

*Documents non autorisés, aucun appareil électronique n'est autorisé y compris la calculatrice.*

Toute question dont le numéro aura été changé ne sera pas corrigée. Les parties de la copie rédigées au crayon à papier ne seront pas corrigées.

Il est vivement conseillé d'encadrer les résultats.

EX1

- 1) déterminer le PGCD de 2014 et 2009 grâce à l'algorithme d'Euclide.
- 2) déterminer des coefficients de Bézout  $u$  et  $v$  tels que  $2014u + 2009v$  soit égal à ce PGCD.

EX2

- 3) Soit  $n$  un entier naturel, en faisant apparaître une relation de Bézout entre  $n$  et  $2n+1$  montrer qu'ils sont premiers entre eux.
- 4) que vaut leur PPCM?

EX3

- 5) soit  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+^*$ ,  $x \mapsto y = x + \sqrt{x^2 + 1}$ . Donner l'expression de la bijection réciproque  $f^{-1}: \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $y \mapsto x$ .

EX4

- 6) trouver l'ensemble des  $z \in \mathbb{C}$  vérifiant l'équation  $z^2 - \bar{z} + z = 0$ . Pour résoudre on posera  $z = x + iy$ .

EX5

- 7) soit la fraction rationnelle  $H = \frac{x^2}{(x-1)^3(x+1)}$ . On notera  $a$  le coefficient de la partie polaire relative au pôle  $-1$  et  $b, c, d$  les coefficients des éléments simples relatifs au pôle  $1$  et d'ordres respectifs  $1, 2$  et  $3$ . Avec cette notation écrire la décomposition de  $H$  en éléments simples.
- 8) calculer  $a$ .
- 9) calculer  $b$ .
- 10) calculer  $c$ .
- 11) calculer  $d$ .

FIN.