TB

Vendredi 13 Juin

CE Statistiques

1) La moyenne arithmétique $\bar{x}$ a pour formule $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{p} n_i x_i$, avec n l'effectif, p le nombre de valeurs distinctes prises par la variable x, n_i l'effectif relatif de la classe ou de la valeur (respectivement dans le cas continu et le cas discret), et x_i la ième valeur de x dans le cas discret ou le centre de la ième classe dans le cas continu.

2) On veut montrer dans le cas d'une série statistique à caractère continu que $\bar{x} = M + a\bar{z}$. Les classes d'une série continue sont par définition de taille constante donc la ième valeur de x, $x_i = M + az_i$ avec M une "valeur initiale" et a le pas de la série, c'est-à-dire la taille des classes.

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{p} x_i n_i = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{p}(M+az_i)n_i$$

$$= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{p} M n_i + \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{p} a n_i z_i$$

$$= \frac{1}{\cancel{n}} \times M \times \cancel{\sum_{i=1}^{p} n_i} + \frac{1}{n} \times a \times \sum_{i=1}^{p} n_i z_i = \bar{z}$$

$$= M + a\bar{z}.$$

3) On veut calculer la moyenne du poids des nourrissons en kg avec la formule précédente : $\bar{x} = M + a\bar{z}$. On numérote chaque classe de 0 à 7.

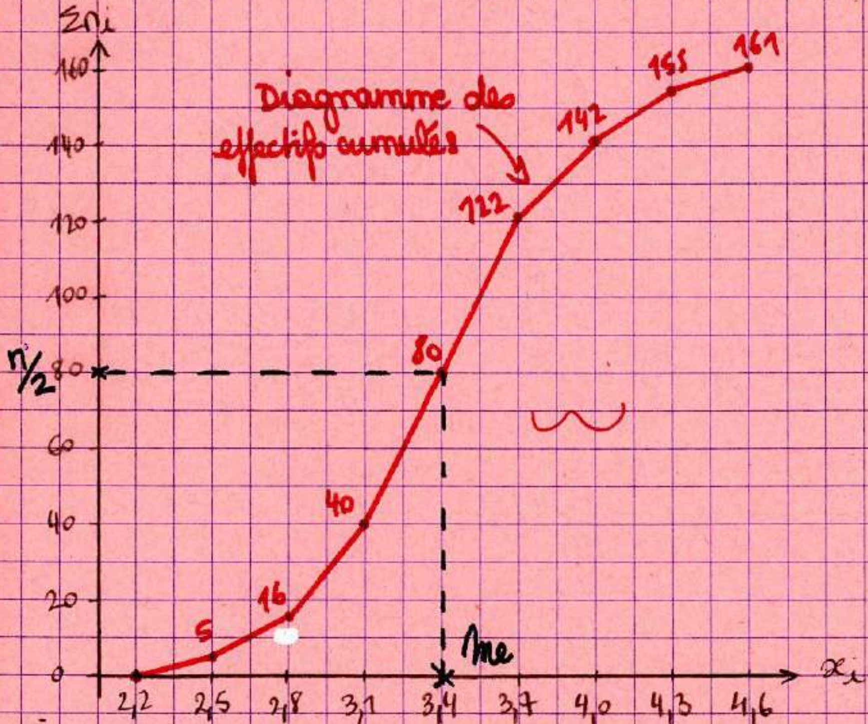
Ici $a = 0,3$, et $\bar{z} = \frac{1}{161}(0\times5 + 1\times11 + 2\times24 + 3\times40 + 4\times42 + 5\times20 + 6\times13 + 7\times6) = 3,52$

On doit maintenant déterminer M : $x_1 = M + az_1 \iff x_1 = M = 2,35$ puisque $z_1 = 0$ et $x_1 = 2,35$ le centre de la première classe.

Donc $\bar{x} = 2,35 + 0,3 \times 3,52 = \boxed{3,406 \text{ kg}}$

4) On trace le diagramme des effectifs cumulés, à l'aide du tableau.

classes	2,2-2,5	2,5-2,8	2,8-3,1	3,1-3,4	3,4-3,7	3,7-4,0	4,0-4,3	4,3-4,6
n_i	5	11	24	40	42	20	13	6
Σn_i	5	16	40	80	122	142	155	161



La médiane Me, séparant l'effectif total en deux parts égales, semble ici être de 3,4 kg (légèrement supérieure).

5) $Me = l_1 + \left(\frac{n}{2} - F_1\right)\frac{l_2-l_1}{F_2-F_1}$, avec $[l_1, l_2[$ la classe dans laquelle se situe la médiane, n l'effectif total, et F_1 et F_2 les effectifs cumulés respectifs de l_1 et l_2.

Donc $Me = 3,4 + \left(\frac{161}{2} - 80\right)\frac{0,3}{42} = \boxed{3,403 \text{ kg}}$

6) $Mo = l_1 + \frac{\Delta_1}{\Delta_1+\Delta_2}(l_2-l_1)$ avec $[l_1, l_2[$ la classe modale, et Δ_1 et Δ_2 les excédents d'effectif respectif. Ici la classe modale est $[3,4 ; 3,7[$, d'où :

$M_o = 3,4 + \frac{42-40}{42-40+42-20}\times 0,3 = 3,4 + \frac{2}{24}\times 0,3 = \boxed{3,425 \text{ kg}}$