

## DE 1

### Mathématiques pour l'informatique

*Sans documents, sans calculatrice.*

#### Exercice 1

Montrer que pour  $\forall n \geq 0$ ,  $0^2 + 1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = n(n+1)(2n+1)/6$

#### Exercice 2

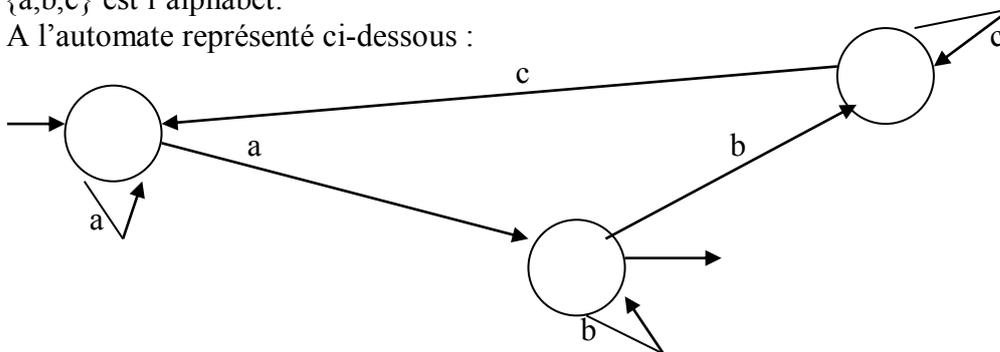
$A = \{a,b\}$  est l'alphabet.

Construire un automate fini qui accepte uniquement des mots qui contiennent un nombre impair de  $a$ . Donnez une expression rationnelle correspondante.

#### Exercice 3

$A = \{a,b,c\}$  est l'alphabet.

Soit  $A$  l'automate représenté ci-dessous :



1. Cet automate est-il déterministe ? pourquoi ?
2. Cet automate est-il complet ? pourquoi ?
3. Construire un automate déterministe et complet équivalent à cet automate.
4. Minimisez l'automate déterministe obtenu ou montrez qu'il est minimal.
5. Donner l'expression rationnelle correspondante à l'automate trouvé en 4.

#### Exercice 4

Construire un automate reconnaissant les entiers écrits en base 2 divisibles par 5.

#### Exercice 5

Construire des automates finis déterministes et minimaux (vous pouvez commencer par les automates non-déterministes, puis déterminer et minimiser) qui reconnaissent les langages suivants :

- a) l'ensemble des mots sur l'alphabet  $A = \{a,b\}$  qui contiennent exactement trois  $a$ .
- b) l'ensemble des mots sur l'alphabet  $A = \{a,b\}$  qui contiennent au moins trois  $a$ .
- c) l'ensemble des mots sur l'alphabet  $A = \{a,b\}$  qui ne contiennent pas deux  $a$  consécutifs

#### Exercice 6

Construire un automate fini déterministe et minimal qui reconnaît

- a)  $(a+b)^*(c+d)^*$
- b)  $aab(a+b)^*(bb+aa)^*(bb+aa)^*$