

Documents non autorisés, aucun appareil électronique n'est autorisé y compris la calculatrice.

Toute question dont le numéro aura été changé ne sera pas corrigée.

Il est vivement conseillé d'encadrer les résultats.

### Exercice 1

- 1) Ecrire la contraposée de : "f est dérivable  $\Rightarrow$  f est continue". ✓
- 2) Ecrire la négation de : "tout entier pair est divisible par 4".

### Exercice 2

- 3) On note  $X \uparrow Y = \overline{(X \wedge Y)}$  que l'on lit X nand Y. Donner une expression de  $\overline{\overline{X \uparrow X}}$  qui ne contienne que le connecteur  $\uparrow$ .  $\overline{\overline{X \uparrow X}}$
- 4) Donner une expression de  $X \wedge Y$  qui ne contienne que le connecteur  $\uparrow$ .  $\overline{X \uparrow Y}$
- 5) Donner une expression de  $X \vee Y$  qui ne contienne que le connecteur  $\uparrow$ .  $\overline{\overline{X \uparrow Y}}$

### Exercice 3

- 6) Sur  $\mathbb{R}^2$  on définit la relation suivante:  $(x_1, x_2)R(y_1, y_2)$  si et seulement si  $x_2 - x_1 = y_2 - y_1$ . Montrer que R est une relation d'équivalence sur  $\mathbb{R}^2$ .

### Exercice 4

On considère l'équation diophantienne  $ax + by = c$  que l'on note (\*). Les valeurs numériques sont:  $a = 7, b = -11$  et  $c = 6$ .

- 7) Calculer le PGCD de a et b grâce à l'algorithme d'Euclide. - |
- 8) Ecrire l'équation  $a'x + b'y = c'$  (\*) obtenue en divisant (\*) par le PGCD de a et b.
- 9) Donner une relation de Bézout liant  $a'$  et  $b'$ .
- 10) En déduire une solution  $(x_0, y_0)$  de (\*). **Tourner la page SVP.**

-18, -12



✓ 11) Sachant que dans l'égalité  $a'(x - x_0) = b'(y_0 - y)$  on a nécessairement  $b' \mid (x - x_0)$  donner l'expression de  $x$  en fonction des valeurs numériques des questions précédentes et d'un entier quelconque  $k \in \mathbb{Z}$ .  $x = 11k - 12$

✓ 12) Faire de même pour  $y$ .  $y = -12 + 7k$

### ✓ Exercice 5

13) On considère le polynôme de  $\mathbb{C}[X]$  suivant:  $X^2 - X + 1$ , quelle est sa décomposition en produit de polynômes unitaires et irréductibles sur  $\mathbb{C}$ ?  $(x + \frac{1}{2})(x + \frac{1}{2})$  avec  $\frac{1}{2} = \frac{2\pi}{3}$

14) Soit  $n$  un entier naturel, montrer que  $P = (X - 1)^{n+2} + X^{2n+1}$  est divisible par  $X^2 - X + 1$ .

### ✓ Exercice 6

15) Ecrire  $n = \underline{743}_{10}$  en base 8.  $683$

### ✓ Exercice 7

Soit la fraction rationnelle  $F = \frac{X^4 - X^2 + 1}{(X+2)^2(X+1)}$   $a = 1, b = 15, c = -13$

16) Quelle est la partie entière de  $F$ ?  $25$

17) Donner la décomposition de  $F$  en éléments simples.

### Exercice 8

18) Soit  $P \in \mathbb{K}[X]$  et  $a \in \mathbb{K}$ .

Quel est le reste dans la division euclidienne de  $P$  par  $(X - a)^2$  ?

FIN.