NOM GAUTIER

Prénom Arthur

Promo 2018

Date 01/06/2015

17,9

GAUTIER Arthur
L2 - 2014

MATIÈRE Maths pour l'info

1

I)

a) L'automate n'est pas déterministe car il a 3 entrées (A, B et C) et que, pour une transition donnée, il peut admettre plusieurs états d'arrivée

b)

	a	b
→ABC	ABC	BCD
←BCD	ABCD	BCDF
←ABCD	ABCD	BCDF
←BCDF	ABCDF	BCDF
←ABCDF	ABCDF	BCDF

c) Enlever la sortie sur l'état F n'aura pas d'impact car tous les états de l'automate déterministe complet contenant F contiennent également D, qui lui reste une sortie.

II/1

a) Automate déterministe complet :

	a	b	0	1		2	
⇄0	1	2	T	NT	T	I	II
1	P	3	NT	NT	T		
←2	4	5	T	T	T	II	III
←3	1	4	T	NT	T	I	II
←4	4	5	T	T	T	II	II
←5	4	5	T	T	T	II	II
P	P	P	NT	NT	NT		

$\Theta_0 = \{(0,2,3,4,5),(1,P)\}$
I II

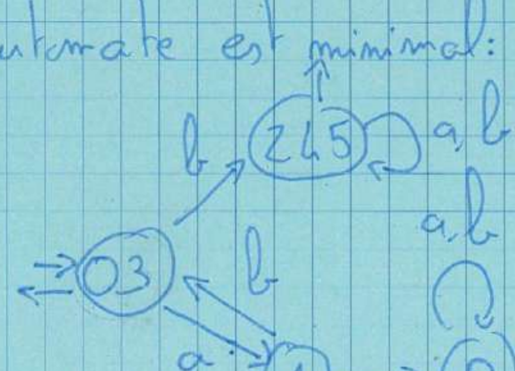
I II III IV

$\Theta_1 = \{(0,3),(2,4,5),(1),(P)\}$

$\Theta_2 = \{(0,3),(2,4,5),(1),(P)\}$

Comme $\Theta_2 = \Theta_1$, l'automate est minimal :

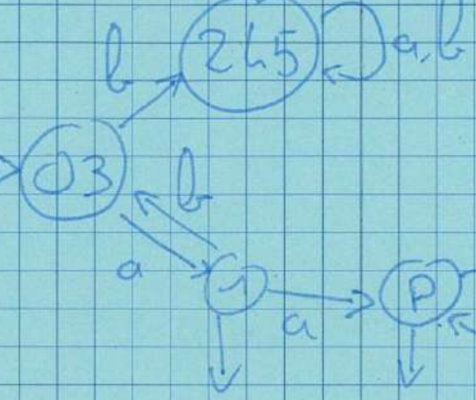
	a	b
⇄03	1	245
1	P	03
←245	245	245
P	P	P



✓

b) Pour obtenir un automate reconnaissant le langage complémentaire, il faut supprimer les sorties des états terminaux actuels et rendre terminaux les états qui ne le sont pas:

	a	b
→ 03	1	245
← 1	P	03
245	245	245
← P	P	P



III) 1

a) Voir page suivante

b+c) Cet exercice est la généralisation d'un résultat de TD.

$$Si\ L = \{(\underbrace{(a+b)\dots(a+b)}_{x \text{ fois}})^* + (\underbrace{(a+b)\dots(a+b)}_{y \text{ fois}})^*\}$$

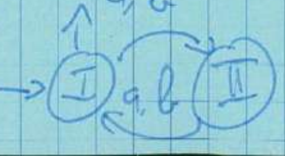
Alors, si x et y sont multiples l'un de l'autre, l'automate déterministe complet minimal aura un nombre d'états égal au PGCD de x et y.

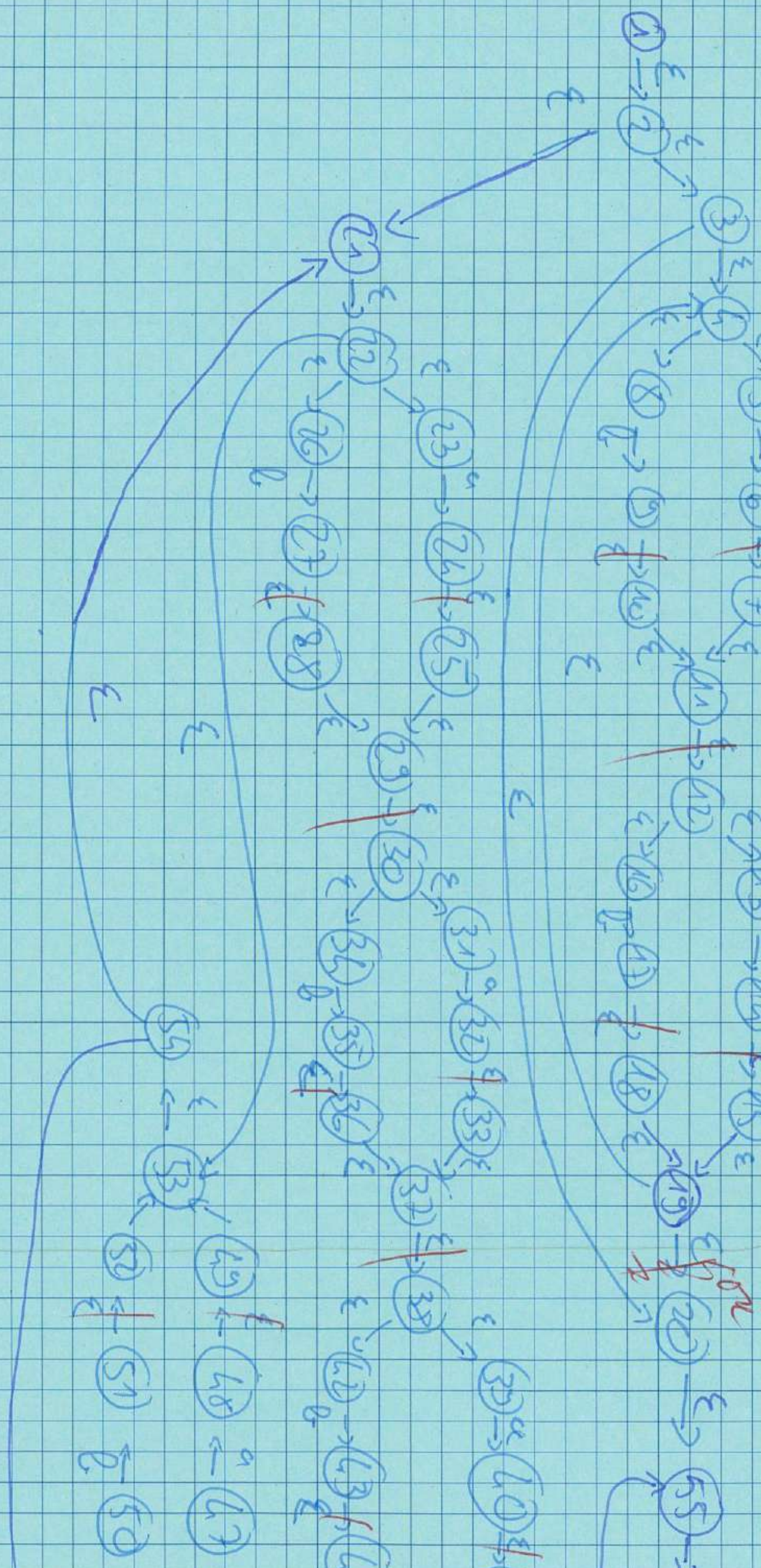
Sinon, il aura un nombre d'états égal au PPCM de x et y.

Par exemple, pour $x = 2$ et $y = 3$, l'automate déterministe complet* a 6 états (PPCM$(2,3) = 6$)

*minimal

Ici, $x = 2$ et $y = 4$, l'automate déterministe complet minimal aura 2 états: (PGCD$(2,4) = 2$)





NOM GAUTIER

Prénom Arthur

Promo 2018

Date 01/06/2015

MATIÈRE Maths pour l'info

②

V

$L = 3 + 4$

$$\begin{cases} 1 = \varepsilon + 3b \\ 2 = 1b + 2a + 2b \\ 3 = 1a \\ 4 = 3a + 4a + 4b \end{cases}$$

$1 = \varepsilon + 1ab$

$1 = (ab)^*$

$3 = (ab)^* a$

$4 = (ab)^* aa + 4(a+b)$

$4 = (ab)^* aa (a+b)^*$

$L = 3 + 4$

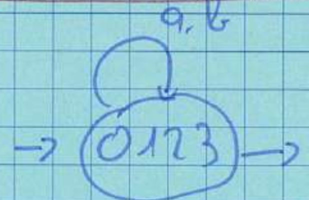
$= (ab)^* a + (ab)^* a a (a+b)^*$

$= (ab)^* a \left(\varepsilon + a(a+b)^* \right)$ ✓

Question de Cours

a) L'automate reconnaît le mot vide (car 0 est terminal), aa^* (car 1 est terminal), aa^*b (car 2 est terminal) ainsi que $(a+b)^*(b+aa^*b(a+b))$: la première partie correspond aux transitions de 3, la seconde aux moyens d'accéder à 3 (par 0 : b, par 1 et 2 : $aa^*b(a+b)$). Il reconnaît donc tous les mots composés de a et de b, ainsi que le mot vide

b)



c) $a^{(p-1)(q-1)} = (a^{p-1})^{q-1}$

Petit D'après le théorème de Fermat, $(a^{p-1})^{q-1} \equiv 1^{q-1} (p)$

Donc $a^{(p-1)(q-1)} = 1 + \alpha p$

$a^{(p-1)(q-1)} = (a^{q-1})^{p-1}$

D'après le Petit théorème de Fermat, $(a^{q-1})^{p-1} \equiv 1^{p-1} (q)$

Donc $a^{(p-1)(q-1)} = 1 + \beta q$

Donc $1 + \alpha p = 1 + \beta q$, donc $\alpha p = \beta q$ donc $p | \beta q$ et comme p et q sont premiers, $p | \beta$ donc $\beta = kp$.

$a^{(p-1)(q-1)} = 1 + \beta q = 1 + kpq$.

Or, $pq = m$.

Donc $a^{(p-1)(q-1)} = 1 + km \equiv 1 (m)$.

d) Pour calculer le PGCD de 2 nombres, on peut utiliser l'algorithme d'Euclide ou la méthode des divisions successives

↑ comment ?

TB !