

Documents non autorisés, aucun appareil électronique n'est autorisé y compris la calculatrice.

Toute question dont le numéro aura été changé ne sera pas corrigée. Les parties de la copie rédigées au crayon à papier ne seront pas corrigées.

Il est vivement conseillé d'encadrer les résultats.

EX1

- 1) déterminer le PGCD de 2014 et 2009 grâce à l'algorithme d'Euclide.
- 2) déterminer des coefficients de Bézout u et v tels que $2014u + 2009v$ soit égal à ce PGCD.

EX2

- 3) Soit n un entier naturel, en faisant apparaître une relation de Bézout entre n et $2n+1$ montrer qu'ils sont premiers entre eux.
- 4) que vaut leur PPCM?

EX3

- 5) soit $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+^*$, $x \mapsto y = x + \sqrt{x^2 + 1}$. Donner l'expression de la bijection réciproque $f^{-1}: \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}$, $y \mapsto x$.

EX4

- 6) trouver l'ensemble des $z \in \mathbb{C}$ vérifiant l'équation $z^2 - \bar{z} + z = 0$. Pour résoudre on posera $z = x + iy$.

EX5

- 7) soit la fraction rationnelle $H = \frac{x^2}{(x-1)^3(x+1)}$. On notera a le coefficient de la partie polaire relative au pôle -1 et b, c, d les coefficients des éléments simples relatifs au pôle 1 et d'ordres respectifs $1, 2$ et 3 . Avec cette notation écrire la décomposition de H en éléments simples.
- 8) calculer a .
- 9) calculer b .
- 10) calculer c .
- 11) calculer d .

FIN.