L1
1 heure

CE de Statistiques du
1^{er} mars 2013

J. Gamby-H. Perrot
1 page

Aucun document autorisé, téléphones, calculettes et ordinateurs portables interdits.

Attention !
- **indiquer votre groupe de TD sur la copie (sinon -1 point) ;**
- **la présentation de la copie et la qualité de la rédaction seront notées ;**
- **tous les calculs doivent figurer sur la copie (pas de résultat final donné directement) ;**
- **les explications seront notées au même titre que le résultat;**

Exercice 1 : une série statistique déjà vue…le poids des nourrissons avec ses 8 classes.

classe	1	2	3	4	5	6	7	8
limites	2,2-2,5	2,5-2,8	2,8-3,1	3,1-3,4	3,4-3,7	3,7-4,0	4,0-4,3	4,3-4,6
Centre, x_i	2,35	2,65	2,95	3,25	3,55	3,85	4,15	4,45
Effectif, n_i	5	11	24	40	42	20	13	6

1) Représentez graphiquement la distribution des effectifs ainsi que le polygone des effectifs associé.
2) Représentez graphiquement le polygone des effectifs cumulés.
3) Calculez le mode de cette série.

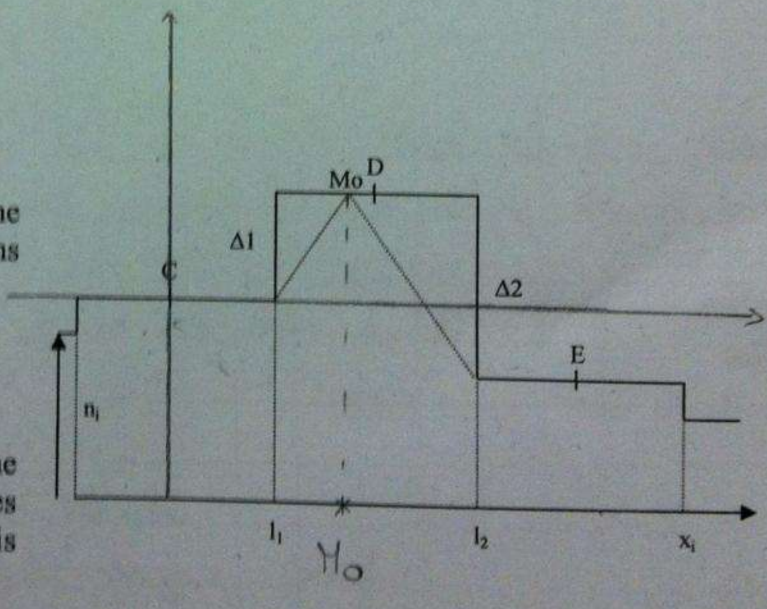
Nota : $\frac{0,6}{24} = 0,025$

Exercice 2 :

Démontrer que le mode, Mo, d'une série classée, défini avec les notations du cours par la relation

$$M_o = l_1 + \frac{\Delta 1}{\Delta 1 + \Delta 2}(l_2 - l_1)$$

correspond au point maximal d'une parabole passant par les milieux des sommets (C, D et E) des trois rectangles de la figure ci-contre.



1) Vous commencerez par déterminer les 3 paramètres a, b et c de l'équation de cette parabole ($f(h)=ah^2+bh+c$) en fonction de $\Delta 1$, $\Delta 2$ et $l=l_2-l_1$. Vous travaillerez dans un repère dont l'origine se situe au point C (valeur de h en C nulle).
2) Calculez la dérivée de cette parabole, $f'(h)$, en fonction de a, b et c.
3) Déduisez de la question 2 l'abscisse du point, h_{max}, correspondant au maximum de la parabole en fonction de a, b et c.
4) Exprimez h_{max} en fonction de $\Delta 1$, $\Delta 2$ et $l=l_2-l_1$.
5) Retrouvez le mode, Mo, à partir de la question 4 en effectuant un changement d'origine.

Zou Philippe
Groupe C

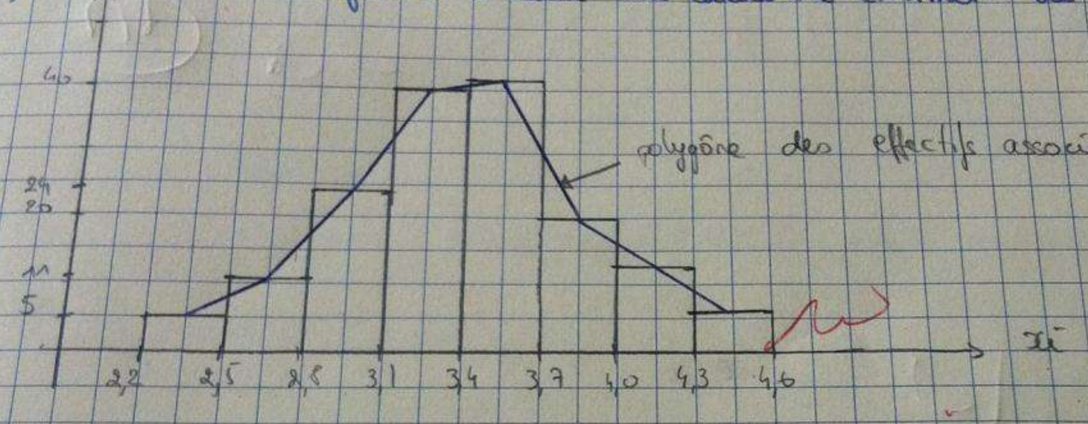
Vendredi 1er mars

CE de statistiques.

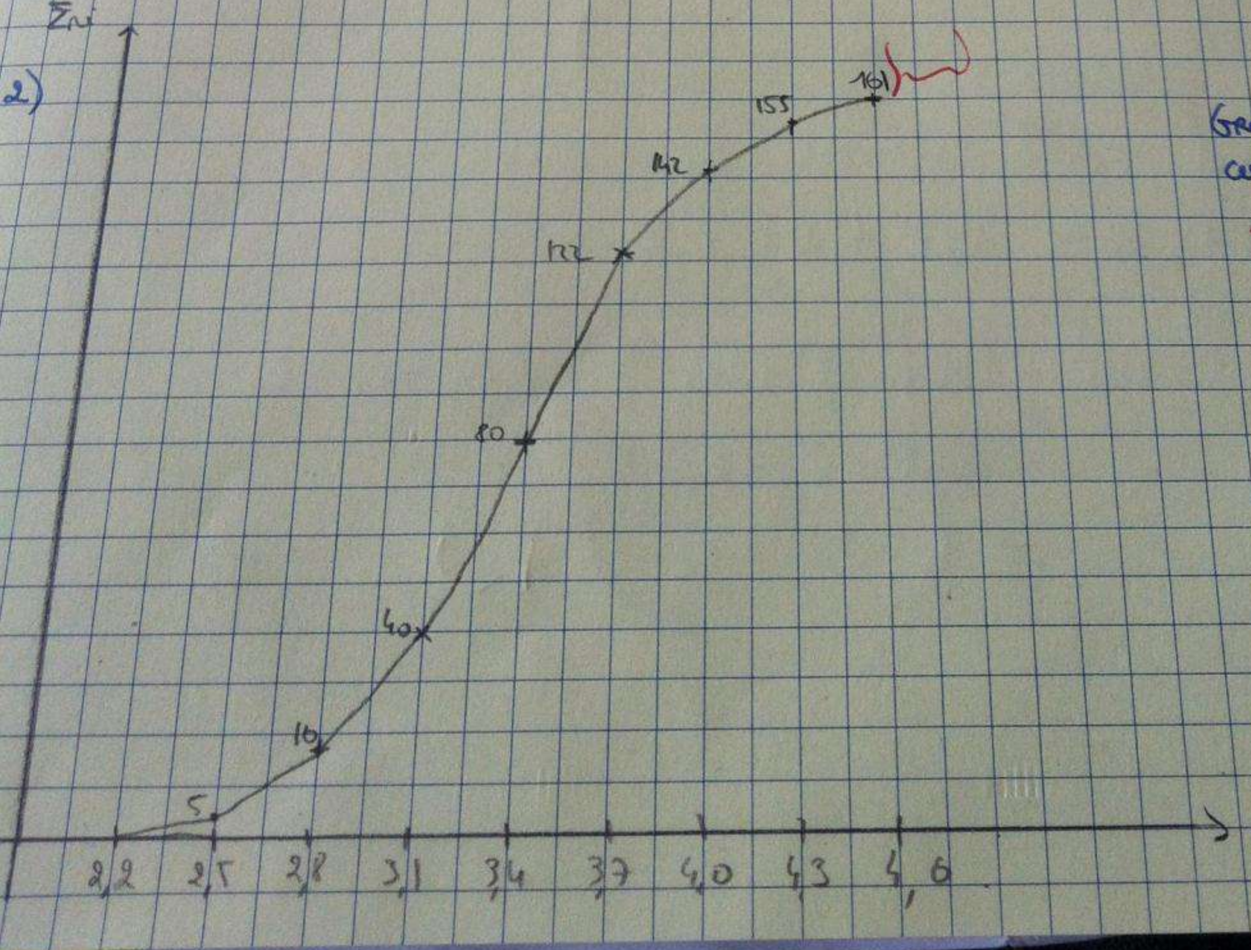
TB 18/20

Exercice 1

1) Histogramme à cause du caractère continu de la série.



2)



Graphique des effectifs cumulés.

3) On cherche à calculer le Mode de la série qui correspond à la valeur la plus fréquente de la série. Ici l'effectif le plus important correspond à la classe 5, [3,4 - 3,7[.

Pour pouvoir le calculer, nous allons utiliser la formule suivante :

$$Mo = e_1 + \frac{\Delta_1}{\Delta_1+\Delta_2}(e_2 - e_1)$$

avec e_1, la borne inférieure de la classe, soit 3,4.

e_2, la borne supérieure de la classe, soit 3,7.

Δ_1, $\Delta_1 = 42 - 40 = 2$

Δ_2, $\Delta_2 = |20 - 42| = 22$

$$Mo = 3,4 + \frac{2}{2+22}(3,7 - 3,4) = 3,4 + \frac{0,6}{24} = \underline{3,425}$$

7/7

Exercice 2.

1) Dans le nouveau repère d'origine le point C, on a :

$C(0;0)$

$D(\ell;\Delta_1)$

$E(2\ell;\Delta_2+\Delta_1)$

$$\begin{cases} f(x_C) = 0 \iff c = 0. \\ f(x_D) = a\ell^2+b\ell+c \iff a\ell^2+b\ell = \Delta_1 \quad (1) \\ f(x_E) = a(2\ell)^2+2b\ell+c \iff 4a\ell^2+2b\ell = \Delta_1 - \Delta_2 \quad (2) \end{cases}$$

$-2\times(1)+(2)$: $-2a\ell^2 - 2b\ell + 4a\ell^2 + 2b\ell = -2\Delta_1 + \Delta_1 - \Delta_2$

$$2a\ell^2 = -\Delta_1 - \Delta_2$$

$$a = \frac{-\Delta_1 - \Delta_2}{2\ell^2}$$

$(-4) \times (1) + (2)$:

$$\begin{cases} -4a l^2 - 4bl = -4\Delta_1 \\ 4al^2 + 2bl = \Delta_1 - \Delta_2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \quad -2bl = -3\Delta_1 - \Delta_2$$

$$b = \frac{3\Delta_1 + \Delta_2}{2l}$$

Donc $f(h) = \frac{-\Delta_1 - \Delta_2}{2l^2} h^2 + \frac{3\Delta_1 + \Delta_2}{2l} h$

2) $f(h) = ah^2 + bh + c$.

en dérivant $f(h)$ on tombe sur :

$$f'(h) = 2ah + b$$

3) Soit hmax, le maximum de la parabole, il correspond à l'abscisse du point qui annule la dérivée.

$$f'(h_{max}) = 0 \Leftrightarrow 2ah_{max} + b = 0$$

$$\Leftrightarrow h_{max} = -\frac{b}{2a}$$

4) $h_{max} = -\frac{b}{2a} = -\left(\frac{3\Delta_1 + \Delta_2}{2l}\right) \times \left(-\frac{2l^2}{\Delta_1 + \Delta_2}\right) \times \frac{1}{2}$

$$= \frac{3\Delta_1 + \Delta_2}{2l} \times \frac{l^2}{\Delta_1 + \Delta_2}$$

$$= \frac{(3\Delta_1 + \Delta_2)\, l}{2(\Delta_1 + \Delta_2)}$$

11/1[illegible]

5)

$$x_C = \frac{l_1}{2} - \frac{l}{2}$$

$h_{max} = x_C + l$!! $\Rightarrow$ no

$h_{max} + l$ x_C