



Ex 1.

$$\begin{array}{r|l}
 1) & x^4 + x^2 + x + 2 \quad | \quad x^2 - 3 \\
 & - (x^4 - 3x^2) \quad | \quad x^2 - 2 \\
 \hline
 & -2x^2 + x + 2 \\
 & - (-2x^2 + 6) \\
 \hline
 & x - 4
 \end{array}$$

Deg $x - 4 <$ Deg $x^2 - 3$

donc $Q = x^2 - 2$ et $R = x - 4$

Ex 2

2) F est sous la forme $\frac{P}{G}$.

Deg F = Deg P - Deg G

A.N. Deg F = 2 - 3 = $\boxed{-1}$

↑

4) $F = \frac{x^2 - x - 1}{x(x+1)^2} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x+1} + \frac{c}{(x+1)^2}$

5) On pose: $\frac{x^2 - x - 1}{(x+1)^2} = a + \frac{bx}{x+1} + \frac{Cx}{(x+1)^2}$

On évalue en 0: $-\frac{1}{1} = \boxed{a = -1}$

↑

~~On pose: $\frac{x^2 - x - 1}{x(x+1)} = \frac{a(x+1)}{x} + b + c$~~

On pose: $\frac{x^2 - x - 1}{x} = \frac{a(x+1)^2}{x} + b(x+1) + c$

On évalue en -1:

$$-1 = \boxed{c = -1} \quad \checkmark$$

On évalue en 1:

$$-1 = 4a + 2b + c$$

A.N.

$$-1 = -4 + 2b - 1$$

$$\Leftrightarrow 4 = 2b \Leftrightarrow \boxed{b = 2} \quad \checkmark$$

d'où $F = -\frac{1}{x} + \frac{2}{x+1} - \frac{1}{(x+1)^2}$

7)
$$\begin{array}{r|l} 157 & 24 \\ 13 & 6 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r|l} 24 & 13 \\ 11 & 1 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r|l} 13 & 11 \\ 2 & 1 \end{array}$$

$$\rightarrow \begin{array}{r|l} 11 & 2 \\ 1 & 5 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r|l} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{array}$$

Le PGCD est le dernier reste avant 0.

$$\text{donc } \boxed{157 \cdot 124 = 1}$$

8) Grâce aux divisions précédentes, on sait que:

$$13 = 157 - 24 \times 6, \quad 11 = 24 - 13, \quad 2 = 13 - 11$$

On pose, grâce aux précédentes divisions, :

$$1 = 11 - 2 \times 5$$

$$\Leftrightarrow 1 = (24 - 13) - (13 - 11) \times 5$$

$$\Leftrightarrow 1 = (24 - 157 + 24 \times 6) - 5 \times 13 + 5 \times 11$$

$$\Leftrightarrow 1 = 24 \times 7 - 157 - 5(157 - 24 \times 6) + 5 \times (24 - 13)$$

$$\Leftrightarrow 1 = 24 \times 7 - 157 - 5 \times 157 + 5 \times 6 \times 24 + 5 \times 24 - 5 \times 13$$

$$\Leftrightarrow 1 = -6 \times 157 + 42 \times 24 - 5(157 - 24 \times 6)$$

$$\Leftrightarrow 1 = -6 \times 157 + 42 \times 24 - 5 \times 157 + 5 \times 6 \times 24$$

$$\Leftrightarrow 1 = -11 \times 157 + 72 \times 24$$

$$\text{d'où } \boxed{1 = 157(-11) + 24(72)}$$

9)

$$\begin{aligned} 6) \quad 3^{12} \% 10 &= \overset{27 \ 27}{(3^3 \times 3^3 \times 3^3 \times 3^3)} \% 10 \\ &= \cancel{(81 \times 81)} \% 10 \\ &= (6561) \% 10 = 1. \end{aligned}$$

$$27 \times 27 \neq 81$$