EFREI L1-A,B,C,D **Algèbre générale : Nombres et Structures**

DE n°2 Janvier 2011

Corrigé succinct et barème **(124 pts en tout)**

Questions de cours : 13 points

Exercice 1 : 4 points

F de VF dans RNIPP n'est pas une application(des personnes vivant en France n'ont pas de numéros sécu) ; F de Nf dans Rnipp est une application, non injective (un centenaire et un bébé peuvent avoir le même numéro) mais surjective (tout numéro correspond à au moins une personne née en France)

Exercice n°2 : 3 points

ISBN complet : 9782842008864

Exercice n°3 :13 pts

2010*2015=2*3*5^2*13*31*67 a (1+1)*(1+1)*(2+1)*(1+1)*(1+1)*(1+1)=96 diviseurs (**5 points)**
PGCD(2010,2015)= 5 (**2 points)** reste division de 2010^2015 par 11 est 10 (**6 pts)**

Exercice n°4 :22 pts

Pour transporter les 1148 participants au WEI 2011 avec x cars de 34 et y cars de 62 places : 34x+62y=1148 ; d'où 17x+31y= 574, où 17 et 31 sont premiers entre eux ; or, par euclide et bezout, -6(31)+11(17)=1 ; d'où 17(x-6314)=-31(y+3444). Donc, d'après gauss, x=6314+31k et y=-3444-17k, k entier relatif tel que x et y soient positifs ou nuls. D'où k=-203, et, finalement x=21 et y=7

Exercice n°5 :44 pts

nombres formés de 4 chiffres (en base 10, sans 0 à gauche) : 9000 **(1pt)** dont
4 chiffres tous distincts 9*9*8*7 = 4536 **(2pts)**
4 chiffres croissants de gauche à droite : 495 **(7 pts)**
4 chiffres décroissants de gauche à droite : 715 moins 1 (le nombre 0000 est exclus) soit 714 (**8 pts)**
4 chiffres croissants strictement : 126 **(8pts)**
4 chiffres décroissants strictement : 210 **(8pts)**
4 chiffres abcd dont la somme soit égale à 9 ; alors a+b+c+d=9, posons a'=a-1 ; alors a'+b+c+d=8 ; cas de diophante il ya donc (4-1) parmi (8+4-1) solutions soit 165 solutions **(5 pts)** 4 chiffres dont 2 (et 2 seulement) sont égaux : de la forme aabc : 9*1*9*8 choix, ou abac, ou abca, de la forme abbc 9*9*1*8 choix, de même pour abcb et abcc ; soit finalement 3888 **(5pts)**

Exercice n°6 :14 pts

La relation « plus fine » est une relation d'ordre dans R car
Réflexive $\forall(x,y)\in E^2, x\,r\,y \Rightarrow x\,r\,y$.
Antisymétrique car : si r « plus fine » r' alors $\forall(x,y)\in E^2, x\,r\,y \Rightarrow x\,r'\,y$ et r' « plus fine » r alors $\forall(x,y)\in E^2, x\,r'\,y \Rightarrow x\,r\,y$; donc $\forall(x,y)\in E^2, x\,r\,y \Leftrightarrow x\,r'\,y$ donc r=r'
Transitive car r « plus fine » r', $\forall(x,y)\in E^2, x\,r\,y \Rightarrow x\,r'\,y$, et r' « plus fine » r'', $\forall(x,y)\in E^2, x\,r'\,y \Rightarrow x\,r''\,y$, donc $\forall(x,y)\in E^2, x\,r\,y \Rightarrow x\,r''\,y$, donc r « plus fine »r''.
La relation « égale » vérifient bien ces 3 propriétés et est donc bien une relation d'ordre. Or pour tout r de R, « égale » est « plus fine » que r car $\forall(x,y)\in E^2, x = y \Rightarrow x\,r\,y$, avec x=y en effet x r x car r est un ordre donc réflexif. « égale » est donc minorant de R et appartient à R, c'est donc le plus petit élément de R

Enigme:(11pts)

La somme S à partager est S=N^2, répartie 20 euros par 20 euros entre les 2 frères jusqu'au dernier partage où il reste r euros donc r= S [20]. Or r est compris nécessairement entre 10 et 19, car l'aîné prend 10 euros et en laisse moins que 10 au cadet; Soit d le dernier chiffre de N (en base 10). N=10k+d ; alors r=d^2 [20] ; or d^2 [20] est entre 10 et 19 uniquement pour d=4 ou d=6. Alors r=16 nécessairement. Au dernier tour, le cadet ne peut prendre que 6 euros, il en a donc 4 de moins que l'aîné, qui pour compenser lui donne un couteau qui vaut donc 2 euros.