NOM COMBETTE

Prénom Elise

Promo 2018 L2

Date 01/06/2015

20 ,

COMBETTE Elise
L2 - 2014

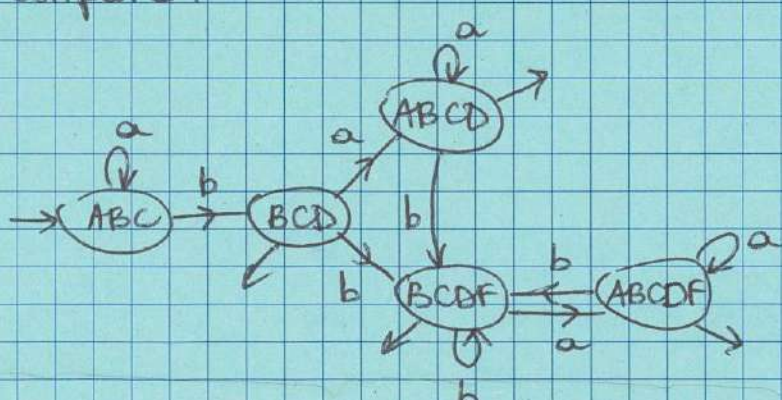
MATIÈRE DE de MP1

Exercice 1.

1 a) Cet automate n'est pas déterministe puisqu'il admet plusieurs états d'arrivée pour un même état de départ et un même symbole : à partir de B on peut arriver à B ou à C avec un a, à partir de C on peut arriver à B ou C avec un b, à partir de D on peut arriver à A, B, C ou D avec un a ou à D ou F avec un b. De plus l'automate admet plusieurs entrées (A, B et C).

1 b) On déterminise et on complète :

		a	b
→	ABC	ABC	BCD
←	BCD	ABCD	BCDF
←	ABCD	ABCD	BCDF
←	BCDF	ABCDF	BCDF
←	ABCDF	ABCDF	BCDF



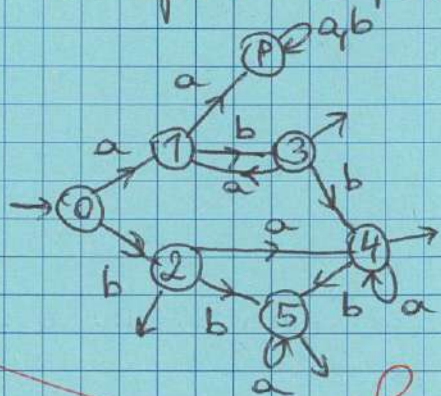
1 c) Si on enlève la sortie en état F, ~~rien ne se passe puisque les états du nouvel automate contenant F contiennent aussi D, état lui aussi terminal : ils restent des sorties~~

Exercice 2.

2 a) On construit l'automate déterministe complet :

	a	b
→ 0	1	2
1	P	3
← 2	4	5
← 3	1	4
← 4	4	5
← 5	4	5
P	P	P

On définit P la poubelle.

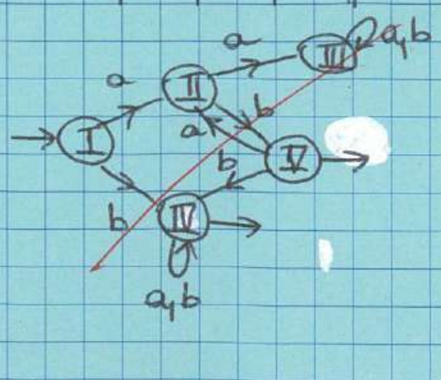


Recopiez sans erreur !

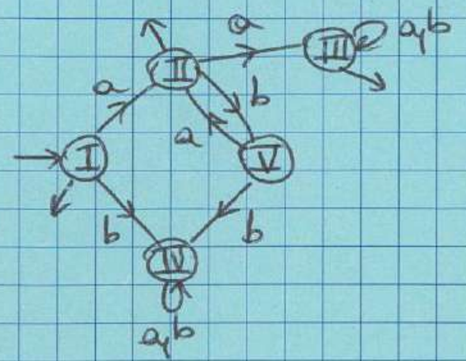
On minimise :

	a	b	P_0	a	b	P_1	a	b	P_2	a	b	P_3
→ 0	1	2	I	I	II	I	I	III	I	—	—	I
1	P	3	I	I	II	I	II	IV	II	—	—	II
P	P	P	I	I	I	II	—	—	III	—	—	III
← 2	4	5	II	II	II	III	III	III	IV	IV	IV	IV
← 3	1	4	II	I	II	IV	—	—	V	—	—	V
← 4	4	5	II	II	II	III	III	III	IV	IV	IV	IV
← 5	4	5	II	II	II	III	III	III	IV	IV	IV	IV

On a $P_2 = P_3$, donc l'automate est minimisé.



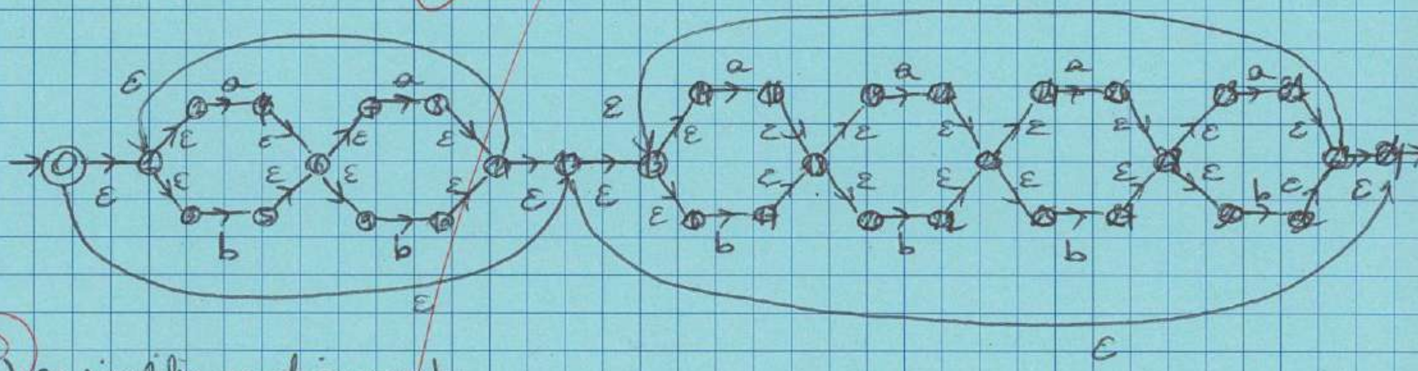
2 b) Puisque l'automate est déterministe et complet, on obtient l'automate reconnaissant son langage complémentaire en transformant les états terminaux en non terminaux et inversement :



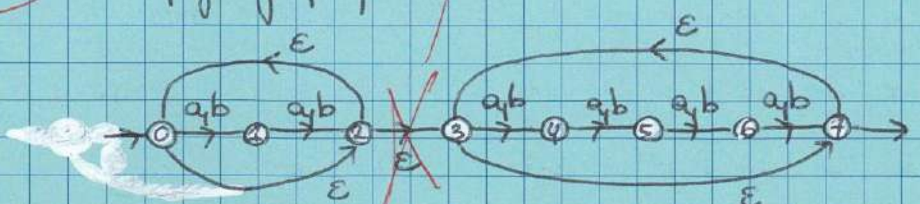
Exercice 3.

3 a) On construit l'automate reconnaissant le langage

$$L = \{((a+b)(a+b))^* + ((a+b)(a+b)(a+b)(a+b))^*\}.$$



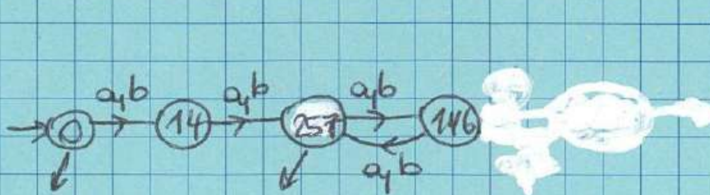
3 b) On simplifie graphiquement :



Et on déterminise :

	a	b
⇄ 0	1,4	14
14	257	257
← 257	146	146
146	257	257

On obtient :

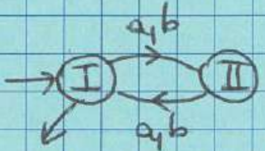


avec 257 = {0, 2, 3, 5, 7}.

3 c) On minimise :

	a	b	P_0	a	b	P_1
$\rightleftarrows$ 0	14	14	I	I	I	I
$\leftarrow$ 257	146	146	I	I	I	I
14	257	257	II	II	II	II
146	257	257	II	II	II	II

On a $P_0 = P_1$ donc l'automate est minimal.



Exercice 5.

On détermine le langage de cet automate grâce à la méthode de l'arrivée.

$$\begin{cases} X_1 = \varepsilon + X_3 b \\ X_2 = X_1 b + X_2(a+b) \\ X_3 = X_1 a. \\ X_4 = X_3 a + X_4(a+b) \end{cases}$$

On cherche $L = X_3 + X_4$.

$X_3 = X_1 a = (\varepsilon + X_3 b)a = a + X_3 ba.$

D'après le lemme d'Arden, $X = XY + Z \Leftrightarrow X = ZY^*$ donc $X_3 = a(ba)^*$

$X_4 = X_3 a + X_4(a+b) = a(ba)^* a + X_4(a+b) = a(ba)^* a(a+b)^*$ d'après le lemme d'Arden.

Donc $L = X_3 + X_4 = a(ba)^* + a(ba)^* a(a+b)^* = a(ba)^*(\varepsilon + a(a+b)^*)$

6 : Questions de cours

6 a) Tout d'abord cet automate reconnaît le mot vide puisque son entrée est aussi une sortie. Il reconnaît aa^* (de 0 à 1, avec 1 sortie), aa^*b (0 à 2, avec 2 sortie), $aa^*b(a+b)(a+b)^*$ (0, 1, 2, 3 avec 3 sortie). Il reconnaît également b (0 à 3 avec 3 sortie). Donc $L = \varepsilon + b + aa^*(\varepsilon + b(\varepsilon + (a+b)(a+b)^*))$.

trop compliqué

NOM Combette

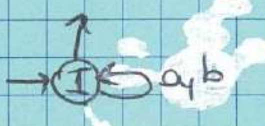
Prénom Elise

Promo 2018 L2

Date 01/06/2015

MATIÈRE DE de MPI.

6 b) On donne l'automate minimal de cet automate :

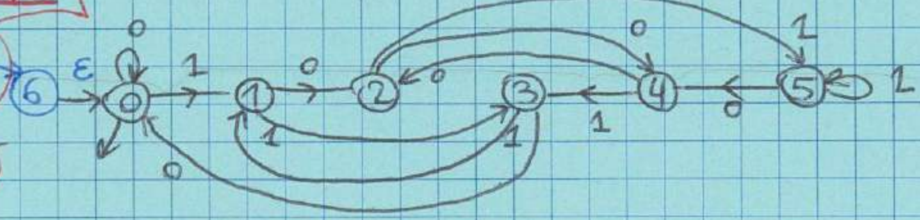


6 d) Pour calculer le PGCD de deux nombres on peut soit utiliser l'algorithme d'Euclide en appliquant PGCD(a,b) = PGCD(b, r) avec r le reste de la division euclidienne de a par b, soit décomposer a et b en nombres premiers et déterminer les facteurs communs.

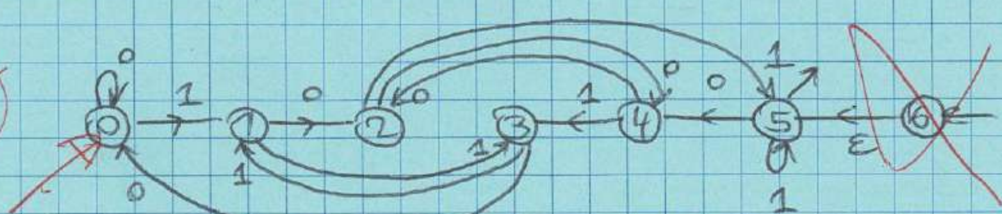
Par exemple pour PGCD(12,6), on peut calculer PGCD(12,6) = PGCD(6,0) = $\underline{6}$, ou on peut dire que $12 = 2^2 \times 3$ et $6 = 2 \times 3$ donc PGCD(12,6) $= 2 \times 3 = \underline{\underline{6}}$.

Exercice 4.

4 a) 4 b)



4 c)



Puisqu' ajouter un 0 revient à multiplier par 2, et ajouter un 1 multiplier par 2 et ajouter 1.

$N = 6k \quad 6k+1 \quad 6k+2 \quad 6k+3 \quad 6k+4 \quad 6k+5$