

DE : Mathématiques pour l'informatique

Sans documents, sans calculatrice. Tout raisonnement doit être explicité.

SVP :

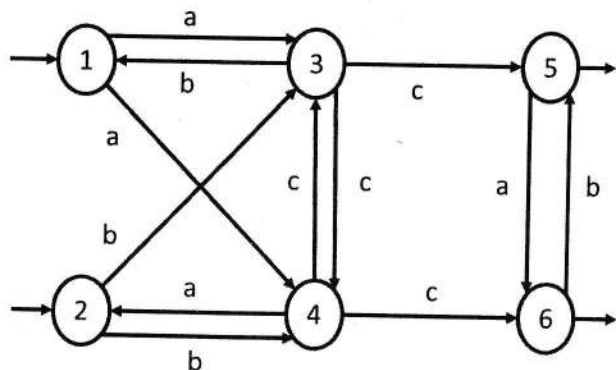
- **n'utilisez pas l'encre rouge !**
- **laissez suffisamment de la place autour en haut et à gauche du texte pour le correcteur : 2 cm à peu près à gauche et 5 cm en haut.**

Commencez par les exos qui vous semblent plus simples.

Automates

Exercice 1. Déterminer et compléter si besoin est l'automate ci-contre.

Résultat demandé : un automate déterministe complet sous forme de table de transitions (dessiner le schéma uniquement s'il n'est pas trop complexe) en indiquant clairement les états d'entrée et de sortie.

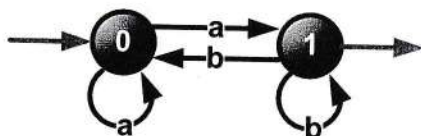


Exercice 2

- a) Standardiser le même automate que celui donné ci-dessus à l'exercice 1.
- b) Est-ce que votre automate standardisé reconnaît le mot vide ? (Expliquer la réponse !).
Si la réponse est « oui », donner un automate reconnaissant le même langage à l'exception du mot vide.
Si elle est « non », donner un automate reconnaissant le même langage plus le mot vide.

Exercice 3

Construire un automate reconnaissant le complément du langage reconnu par l'automate ci-dessous.



Exercice 4

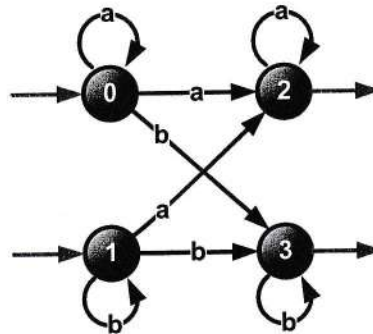
Minimiser l'automate suivant, en détaillant le processus de minimisation (partitions successives). Le résultat est attendu sous forme d'un schéma.

	état	a	b	c
	1	3	4	∅
	2	3	4	∅
S	3	5	1	4
S	4	2	6	3
	5	∅	∅	∅
	6	∅	5	∅
E	7	3	4	∅

'E' = état initial, ou "d'entrée"
 'S' = état terminal, ou "de sortie"

Exercice 5

- a) Donner le système d'équations permettant de trouver l'expression rationnelle correspondant au langage reconnu par l'automate ci-dessous. Donner l'expression du langage reconnu par l'automate en termes des expressions rationnelles X_0, X_1, X_2 et X_3 correspondant aux états.

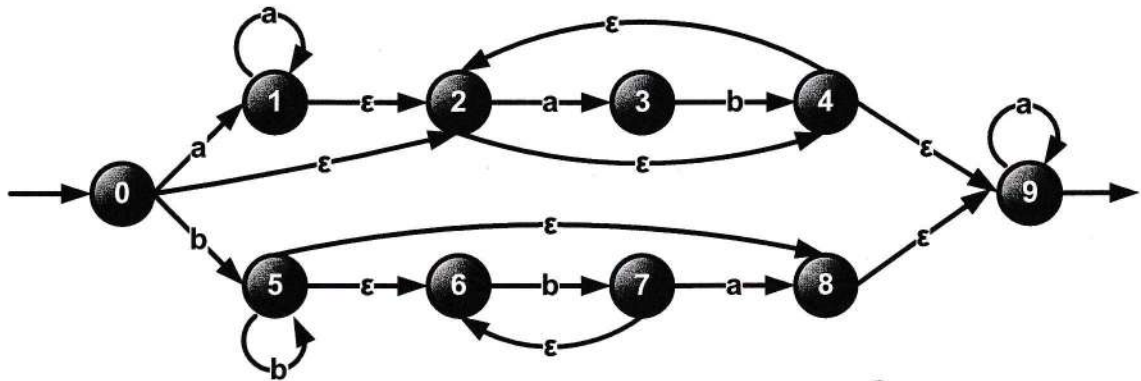


- b) Obtenir le langage reconnu par l'automate en résolvant le système d'équations que vous avez obtenu.

Exercice 6

- a) Soit l'expression rationnelle : $L = (ab)^*a^* + (ba)^*b^*$.
 Dessiner un automate asynchrone suivant exactement les règles données dans le cours.

b) Déterminer l'automate asynchrone (i.e. contenant des transitions 'ε') suivant :



c) (bonus car vous pouvez ne pas avoir le temps de le faire)
Minimiser l'automate déterministe obtenu en 6b.

Arithmétique

Exercice 7

On a un tas de petits carreaux, et on veut les disposer en un nombre de rectangles identiques. Chaque côté d'un rectangle contient au moins deux carreaux.

Quand on a 1669 carreaux, on réussit à disposer les carreaux en rectangles identiques, à l'exception des 4 derniers du tas. Si on en a 1042, on peut disposer les carreaux en rectangles de même taille, et il reste alors 7 carreaux de trop.

De quelle taille (comptée en nombre de carreaux sur chaque côté) sont les rectangles ?

Donner toutes les solutions s'il y en a plusieurs.

Exercice 8

a) Soit les nombres suivants : $a = 2^{10} \times 3^5 \times 5^3 \times 11 \times 17^4$, $b = 2^5 \times 3^5 \times 5^5 \times 11 \times 13 \times 17$

Quel est leur PGCD ? Expliquez !

b) Appliquez la méthode d'Euclide pour trouver le PGCD des deux nombres suivants :

$a = 24$, $b = 332$

Votre réponse doit impérativement inclure le résultat ainsi que le déroulement complet, étape après étape, de la méthode d'Euclide.