NOM COMBETTE

Prénom Elise

Promo L2 2018

Date 08/12/2014

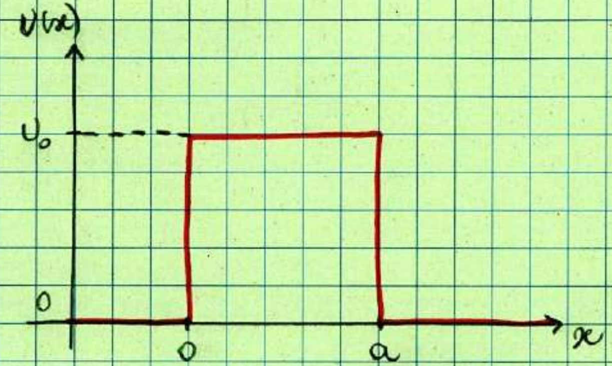
COMBETTE Elise
L2 - 2014

MATIÈRE DE Physique quantique

15/20

Exercice 5 - Effet Tunnel.

1.



1

2. La particule arrive avec une énergie inférieure à la barrière de potentiel $E < U_0$.

Dans la première région, où $x < 0$, le potentiel est nul donc $E > U(x)$.

D'après l'équation de Schrödinger, $H\Psi = E\Psi$, soit $\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + U(x)\right)\Psi = E\Psi$.

Donc $-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi + U(x)\Psi = E\Psi$. Or $U(x) = 0$ donc $-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi = E\Psi$.

3

On obtient la même chose pour la troisième région, pour $x > a$.

Quant à la deuxième région, pour $0 < x < a$, on a $U(x) = U_0 > E$. On obtient donc $-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi + U_0\Psi = E\Psi$, soit $-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi = (E - U_0)\Psi$.

3. Pour $x < 0$ ou $x > a$, on a $-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi = E\Psi$, soit $-\frac{\hbar^2}{2m} \times \frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} = E\Psi$.

Pour $0 < x < a$, on a $-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi = (E - U_0)\Psi$ soit $-\frac{\hbar^2}{2m} \times \frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} = (E - U_0)\Psi$.

D'où

Exercice 4 – Dégénérescence de valeurs propres

2 1. On a $A\Psi = \alpha\Psi$ et $A\Phi = \alpha\Phi$.

2. On multiplie la première équation par λ et la seconde par μ, on obtient :

$\lambda A\Psi = \lambda\alpha\Psi$ et $\mu A\Phi = \mu\alpha\Phi$.

On les additionne :

1 $\lambda A\Psi + \mu A\Phi = \alpha(\lambda\Psi + \mu\Phi)$. $\Leftrightarrow$ $A(\lambda\Psi + \mu\Phi) = \alpha(\lambda\Psi + \mu\Phi)$ puisque A est un opérateur linéaire.

3. On obtient à nouveau une équation de la forme $AX = \alpha X$, donc la combinaison linéaire $\lambda\Psi + \mu\Phi$ de fonctions propres est encore une fonction propre de A
2 associée à la valeur propre α.

1 4. $B(A\Psi) = B(\alpha\Psi)$.

5. Puisque A et B commutent, $B(A\Psi) = A(B\Psi)$.

1 $A(B\Psi) = \alpha(B\Psi)$, d'où $B\Psi$ est également une fonction propre de A associée à la même valeur propre α.

6.

Exercice 3 - opérateur translation

1. $T(dr)\,\Psi(r) = \Psi(r+dr)$.

(1) $T(dr)(\Psi_0\, e^{ikr}) = \Psi_0\, e^{ik(r+dr)}$

2. Le développement limité de $\Psi(r)$ au premier ordre est :

$\Psi(r) = \Psi_0 \times ikr + o(r)$

3. On en déduit l'expression de T :

$T(i\,\Psi_0\, kr) = i\Psi_0\, k(r+dr)$, donc $T(dr) = \frac{r+dr}{r}$.

Exercice 2 - Relations position-impulsion et temps-énergie

1. On sait que $\Delta x . \Delta k_x = 4\pi$ et que $\vec{p} = \vec{k}\,\hbar$.

(2) D'où $\hbar\, \Delta x . \Delta k_x = \hbar 4\pi \iff \Delta x . \Delta p_x = \hbar 4\pi$, ce qui est supérieur à $\frac{\hbar}{2}$.

2.

3. $E = \frac{p^2}{2m}$

(1)