

Automate asynchrone

Souvenons-nous que jusqu'à ce point nous avons évité **le mot vide** comme étiquette de transition.

Un automate fini dans lequel certaines flèches sont étiquetées par le mot vide (« ϵ -transitions ») s'appelle **automate asynchrone**. L'ensemble des flèches vérifie donc $E \subset Q \times (A \cup \epsilon) \times Q$.

Proposition : Pour tout automate asynchrone, il existe un automate fini ordinaire (c.à.d. sans ϵ -transitions) qui reconnaît le même langage.

Comme tout automate non déterministe est équivalent à un automate déterministe, il en suit que **tout automate asynchrone est équivalent à un automate déterministe.**

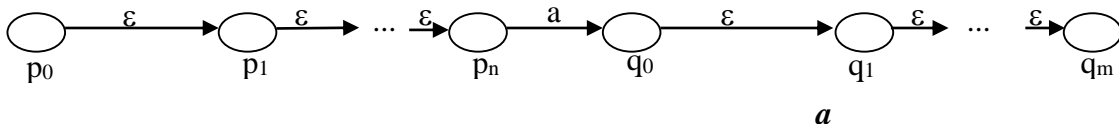
Il existe un algorithme de suppressions de ϵ -transitions.

Pour un automate asynchrone $C = (Q, I, T, E)$ avec $E \subset Q \times (A \cup \epsilon) \times Q$ nous allons construire un automate $B = (Q, I, T, F)$ qui ne diffère de C que par l'ensemble de ses flèches (F) et ce, suivant une règle bien déterminée :

par définition on a $(p.a.q) \in F$ s'il existe un chemin

$$c : \begin{matrix} \epsilon & \epsilon & \epsilon & a & \epsilon & \epsilon & \epsilon \\ p_0 \rightarrow p_1 \rightarrow \dots \rightarrow p_n \rightarrow q_0 \rightarrow q_1 \rightarrow \dots \rightarrow q_m \end{matrix}$$

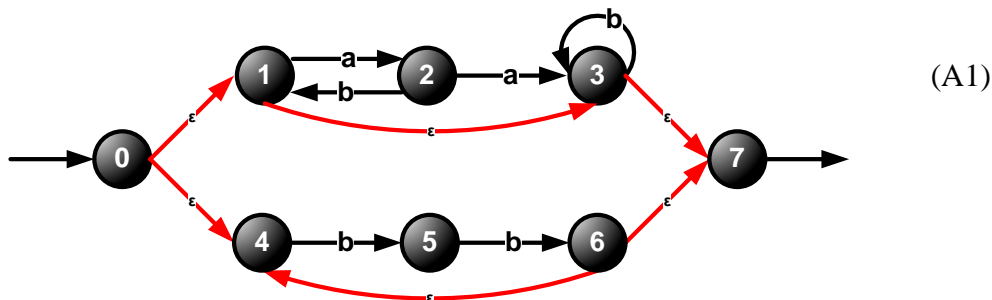
et $p_0 = p, q_m = q$



Le nombre de ϵ -transitions à droite ou à gauche de la transition $p_n \rightarrow q_0$ peut être nul (dans ce cas $p_n = p_0$ ou $q_0 = q_m$).

(Clarification : on identifie donc tout **chemin** de l'automate C n'impliquant qu'une seule transition étiquetée par un caractère autre que ϵ , à une transition de l'automate B marquée par ce caractère).

Ex. Prenons un automate asynchrone :



1a) Elimination des ϵ -transitions

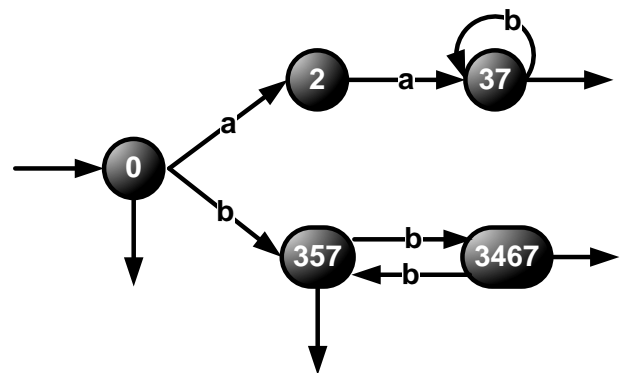
	état	a	b
ES	0	2	3,5,7
S	1	2	3,7
	2	3,7	--
S	3	--	3,7
	4	--	5
	5	--	4,6,7
S	6	--	5
S	7	--	--

	état	a	b
ES	0	2	357
	2	37	--
S	357	--	3467
S	37	--	37
S	3467	--	357

$0\epsilon 1\epsilon 3\epsilon 7$ signifie que 0 est une sortie $0\epsilon 1a2 \rightarrow 0a2$ $0\epsilon 1\epsilon 3b3 \rightarrow 0b3$ $0\epsilon 1\epsilon 3b3\epsilon 7 \rightarrow 0b7$ $0\epsilon 4b5 \rightarrow 0b5$	$1\epsilon 3\epsilon 7$ signifie que 1 est une sortie $1a2$ reste tel quel $1\epsilon 3b3 \rightarrow 1b3$ $1\epsilon 3b3\epsilon 7 \rightarrow 1b7$	$2a3$ reste tel quel $2a3\epsilon 7 \rightarrow 2a7$	$3\epsilon 7$ signifie que 3 est une sortie $3b3$ reste tel quel $3b3\epsilon 7 \rightarrow 3b7$
$4b5$ reste tel quel	$5b6$ reste tel quel $5b6\epsilon 4 \rightarrow 5b4$ $5b6\epsilon 7 \rightarrow 5b7$	$6\epsilon 7$ signifie que 6 est une sortie $6\epsilon 4b5 \rightarrow 6b5$	7 : pas de transitions

On obtient une TT :

1b) Déterminisation (sans compléter):



	état	a	b
ES	0'	2'	3'5'
	2'	3'	--
S	3'5'	--	3'6'
S	3'	--	3'
S	3'6'	--	3'5'

2) Détermination en un seul pas :
 ϵ -clôtures:
 de 0: **01347**
 de 2 : 2

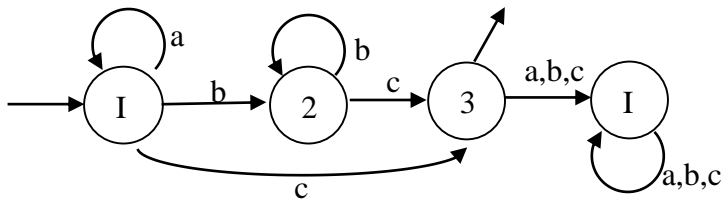
de 3: **37**
 de 5: 5
 de 6 : **467**

	état	a	b
ES	0	2	357
	2	37	--
S	357	--	3467
S	37	--	37
S	3467	--	357

Notons $0'=01347$, $2'=2$, $3'=37$, $5'=5$, $6'=467$ (notation utile mais pas obligatoire).

Dans les termes de ces ϵ -clôtures qui deviennent des états composés, nous pouvons déterminer tout de suite :

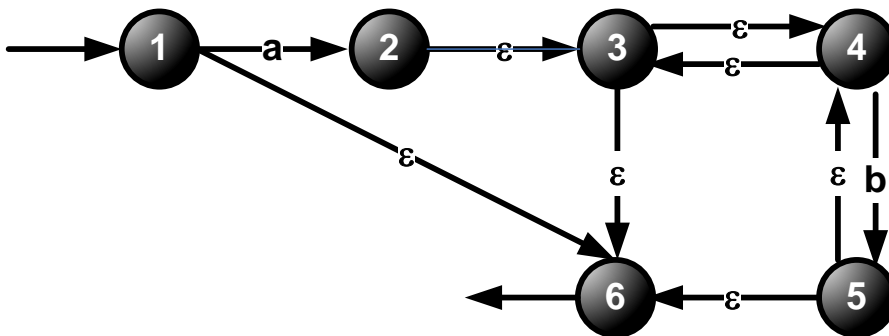
Ce qui est exactement la même chose que la TT à droite



ce qui est le même automate que le résultat de compléter l'automate (A5) ! (en minimisant l'automate (A5), la seule chose qu'il reste à faire c'est de le compléter, autrement il est déjà minimal).

Exemple plus compliqué

L'exemple qu'on vient de considérer n'est pas assez général. Prenons un exemple plus complexe :



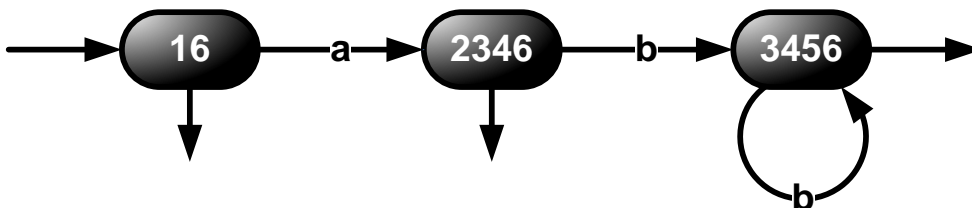
Déterminisons cet automate en considérant tous les états qu'on peut atteindre en lisant un caractère comme un état composé ; l'état initial c'est l'état où on peut arriver en ne lisant que le mot vide, donc ici c'est l'état composé (1,6). En lisant a à partir de l'état 1, on arrive en 2, mais en lisant $aε=a$, on arrive en 3, en lisant $aεε=a$, on arrive en 4 et en 6, donc on a l'état composé (2,3,4,6) etc.

état	a	b
(1,6)	(2,3,4,6)	--
(2,3,4,6)	--	(3,4,5,6)
(3,4,5,6)	--	(3,4,5,6)

(A5)

Tous les états composés contenant l'état terminal 6 sont terminaux, donc ici tous les trois états sont terminaux.

On obtient :



Il existent d'autres techniques équivalentes pour éliminer les ε -transitions¹.

¹ Par exemple : Patrice Séébold, Théorie des automates, Vuibert Informatique 1999, pp. 165-167.