12/20

ZOU
Philippe

L2+CPI2
2013

CE Analyse de données.

Groupe B

Exercice 1 (4)

1) La matrice de variance-covariance est donnée par la formule suivante :

$$\Sigma = \frac{1}{n} {}^t X^c X^c \quad \text{avec } X^c \text{ une variable centrée}$$

2) Calculons d'abord les valeurs élémentaires

* $\bar{N} = \frac{1}{n} \Sigma x$

* $\bar{N} = \frac{4+1+6+4+0}{5} = 3$.

$$Var(N) = \frac{1}{n} \Sigma (x - \bar{N})^2$$

$$= \frac{1}{5} \left[(4-3)^2 + (1-3)^2 + (6-3)^2 + (0-3)^2 + (4-3)^2 \right]$$

$$= \frac{24}{5}$$

$$\sigma_N = \sqrt{\frac{24}{5}}$$

?

* $\bar{S} = \frac{5+6+4+7+3}{5} = 5$ $\quad Var(S) = \frac{1}{5} \left(1^2 + (-1)^2 + 2^2 + (-2)^2\right)$

$= 2$

$\sigma_S = \sqrt{2}$

$$\bar{A} = \frac{5+6+4+3+2}{5} = 4$$

$$Var(A) = \frac{1}{5}\left(1^2+2^2+(-1)^2+(2)^2\right) = 2$$

$$\sigma_A = \sqrt{2}$$

$$X^c = X - \bar{X}$$

on obtient la matrice de variance-covariance :

elle doit être carrée.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 0 \\ -3 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & -2 \end{pmatrix}$$

On en déduit la matrice de corrélation :

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{\frac{24}{5}}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{-2}{\sqrt{\frac{24}{5}}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{2}{\sqrt{2}} \\ \frac{3}{\sqrt{\frac{24}{5}}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ \frac{-3}{\sqrt{\frac{24}{5}}} & \frac{2}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{\frac{24}{5}}} & \frac{-2}{\sqrt{2}} & \frac{-2}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

Exercice 3 3

* On diagonalise la matrice des corrélations / déf ?

2) Il faut vérifier 4 propriétés :

- la dimension de la matrice est ~~n×p~~
- la diagonale est à 1 /
- la matrice est symétrique /
- les valeurs sont comprises entre -1 et 1. /

La diagonalisation est possible car la matrice est symétrique. /

* 1) ~~$E(X^s) = 0$? et $V(X^s) = 1$~~ X

3)

4) $S = \frac{1}{n} {}^tA^s F \Lambda^{-\frac{1}{2}}$

Exercice 2. 5

1) $\begin{cases} x + 2y - 3z + t = 5 \\ 2x - 3y + z - 5y = -4 \\ -x + y + 2z - 3t = 0 \\ 3x - y - z - t = 6 \end{cases}$

on obtient la matrice suivante :

pivot

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & -3 & 1 & 5 \\ 2 & -3 & 1 & -5 & 4 \\ -1 & 1 & 2 & -3 & 0 \\ 3 & -1 & -1 & -1 & 6 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} L_2 \leftarrow L_2 - 2L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 + L_1 \\ L_4 \leftarrow L_4 - 3L_1 \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & -3 & 1 & 5 \\ 0 & -7 & 7 & -7 & -6 \\ 0 & 3 & -1 & -2 & 5 \\ 0 & -7 & 8 & -4 & -9 \end{array}\right) \quad L_4 \leftarrow L_4 - L_2$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & -3 & 1 & 5 \\ 0 & -7 & 7 & -7 & -6 \\ 0 & 3 & -1 & -2 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 3 \end{array}\right) \quad L_4 \leftarrow 2L_1 + L_2$$

Fou Philippe
Groupe B

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 7 & -7 & 0 & 15 \\ 0 & -7 & 7 & -7 & -6 \\ 0 & 3 & -1 & -2 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 3 \end{array}\right) \qquad L_1 \leftarrow L_1 + L_2$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & -7 & 20 \\ 0 & -7 & 7 & -7 & -6 \\ 0 & 3 & -1 & -2 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 3 \end{array}\right)$$

tu n'appliques plus la méthode du pivot de Gauss.

$$L_3 \leftarrow 7L_3 - L_2 \quad \begin{cases} x - 7t = 20 \\ -7y + 7z - 7t = -6 \\ 3y - z - 2t = 5 \\ z + 3t = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 7t = 20 \\ -7y + 7z - 7t = -6 \\ 14y - 7t = 29 \\ z + 3t = 3. \end{cases}$$

tourner la page svp.

2) $\Delta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & 1 \\ 2 & -3 & 1 & -5 \\ -1 & 1 & 2 & -3 \\ 3 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ $\begin{array}{l} L_2 \leftarrow L_2 - 2L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 + L_1 \\ L_4 \leftarrow L_4 - 3L_1 \end{array}$

$$\Delta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & 1 \\ 0 & -7 & 7 & -7 \\ 0 & 3 & -1 & -2 \\ 0 & -7 & 8 & -4 \end{pmatrix}$$

$\Delta = 1 \times (-1)^{1+1} \begin{pmatrix} -7 & 7 & -7 \\ 3 & -1 & -2 \\ -7 & 8 & -4 \end{pmatrix}$ $\begin{array}{l} L_1 \leftarrow 3L_1 + 7L_2 \\ \\ L_3 \leftarrow 3L_3 + 7L_2 \end{array}$ ces opérati…

$$\begin{pmatrix} 0 & 21-7 & -21-14 \\ 3 & -1 & -2 \\ 0 & 24-7 & -12-14 \end{pmatrix}$$

$$\Delta = 3 \times (-1)^{2+1} \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 17 & -28 \end{pmatrix}$$

$$= -3 \left(+28 - 2 \times 17 \right) = -3 \times 4 = -12.$$

multiplier le dét par 3!