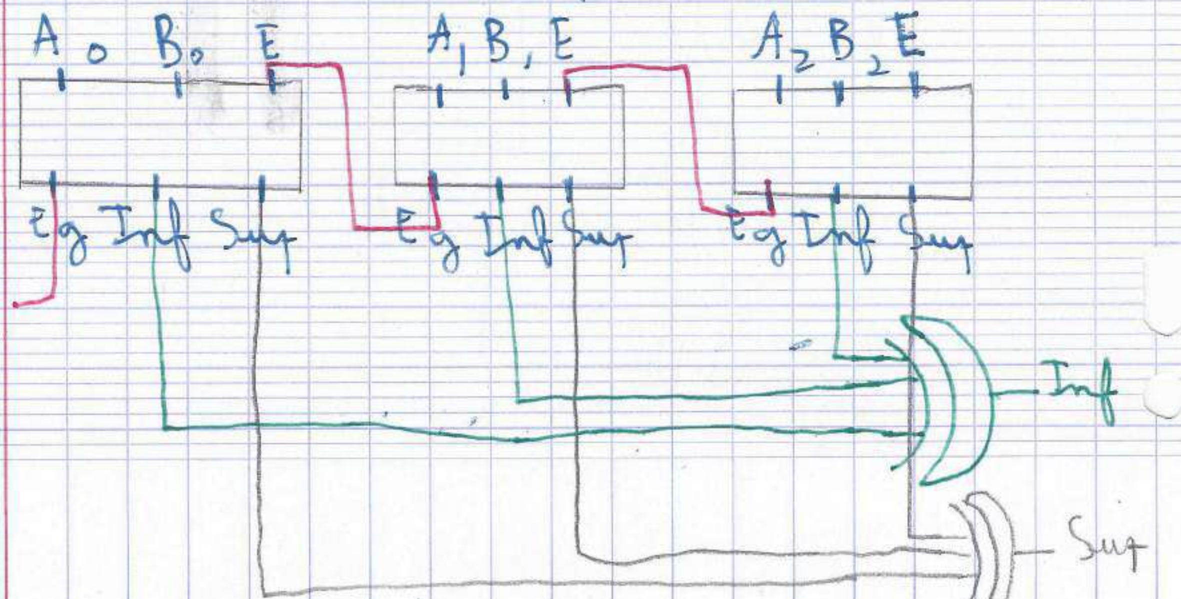


E	A_i	B_i	Inf	Sup	Eg
1	0	0	0	0	1
1	0	1	1	0	0
1	0	0	0	1	0
1	0	1	0	0	1
0	X	X	0	0	0

$$Inf = E \, \overline{A_i} \, B_i$$

$$Sup = E \, A_i \, \overline{B_i}$$

$$Eg = E \left(\overline{A_i} \, \overline{B_i} + A_i B_i \right)$$
$$= E \left(\overline{A_1 \oplus B_1} \right)$$



Avantage : Structure régulière

Désavantage : Temps de fonctionnement non fixe.

IV. Additionneur

A	B	retenu	Σ
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

$$\Sigma = A \oplus B$$
$$\text{retenu} = A \cdot B$$

$$A \; (A_2 \, A_1 \, A_0)$$
$$B \; (B_2 \, B_1 \, B_0)$$

$$\begin{array}{cccccc}
 & r_2 & & r_1 & & \\
 & A_2 & & A_1 & & A_0 \\
 & B_2 & & B_1 & & B_0 \\
\hline
r_3 & \Sigma_2 & r_2 & \Sigma_1 & r_1 & \Sigma_0
\end{array}$$

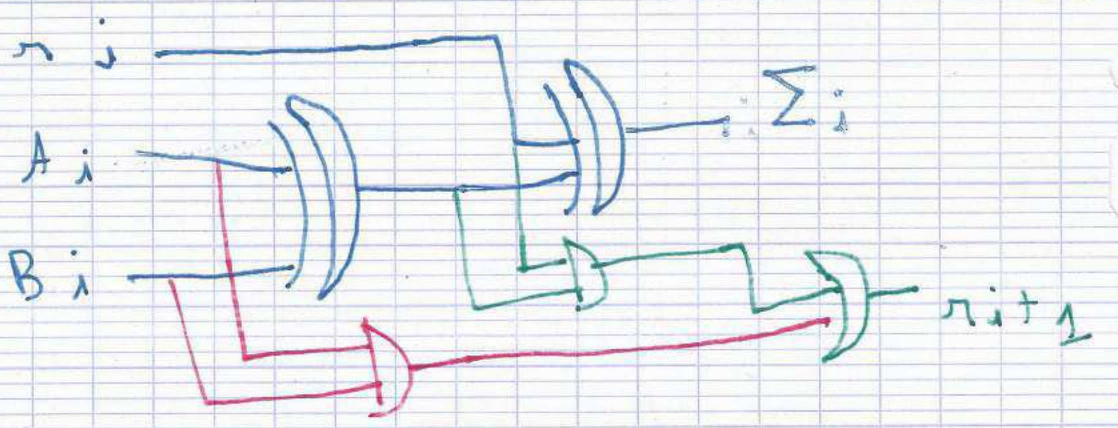
r_i	A_i	B_i	r_{i+1}	Σ_i
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

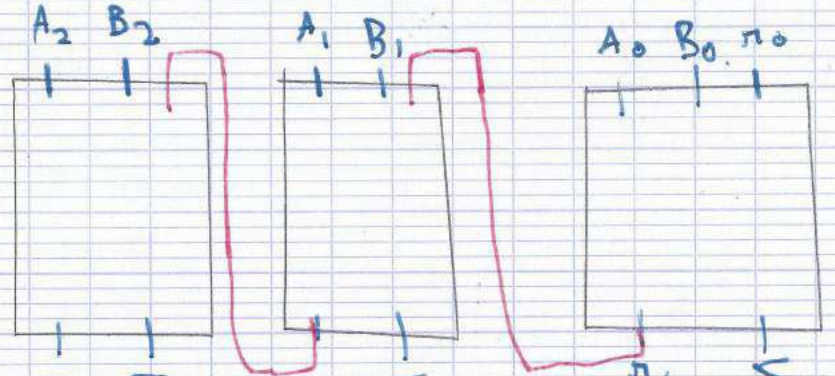
$$\Sigma_i = \overline{r_i}\left(A_i \overline{B_i} + A_i B_i\right) + r_i\left(\overline{A_i}\,\overline{B_i} + A_i B_i\right)$$
$$= r_i \oplus A_i \oplus B_i$$

$$r_{i+1} = \bar{r}_i A_i B_i + r_i \bar{A}_i B_i + r_i A_i \bar{B}_i + r_i A_i B_i$$

$$= r_i\left(\bar{A}_i B_i + A_i \bar{B}_i\right) + A_i B_i\left(\bar{r}_i + r_i\right)$$

$$= r_i\left(A_i \oplus B_i\right) + A_i B_i$$





↳ Addition à propagation de retenu

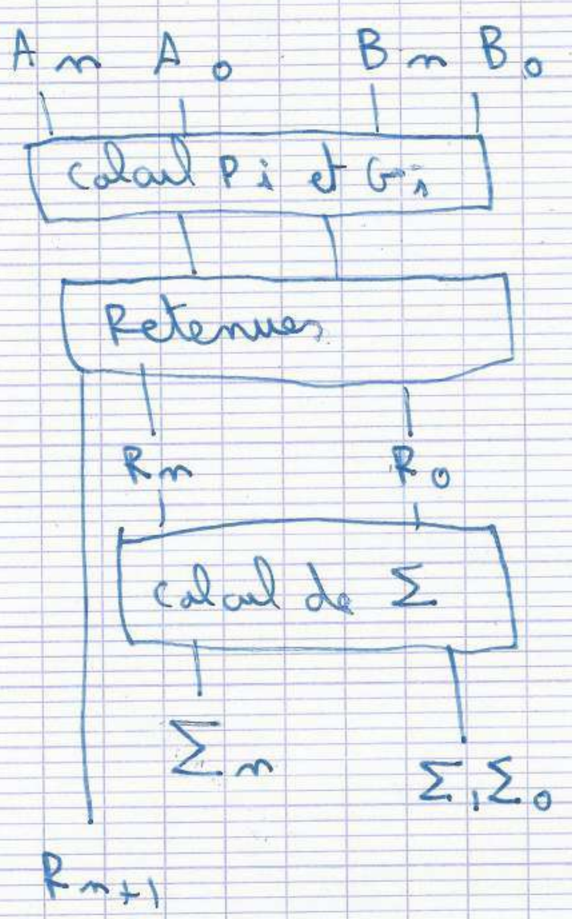
Desavantage : les calcules sont fait en cascade (tous les nombres n'arrivent pas en même temps)

$$r_{i+1} = A_i B_i + r_i (A_i \oplus B_i)$$

$$P_i = A_i + B_i$$
$$G_i = A_i B_i$$

$$r_{i+1} = G_i + r_i P_i$$

$$r_1 = G_0 + r_0 P_0$$
$$r_2 = G_1 + r_1 P_1$$
$$= G_1 + (G_0 + r_0 P_0) P_1$$
$$= G_1 + G_0 P_1 + r_0 P_0 P_1$$



↳ Addition à calcul de retenue anticipée