

Questions de cours (*pas de démonstration ; uniquement les énoncés et les résultats*)

Dans quel(s) cas l'implication $P \Rightarrow Q$ est-elle fautive ?

Quel est le nombre de sous-ensembles dans un ensemble de cardinal n ?

Quel est le cardinal du produit cartésien de deux ensembles A et B ?

Quelles sont les racines de $x^3 = 1$?

A quelle (belle) condition 3 points distincts d'affixes respectives a , b et c sont-ils alignés ?

Énoncer la formule de Moivre ; énoncer les formules d'Euler relatives aux cosinus et sinus.

Définir la division euclidienne du polynôme A par le polynôme B .

Quelle est la valeur de $1 + q + q^2 + \dots + q^n$ en fonction du nombre q ?

Définir une partition d'un ensemble.

Exercice 1 :

-Écrire, sous une forme mathématique, la phrase : « il y a un seul étudiant à l'EFREI membre de Facebook et de Twitter » ; écrire ensuite son contraire.

-Quand l'assertion $(A \text{ et } ((A \text{ ou } B) \Rightarrow (A \text{ et } B))) \Rightarrow (A \text{ ou } B)$ est-elle vraie, en fonction des assertions A et B ?

-Montrer qu'une implication est équivalente à sa contraposée.

Exercice 2 : Quelles sont, en représentation algébrique, les racines de l'équation :

$(2+i)z^2 + (2-9i)z - 15+5i = 0$? (dans les calculs intermédiaires numériques, on ne rencontre que des nombres entiers.. et la racine carrée de 4225 est évidemment 65 ☺). Soient A et B les points ayant ces racines pour affixes ; soit C le point d'affixe $(4+4i)$ et D le point d'affixe $(5-i)$; quelles sont les natures des triangles ABC et ABD ?

Exercice 3 : Quel est l'ensemble des points d'affixe z vérifiant l'équation $z^2 + \lambda.z + 1 = 0$, pour toutes les valeurs réelles du paramètre λ ?

Exercice 4 : On considère le polynôme à coefficients réels $P(X) = X^4 + X^3 + 3X^2 + 2X + 2$. Montrer qu'il a deux racines imaginaires pures ; en déduire l'ensemble de ses racines ; représenter dans le plan complexe les points ayant ces racines pour affixes.

Exercice 5 : Quel est le reste de la division euclidienne de $(X \sin \phi + \cos \phi)^{10}$ par $(X^2 + 1)$?

Exercice 6 : Soit le corps noté \mathbf{F}_2 formé des nombres 0 et 1, muni des lois d'addition correspondant au OU exclusif et de multiplication correspondant au ET. On considère les polynômes $A(X)$ et $B(X)$, à coefficients dans ce corps :

$$A(X) = X^6 + X^5 + X^4 + X^3 + X^2 + X \text{ et } B(X) = X^5 + X^4 + X^3 + 1.$$

Effectuer la somme et le produit de ces polynômes. Effectuer la division euclidienne de $A(X)$ par $B(X)$. Effectuer la division selon les puissances croissantes à l'ordre 4 de $A(X)$ par $B(X)$. Calculer un polynôme $D(X)$, PGCD de $A(X)$ et $B(X)$. Calculer des polynômes $U(X)$ et $V(X)$, appelés coefficients de Bezout, tels que $A(X).U(X) + B(X).V(X) = D(X)$.