

EFREI L2

Propagation de l'information - DE2 - 22 janvier 2008

S. Guibal

(sans document ni calculatrice)

On rappelle les équations de Maxwell dans le vide :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \vec{\nabla} \wedge \vec{B} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

1. Donner par ordre de fréquence croissante les principales gammes d'ondes électromagnétiques (OEM). Pour chaque gamme d'onde indiquer approximativement les plages de fréquence et de longueur d'onde correspondantes.

Ondes radio (3km-30cm / 100kHz-1GHz) – Micro-ondes (cm / qq GHz)- Infra-rouge (1-10mm / 10-100THz) – lumière visible (400-700nm / qq100THz) – Ultra-violets (10nm-400nm / qq1015Hz) – Rayons X (5pm-10nm)– Rayon gamma (<5pm)...

2. Pour trois gammes d'OEM citées à la question précédente, donner un exemple d'application. Préciser un type d'émetteur et de détecteur pour chaque application mentionnée.

-Micro-ondes, téléphonie mobile, émetteur-récepteur : circuit électronique+antennes, le récepteur peut être le mouvement de rotation de certaines molécules (eau)...

-Visible : sources : lampes à incandescence, soleil, diodes électroluminescentes (DEL), lasers... récepteurs : transitions électroniques des atomes et molécules, capteurs à effet photoélectriques, détecteurs à semi-conducteurs (caméras...).

- Rayons X : imagerie médicale. Sources radioactives, tubes cathodiques...détecteur : films photo-sensibles...

3. Est-ce que les types d'onde citées à la question 2 peuvent se propager dans le vide ?

Oui, les OEM se propagent dans le vide

4. Si c'est le cas ont-elle la même vitesse de propagation ? Expliquer.

Les OEM se propagent dans le vide à la vitesse de la « lumière » $c=3.10^8$ m/s

5. A partir des équations de Maxwell, montrer qu'on peut écrire une équation différentielle prédisant le propagation d'ondes de champ électrique (équation de propagation)

cf cours et TD (on dérive l'équation de propagation en prenant le rotationnel des équations en

rotationnel de E et B) $\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} - \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$

6. Comment s'exprime en fonction des constantes intervenant dans les équations de Maxwell la vitesse de propagation des ondes prédites par cette équation ?

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

7. Écrire sous la forme d'une fonction complexe une solution mathématiquement possible pour cette équation. Montrer que cette fonction vérifie l'équation trouvée à la question précédente.

$\vec{E}^* = \vec{E}_0^* e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$ où le vecteur d'amplitude complexe E_0^* peut contenir des termes de phase statiques. En calculant les dérivées partielles par rapport au temps et à l'espace, on trouve que cette fonction vérifie bien l'équation de propagation.

8. Comment est orienté le champ électrique par rapport à la direction de propagation ?
Les OEM sont des ondes transverses, le champ électrique est perpendiculaire à la direction de propagation.

9. Donner la définition de l'état de polarisation d'une OEM
L'état de polarisation est la trajectoire décrite par l'extrémité du vecteur champ électrique au cours du temps à une position donnée de l'axe de propagation.

10. Quels sont les états de polarisation élémentaires ?
Polarisations linéaires et circulaires

11. Est-ce que l'équation de propagation permet de déterminer l'état de polarisation d'une OEM ? Pourquoi ?
Non. L'équation de propagation ne donne aucune information sur l'état de polarisation. Celui-ci dépend de la géométrie de l'émetteur et de l'environnement de propagation de l'onde. En termes mathématique, il faut définir des *conditions aux limites* en plus de l'équation de propagation pour décrire complètement l'onde.

12. Donner la définition d'une surface d'onde.
Une surface où la phase de l'onde est la même en tout point.
On considère les deux OEM décrites par les champs électriques E_1 et E_2 suivants :

$$\vec{E}_1 = \frac{E_0}{r} e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} \vec{u}_z$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\vec{k} = \frac{x}{r} \vec{u}_x + \frac{y}{r} \vec{u}_y$$

$$\vec{E}_2 = E_0 e^{i(\omega t - kx)} \vec{u}_z$$

où $\vec{u}_{x,y,z}$ sont les vecteurs unitaires dans les directions Ox , Oy , Oz

13. Quelle est la forme de la surface d'onde associée au champ E_1 ? E_2 ?
Sphérique pour l'onde 1, plane pour l'onde 2.

14. Comment varie la densité surfacique de puissance associée à chacune de ces ondes avec la distance le long de l'axe Ox ?

La densité de puissance portée par l'onde est proportionnelle au carré de l'amplitude du champ. Pour l'onde sphérique celle-ci varie donc comme $1/r^2$ et diminue donc rapidement avec la distance. Pour l'onde plane, celle-ci ne varie pas.

15. Laquelle de ces deux ondes pourra être détectée à la plus longue distance ? Pourquoi ?
L'onde plane dont la densité de puissance ne varie pas avec la distance pourra donc être détectée à grande distance.