

M  
/



1293



ZOU  
Philippe

L2+CP12 SEM PRINTEMPS  
2013

Groupe B, feuille 1

$$\begin{array}{c}
 1 \mid 2 \mid 3 \mid 4 \mid 5 \mid 6 \mid 7 \mid 8 \\
 1 \mid 1 \mid 0 \mid 1 \mid 1 \mid 0 \mid 0 \mid 1 \mid 1
 \end{array}$$

### Arithmétique

#### Exercice 8.

$$\begin{aligned}
 a) \quad a &= 2^{10} \times 3^5 \times 5^3 \times 11 \times 17^4 \\
 b &= 2^5 \times 3^5 \times 5^5 \times 11 \times 13 \times 17
 \end{aligned}$$

le pgcd de a et de b est le ~~plus~~ nombre correspondant  
 au plus petites puissances des facteurs premiers communs aux deux.

$$\text{pgcd}(a, b) = 2^5 \times 3^5 \times 5^3 \times 11 \times 17 \quad \checkmark$$

$$b) \quad \text{pgcd}(a, b) = ?$$

$$332 = 24 \times 13 + 20$$

$$24 = 20 \times 1 + 4 \quad \checkmark$$

$$20 = 4 \times 5 + 0$$

le pgcd est le dernier reste non nul, donc  $\text{pgcd}(a, b) = 4$

## Exercice 7

$$\begin{cases} 1669 = n \times 5 + 4 \\ 1042 = m \times 5 + 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1665 = n \times 5 \\ 1035 = m \times 5 \end{cases}$$

calculons désormais le pgcd de 1665 et 1035

$$1665 = 1035 \times 1 + 630$$

$$1035 = 630 \times 1 + 405$$

$$630 = 405 \times 1 + 225$$

$$405 = 225 \times 1 + 180$$

$$1665 \wedge 1035 = 15. \text{ non, } 45$$

les diviseurs de 15 sont : 1, 3, 5, 15.

1, 3, 5 ne remplissent pas les conditions du deuxième cas étant donné qu'il reste 7 carreaux.

Donc chaque côté du rectangle contient 15 carreaux, chaque rectangle a donc une taille de 45 carreaux.

## Automates

### Exercice 1.

Table de transition état initial:

Etat	a	b	c
→ 1	3,4	/	/
→ 2	/	3,4	/
3,4	2	1	3,4,5,6
← 3,4,5,6	2,6	1,5	3,4,5,6
⇒ 1,5	3,4,6	/	/
↔ 3,6	/	3,4,5	/
← 3,4,6	1	1,5	3,4,6
← 3,4,5	2,6	1	3,4,5,6

A2

Etats	a	b	c
→ 1,2	3,4	3,4	/
3,4	2	1	3,4,5,6
2	/	3,4	/
1	3,4	/	/
← 3,4,5,6	2,6	1,5	3,4,5,6
← 2,6	/	3,4,5	/
← 1,5	3,4,6	/	/
← 3,4,5	2,6	1	3,4,5,6
← 3,4,6	2	1,5	3,4,5,6

A3C

Etats	a	b	c
→ 1,2	3,4	3,4	P
3,4	2	1	3,4,5,6
2	P	3,4	P
1	3,4	P	P
↖ 3,4,5,6	2,6	1,5	3,4,5,6
↖ 2,6	P	3,4,5	P
↖ 1,5	3,4,6	P	P
↖ 3,4,5	2,6	1	3,4,5,6
↖ 3,4,6	2	1,5	3,4,5,6
↖ P	P	P	P

Exercice 2 : Note la fleche verte correspond à la 2<sup>ème</sup> partie de l'exercice.

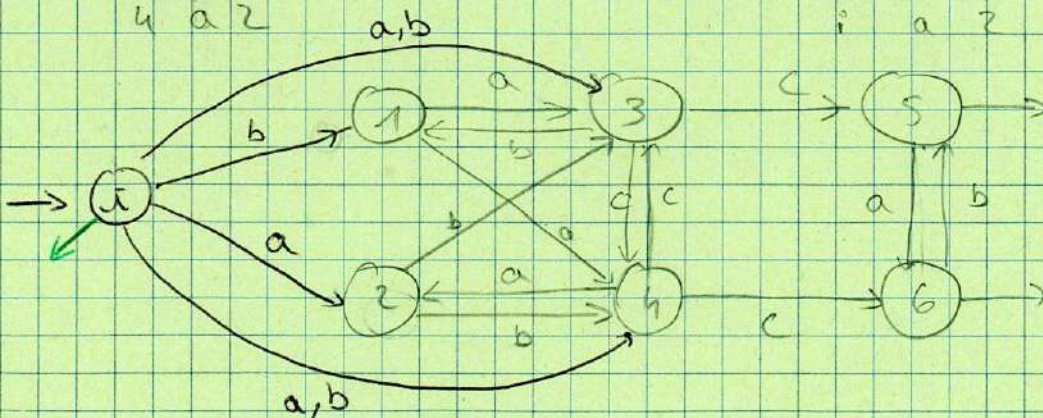
a) Standardisation.

des transitions

- 1 a 3
- 1 a 4
- 2 b 3
- 2 b 4
- 3 b 1
- 4 a 2

des états :

- 1 a 3
- 2 a 4
- 3 b 3
- 4 b 4
- 5 b 1
- 6 a 2



b) l'automate de départ ne reconnaît pas le mot vide donc l'automate standardisé ne le reconnaît pas non plus.

d'automate reconnaissant le même langage plus le mot vide correspond à l'automate précédemment dessiné en prenant en compte la flèche verte.

Exercice 3.  $L = a^*(a+b)b^*$

Table de transition initial.

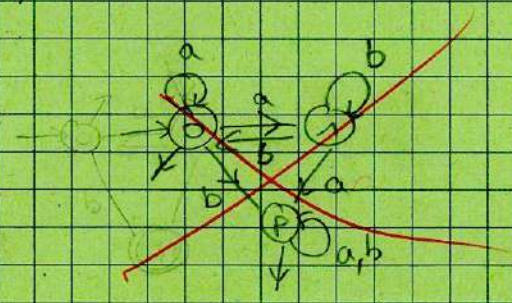
Etats	a	b
→ 0	0, 1	1
← 1	1	0, 1

complétion :

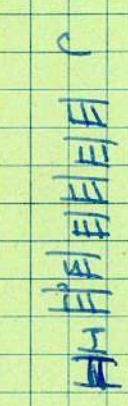
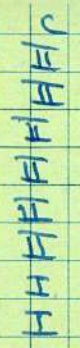
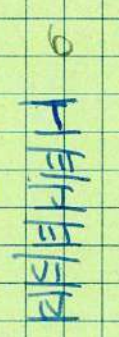
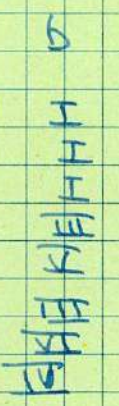
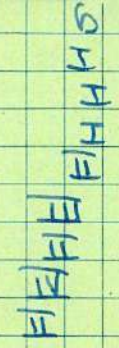
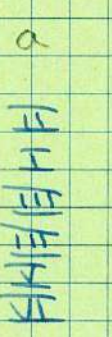
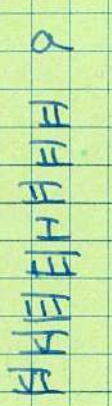
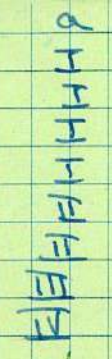
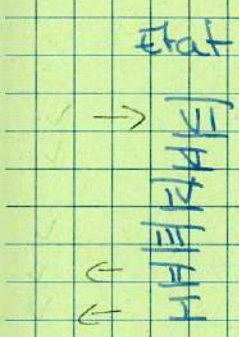
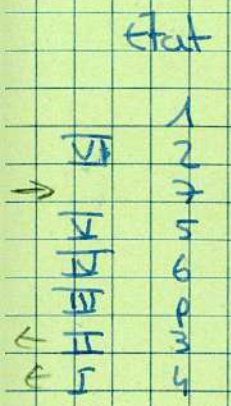
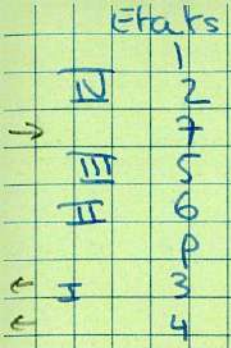
Etats	a	b
→ 0	0, 1	P
← 1	P	0, 1
<del>2</del>	<del>1</del>	<del>0, 1</del>
P	P	P

complémentaire

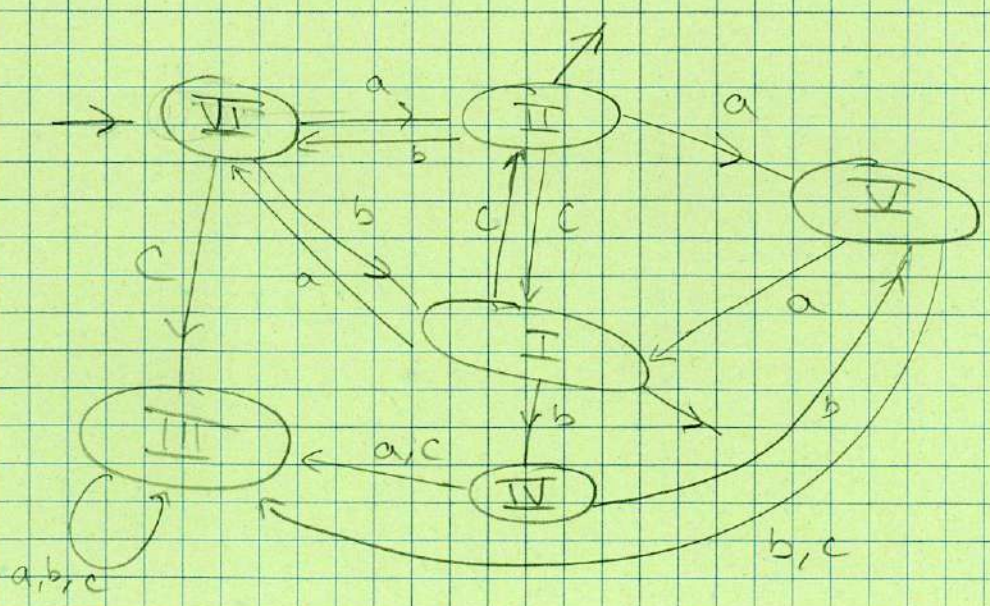
Etats	a	b
⇒ 0	0, 1	P
1	P	0, 1
<del>2</del>	<del>1</del>	<del>0, 1</del>
← P	P	P







← pubelle



## Exercice 5.

$$\begin{aligned} a) \quad X_0 &= \varepsilon + X_0 a \\ X_1 &= \varepsilon + X_1 b \\ X_2 &= X_1 a + X_0 a + X_2 a \\ X_3 &= X_0 b + X_1 b + X_3 b \end{aligned}$$

$$b) \quad L = X_2 + X_3$$

$$\rightarrow X_0 = \varepsilon + X_0 a$$

$X_0$  est de la forme  $X = XY + Z$

donc  $X = ZY^*$  avec  $\varepsilon \notin Y$  (lemme d'Arden).

$$\text{d'où } X_0 = a^*$$

$$\rightarrow X_1 = \varepsilon + X_1 b \quad \text{et en appliquant le lemme d'Arden.}$$
$$X_1 = b^*$$

$$\rightarrow X_2 = X_1 a + X_0 a + X_2 a$$

en remplaçant les valeurs de  $X_0$  et  $X_1$  trouvées au dessus,

$$X_2 = b^* a + a^* a + X_2 a$$

En appliquant le lemme d'Arden:

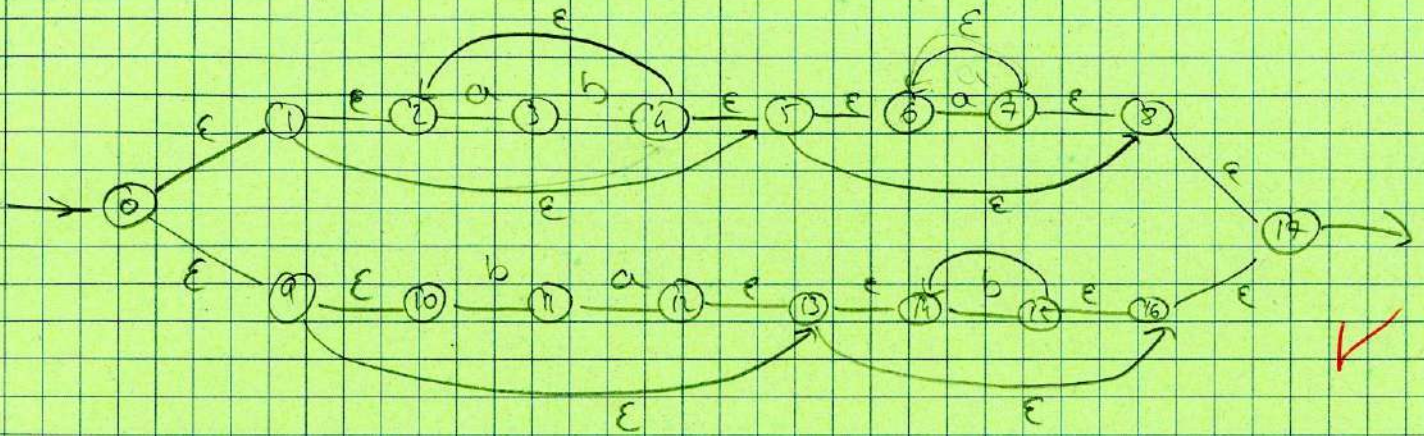
$$X_2 = a^*(b^* a + a^* a)$$

$$\begin{aligned} \rightarrow X_3 &= X_0 b + X_1 b + X_3 b \\ &= a^* b + b^* b + X_3 b \\ &= b^*(a^* b + b^* b) \end{aligned}$$

$$\rightarrow \text{donc } L = a^*(b^* a + a^* a) + b^*(a^* b + b^* b)$$

Exercice 6

a)  $L = (ab)^* a^* \cup (ba)^* b^*$



b) Initial Etats

	a	b
→ 0	1	5
1	1, 2, 3, 4, 9	/
5	8, 9	5, 6, 7
← 1, 2, 3, 4, 9	1, 2, 3, 4, 9	/
← 8, 9	8, 9	/
5, 6, 7	8, 9	5, 6, 7

*O et 0249 donc terminal.*

c) Etats

	a	b	ADC
→ 0	1	5	
1	1, 2, 3, 4, 9	P	
5	8, 9	5, 6, 7	
← 1, 2, 3, 4, 9	1, 2, 3, 4, 9	P	
← 8, 9	8, 9	P	
5, 6, 7	8, 9	5, 6, 7	
P	P	P	





		Etat	a	b
I NT	→	0	1	5
		1	1,2,3,4,9	P
		5	8,9	5,6,7
		5,6,7	8,9	5,6,7
		P	P	P

T	←	1,2,3,4,9	1,2,3,4,9	P
	←	8,9	8,9	P

		Etats	a	b
II	→	0	II	F
		1	I	F
		5	I	F
		5,6,7	I	F
		P	II	F
I	←	1,2,3,4,9	I	F
	←	8,9	I	F

		Etat	a	b
IV	→	0	IV	F
		P	III	F
III		1	I	F
		5	I	F
		5,6,7	I	F
		1,2,3,4,9	I	F
	8,9	I	F	

Etats

a

b

V	→ 0	V	V
IV	p	IV	IV
III	1	III	III
II	5	II	II
I	5,6,7	I	I
	← 1,2,3,4,9	I	I
	← 8,9	I	I

Etats

a

b

V	V	V
IV	IV	IV
III	III	III
II	II	II
I	I	I



