

**CONTRÔLE ECRIT  
DU SYSTEME A LA FONCTION**

**Durée : 2h**

**Documents et calculatrices interdits**

*Voici le corrigé de votre DE. Il est volontairement très détaillé pour être sur qu'un maximum de monde puisse comprendre les raisonnements. Il est évident qu'il n'était pas nécessaire d'en écrire autant pour avoir tous les points. Vous y trouverez :*

- **L'énoncé en gras**
- Le corrigé en texte normal
- *Mes remarques en italique*

**1. Les questions que j'avais promises (3.5 points, objectif de temps : 15min maxi)**

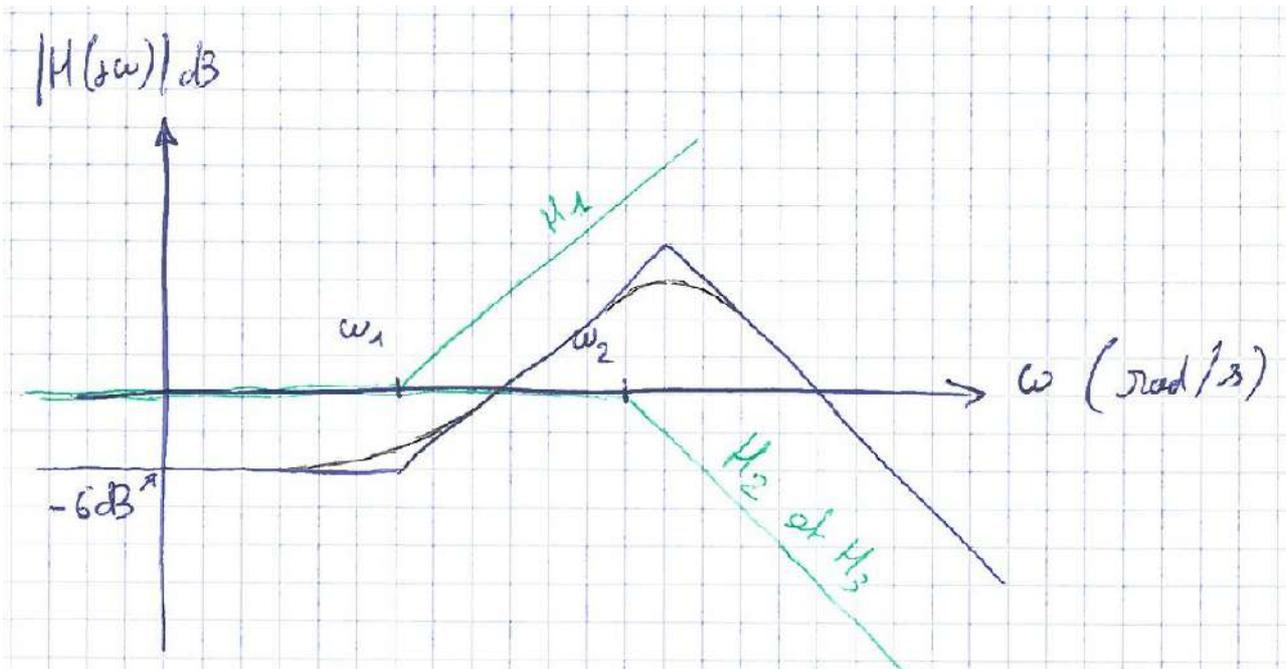
**1.1 Tracer le diagramme de Bode de la fonction suivante : (2pts)**

**$H(j\omega) = 2 \cdot (j\omega + 1) / (j\omega + 2)^2$**

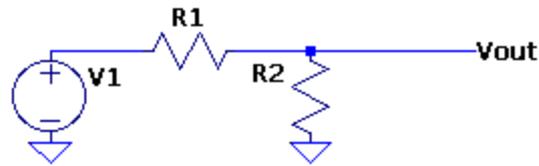
$H(j\omega) = 2 \cdot (j\omega + 1) / (2 \cdot (j\omega/2 + 1))^2$   
 $= 2 / 4 \cdot (j\omega + 1) / (j\omega/2 + 1) / (j\omega/2 + 1)$   
 $H(j\omega) = A_0 \cdot (j\omega/\omega_1 + 1) / (j\omega/\omega_2 + 1) / (j\omega/\omega_2 + 1)$

Avec :

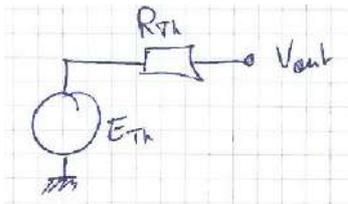
- $A_0 = 1/2$  ;  $20 \cdot \log(A_0) = 20 \cdot \log(0.5) = 20 \cdot -0.3 = -6\text{dB}$
- $\omega_1 = 1 \text{ rad/s}$
- $\omega_2 = 2 \text{ rad/s}$



**1.2 Transformer le montage suivant en un générateur de Thévenin équivalent.  
Dessiner le montage, calculer  $E_{th}$ , et  $R_{th}$ , et justifiez rapidement. (1.5pts)**



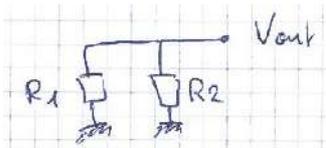
On cherche à transformer en un générateur de Thévenin de la forme :



$E_{th}$  est la tension de sortie  $V_{out}$  à vide, soit :

$$E_{th} = V1 \cdot R2 / (R1 + R2)$$

$R_{th}$  est la résistance équivalente entre les deux points de sortie du montage (soit  $V_{out}$  et la masse) après avoir coupé les générateurs (ie : on remplace les génés de tension par un fil et les génés de courant par un circuit ouvert) :

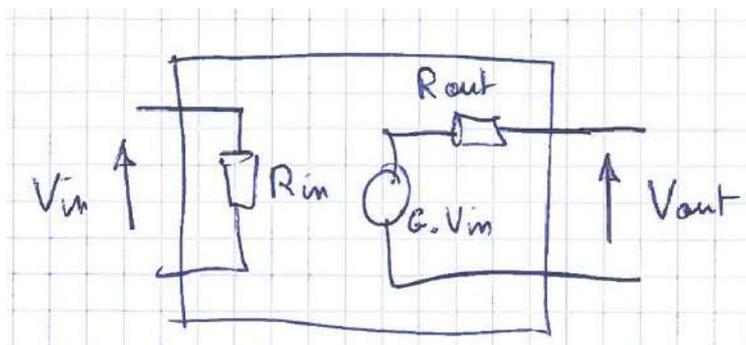


$$R_{th} = R1 // R2 = (R1 \cdot R2) / (R1 + R2)$$

**2. Étude d'un régénérateur pour ligne de transmission (13 pts, objectif de temps : ~1h15)**

**2.1 Dessiner le modèle simplifié du quadripôle ( $R_{in}$ , Gén de tension,  $R_{out}$ ) (0.5pts)**

Le modèle simplifié du quadripôle est le suivant :

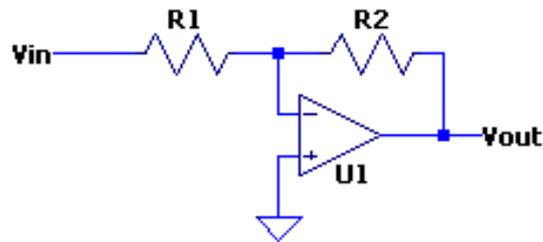


Avec :

- $V_{in}$  = tension d'entrée
- $V_{out}$  = tension de sortie
- $R_{in}$  = résistance d'entrée

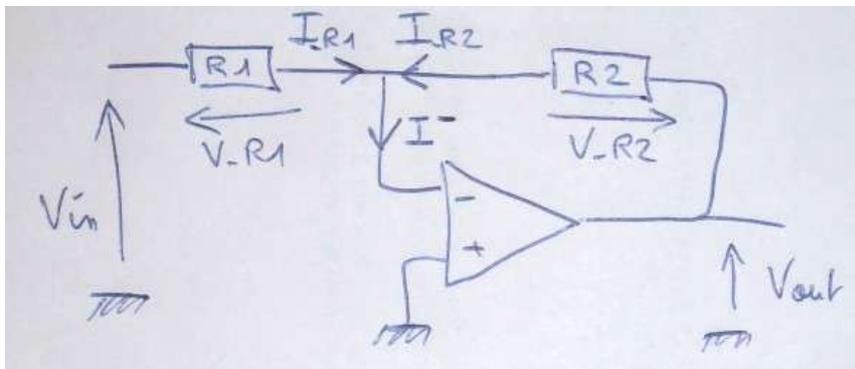
- $R_{out}$  = résistance de sortie
- $G$  = gain en tension

2.2 Considérons le schéma suivant, que nous allons modéliser en un quadripôle :



Démontrer que le gain de ce montage est  $V_{out}/V_{in} = - R2 / R1$  (2.5pts)

Commençons par noter sur le schéma les différentes tensions et courants :



- on pose l'hypothèse que l'AOP fonctionne en régime linéaire

Donc  $V_- = V_+$

- quelle est la tension en  $V_-$  ?

Comme  $V_+$  est relié à la masse :  $V_+ = 0V$ , donc  $V_- = 0V$

- calculer le courant  $I_1$  passant dans  $R_1$  ?

Soit  $V_{R1}$  la tension aux bornes de  $R_1$ .

Loi des mailles :  $V_{in} = V_{R1} + V_-$

Comme  $V_- = 0V \Rightarrow V_{R1} = V_{in}$

$$I_{R1} = V_{R1} / R1 = V_{in} / R1$$

- calculer le courant  $I_2$  (passant dans  $R_2$ ) en fonction du courant  $I_1$

D'après la loi des noeuds,  $I_{R1} + I_{R2} = I_-$

Or, le courant dans les entrées d'un AOP est considéré comme quasi nul. Donc  $I_- \approx 0$

$$\text{Donc } I_{R1} + I_{R2} \approx 0$$

$$\text{Donc } I_{R2} \approx -I_{R1}$$

- calculer  $V_2$ , la tension aux bornes de  $R_2$

Soit  $V_{R2}$  la tension aux bornes de  $R_2$ .

Loi des mailles :  $V_{out} = V_{R2} + V_-$   
Comme  $V_- = 0V \Rightarrow V_{R2} = V_{in}$

$$I_{R2} = V_{R2} / R2 = V_{out} / R2$$

- **calculer  $V_{out}$**

On a donc trouvé que :

$$V_{in} / R1 = I_{R1}$$

$$V_{out} / R2 = I_{R2}$$

$$I_{R1} \approx I_{R2}$$

$$\text{Donc : } V_{in} / R1 \approx V_{out} / R2$$

$$\text{Donc : } V_{out}/V_{in} = R2/R1$$

CQFD

### 2.3 Déterminer combien vaut $R_{in}$ , la résistance d'entrée du montage (0.5pts)

1ère solution :

La résistance d'entrée du montage est égale à  $R_{in} = V_{in} / I_{in}$ .

Le courant  $I_{in}$  passe intégralement dans la résistance  $R1$ . Donc  $I_{in} = I_{R1}$ .

Or on a vu que  $I_{R1} = V_{in} / R1$ .

$$\text{Donc } R_{in} = V_{in} / I_{in} = V_{in} / I_{R1} = V_{in} / (V_{in} / R1) = R1$$

2ème solution :

On a vu que  $V^+ = V^- = 0V$

Donc le noeud entre  $R1$  et  $R2$  est au potentiel  $0V$ . C'est comme si il était relié à la masse. Ainsi, on voit que la résistance d'entrée, entre  $V_{in}$  et la masse est  $R1$

### 2.4 Justifier que $R_{out}$ vaut environ $0\Omega$ (0.5pts)

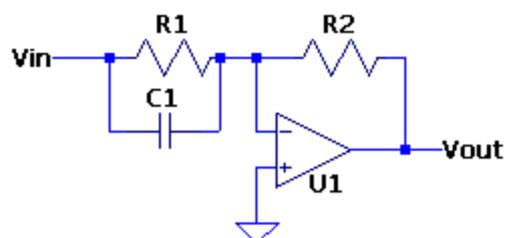
Dans un quadripôle (modèle simplifié),  $V_{out} = G.V_{in} - I_{out}.R_{out}$ . La tension de sortie dépend de du courant de sortie  $I_{out}$ , sauf si  $R_{out} = 0$ .

Or on a vu que  $V_{out}/V_{in} = R2/R1$ . Donc  $V_{out} = V_{in} . R2/R1$

On voit donc que la tension de sortie  $V_{out}$  ne dépend pas du courant de sortie.

Donc  $R_{out} = 0$

### 2.5 Considérons le schéma suivant.



**A l'aide du résultat de la question précédente, calculer le gain de ce montage en fonction de R1, R2, Zc1 (1pts)**

On regroupe R1 et C1 en parallèle, dans une impédance équivalente  $Z1=R1//Zc1$ . On se retrouve alors dans le schéma précédent, avec R1 qui est devenu Z1.

$$\text{Donc } V_{out}/V_{in} = R2 / Z1 = R2 / (R1 // Zc1)$$

### 2.6 Tracer le diagramme de Bode de ce montage (2pts)

**Pour l'application numérique : R1 = 1k, R2 = 10k, C1 = 1nF**

$$\begin{aligned} H(j\omega) &= V_{out}/V_{in} = R2 / (R1 // Zc1) \\ &= R2 / (R1.Zc1 / (R1 + Zc1)) \end{aligned}$$

Astuce à retenir pour ne pas se faire très mal dans les calculs : dès qu'il y a du Zc dans une équation, il faut simplifier la fraction en divisant numérateur et dénominateur par Zc.

$$\begin{aligned} H(j\omega) &= (R2/Zc1) / (R1 / (R1 + Zc1)) = (R1.R2/Zc1 + R2) / R1 \\ &= (R1/Zc1 + 1) \cdot R2 / R1 \\ &= R2/R1 \cdot (1 + R1/Zc1) \end{aligned}$$

$$\text{Or } R1/Zc1 = 1 / (j.C1.\omega)$$

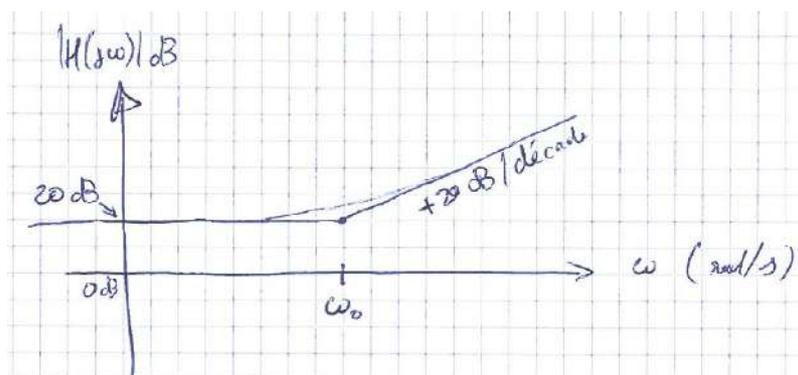
$$H(j\omega) = R2/R1 \cdot (1 + j.R1.C1.\omega) = A0 \cdot (1 + j\omega/\omega0)$$

Avec :

$$- A0 = R2/R1 = 10k / 1k = 10 ; 20.\log(A0) = 20.\log(10) = 20\text{dB}$$

$$- \omega0 = 1 / (R1.C1) = 1 / (1k \cdot 1n) = 1 / (1\mu) = 10^6 \text{ rad/s}$$

(pour info,  $\omega0$ , en fréquence, ça donne  $f0 = \omega0 / 2\pi \approx 10^6 / 6.3 \approx 150\text{kHz}$ )



**2.7 Quel est le gain en tension de ce montage en BF ? Exprimer le gain en termes réels, puis en dB (n'oublier pas de faire le log d'une valeur absolue, car on ne fait jamais de log de valeurs négatives!) (1pts)**

Solution 1 :

En BF, le condensateur est un circuit ouvert, donc il disparaît du schéma.

Donc en BF :  $G_{bf} = V_{out}/V_{in} = R_2/R_1 = 10k / 1k = 10$

Solution 2 :

En BF,  $\omega=0$

$$G_{bf} = H(j\omega=0) = R_2/R_1 \cdot (1 + j.R_1.C_1.0) = R_2/R_1 = 10k / 1k = 10$$

Calcul du gain en tension en dB :

$$G_{bf\_dB} = 20.\log(G_{bf}) = 20.\log(10) = 20dB$$

## **2.8 Quels sont les deux défauts d'une ligne de transmission que ce montage permettrait de corriger ? (1pts)**

Ce montage corrige deux défauts d'une ligne de transmission :

- ce montage est un amplificateur, il compense donc l'atténuation de la ligne
- ce montage amplifie les hautes fréquences plus que les basses fréquences, il compense donc l'effet passe-bas d'une ligne de transmission

## **2.9 On considère maintenant la ligne de transmission suivante. Elle mesure 100km, et a une atténuation de 1dB/km.**

**Quelle est l'atténuation totale de la ligne ? (1pts)**

**- en dB ?**

Les gains en dB d'éléments situés à la suite les uns des autres s'additionnent (nota : en termes réels, ils se multiplient). Donc 100 éléments de 1km qui atténuent de 1dB atténuent  $100 \times 1dB = 100dB$ .

On a donc une atténuation de 100dB (ou un gain de -100dB)

**- l'atténuation en tension (en termes réels) ?**

Soit  $A_V$  l'atténuation en tension.

$$20.\log(A_V) = 100dB$$

$$\log(A_V) = 100/20 = 5$$

$$A_V = 10^5 = 100k$$

La tension est atténuée par cette ligne d'un facteur 100000.

## **2.10 Si on injecte à l'entrée de cette ligne (côté émetteur) une puissance continue de 1W, combien peut-on espérer en tirer à la sortie (à l'entrée du récepteur) ? (1pts)**

Soit  $A_P$  l'atténuation en puissance

$$10.\log(A_P) = 100dB \text{ (eh oui : les dB de puissance ce sont des } 10.\log, \text{ voir le cours)}$$

$$\log(A_P) = 100/10 = 10$$

$$A_P = 10^{10}$$

Si on injecte 1W, on récupèrera donc  $1/A_P = 10^{-10}W$

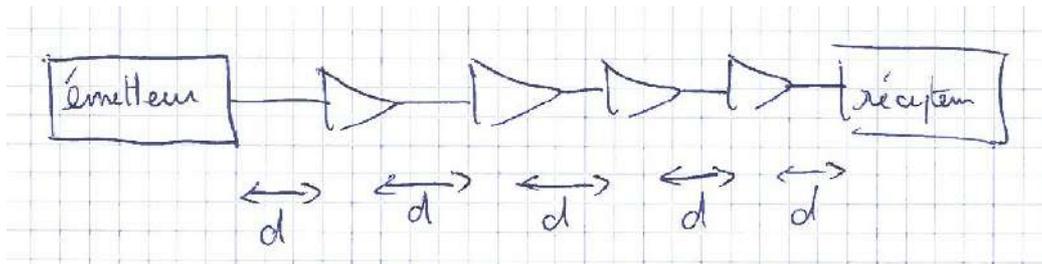
*C'est peu, très peu, mais en télécom ce n'est pas « rien ». Pour info, un récepteur radio FM peut traiter des signaux de l'ordre de  $10^{-13}W$*

**2.11 Combien d'amplificateurs tels que celui étudié précédemment faudrait-il au minimum pour que le système complet, (composé de la ligne + les amplis) n'atténue pas le signal ? (0.75pts)**

L'ampli a un gain de +20dB. Avec 5 amplis, on aurait  $5 \times 20\text{dB} = 100\text{dB}$  de gain au total, ce qui compenserait exactement l'atténuation de 100dB due à la ligne.

**2.12 Dans l'idéal, où faudrait-il placer ces amplis, et pourquoi ? (un petit croquis est le bienvenu) (0.75pts)**

Il faut les disposer de manière équidistante sur la ligne.

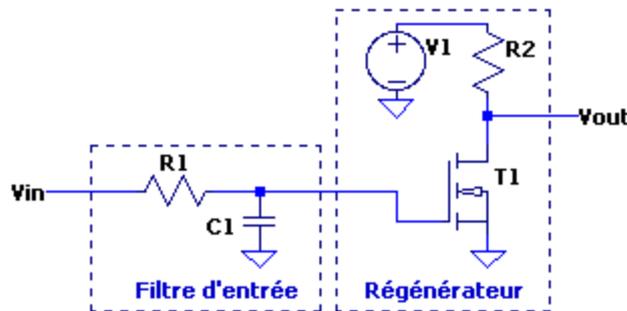


Si on les met tous au début, alors on aura un niveau très fort au début de ligne. Probablement trop fort, les amplis risquent de saturer.

Si on les met tous en fin de ligne, l'entrée du premier ampli recevra un niveau très faible, qui sera potentiellement trop proche du bruit.

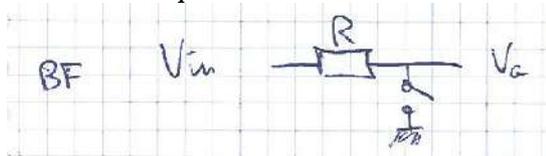
**3. Étude d'un régénérateur logique (4 points, objectif de temps : ~30min)**

On considère le schéma suivant, destiné à être mis à la fin d'une ligne de transmission véhiculant des informations logiques (des 0 ou des 1). C'est donc l'étage d'entrée du récepteur. :



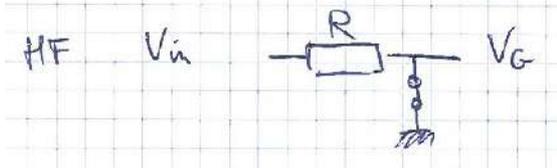
**3.1 De quel type est le filtre d'entrée ? Passe-haut / passe-bas / passe-bande / coupe-bande ? (seule la justifications rapporte des points) (1pts)**

Le schéma équivalent BF est le suivant :



Donc en BF :  $V_{out} = V_{in}$

Le schéma équivalent HF est le suivant :



Donc en HF :  $V_{out} = 0V$

C'est donc un passe-bas

### 3.2 A quoi le filtre peut-il servir ? (0.5pts)

Ce filtre coupe les hautes fréquences. Il peut servir à couper les parasites hautes fréquences qui se seraient couplées sur le signal.

### 3.3 Considérons 2 états pour $V_{in}$ :

- un état « bas » où  $V_{in} < V_{low}$
- un état « haut » où  $V_{in} > V_{high}$

**Pour chaque état « bas » et « haut » de  $V_{in}$ , dites dans quel état (quel mode) est le transistor (et pourquoi), et combien vaut la tension de sortie  $V_{out}$  ? Seules les justifications rapportent des points (2pts)**

Etat bas : la tension sur la gate du transistor ( $V_{gs}$ ) est basse. Le transistor est bloqué. Le courant  $I_d$  qui passe dans son drain est donc nul.

$$V_{out} = V_1 - R_2 \cdot I_d = V_1 - 0 = V_1$$

Etat haut : la tension sur la gate du transistor ( $V_{gs}$ ) est haute. Le transistor est passant. Le courant passe donc dans le drain du transistor, qui connecte alors  $V_{out}$  à la masse.

$$V_{out} = 0V$$

### 3.4 Donner des valeurs typiques pour $V_{low}$ et $V_{high}$ (0.5pts)

C'est un transistor MOSFET,

- il est bloqué quand  $V_{gs} < V_{gsth}/2$
- il est passant quand  $V_{gs} > 2 \cdot V_{gsth}$

$V_{gsth}$  est un paramètre du transistor qui est donné par le fabricant (*pour indication, il vaut généralement entre 1V et 3V*).

---