

Devoir d'entraînement de propagation de l'information  
Samuel Guibal - novembre 2007

Le satellite ASTRA 1KR a été lancé en 2006. C'est un satellite destiné à la diffusion de chaînes de télévision. La transmission de l'information se fait grâce à une onde électromagnétique d'une fréquence d'environ 12GHz.

Ce satellite est placé en orbite à 36000km, on dit qu'il est géostationnaire car à cette altitude, sa vitesse angulaire de rotation est identique à celle de la terre et il reste donc en permanence à l'aplomb d'une même région.

1) Pourquoi choisit-on une orbite géostationnaire pour un satellite de diffusion de télévision ?

L'orbite géostationnaire permet au satellite de rester à l'aplomb de la même région de la terre (sa vitesse angulaire de rotation est la même que celle de la terre). Cette position fixe permet d'émettre en permanence sur la même région.

2) Quelle est la vitesse de propagation dans le vide de l'onde utilisée ?

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

3) Quelle est la longueur d'onde dans le vide de cette onde ?

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^8}{12 \cdot 10^9} = 0,25 \cdot 10^{-1} \text{ m}$$

4) Cette vitesse est-elle la même tout au long de la propagation entre la terre et le satellite ?

Non, la vitesse de propagation dans l'air est plus lente que dans le vide :  $c_{\text{air}} = c/n$

5) On assimile l'atmosphère terrestre à une couche d'air de densité uniforme, d'épaisseur 50km. L'indice moyen de l'air est de 1,0003. Calculer le temps de propagation de l'onde entre le satellite et un point à la surface de la terre situé à l'aplomb du satellite.

$$T = \frac{35950 \cdot 10^3}{3 \cdot 10^8} + \frac{50 \cdot 10^3}{3 \cdot 10^8 / 1,0003} = 11\,983 \cdot 10^{-5} + 17 \cdot 10^{-5} = 12 \cdot 10^{-3} \text{ secondes (soit 12ms)}$$

6) Quelle est la longueur d'onde dans l'air de cette onde ?

$$\lambda = \frac{c/n}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^8 / 1,0003}{12 \cdot 10^9} = 0,2499 \cdot 10^{-1} \text{ m. La différence avec la longueur d'onde dans le vide est très faible !}$$

7) L'antenne du satellite permet d'émettre sur toute la France. La zone de réception sur terre est le cercle de diffusion d'un rayon 800 km. Est-ce que toutes les régions de France reçoivent les mêmes informations au même moment ? Sinon, expliquer pourquoi (éventuellement avec l'aide d'un schéma) et calculer l'éventuel décalage temporel entre le centre du cercle de diffusion et le bord.

La distance verticale entre le satellite et la terre est de 36000km.

La distance à parcourir pour atteindre le bord du cercle de diffusion est de  $\sqrt{36000^2 + 800^2} = 36\,009 \text{ km}$

Le signal arrive donc un peu plus tard sur les bords, le décalage temporel est de  $9000 / 3 \cdot 10^8 = 3 \cdot 10^{-5} \text{ s} = 30 \mu\text{s}$

Lors du passage du vide spatial à l'atmosphère terrestre, l'indice optique change.

8) Rappeler la loi de Descartes reliant l'angle réfracté  $r$  à l'angle incident  $i$  lors du passage à l'interface entre deux milieux d'indice optique différent

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r$$

9) Lorsque l'onde se propage du satellite vers la terre est-ce que l'angle augmente ou diminue à la rentrée dans l'atmosphère ?

$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1}$  L'indice du vide ( $n_1$ ) vaut 1 et l'indice de l'air ( $n_2$ ) vaut 1,0003 et pour des angles inférieurs à  $\pi/2$ , la fonction sinus est croissante. Donc  $i/r > 1$  et donc l'angle diminue à l'entrée dans l'atmosphère.

- 10) Lorsque l'onde se propage de la terre vers le satellite est-ce que l'angle augmente ou diminue à la sortie de l'atmosphère ?

Même raisonnement et donc l'angle augmente à la sortie...

- 11) calculer l'angle réfracté à l'entrée dans l'atmosphère pour une onde émise par le satellite, au centre du cercle de diffusion puis sur le bord.

Au centre, l'angle d'incidence est nul, l'angle réfracté est nul également (Descartes).

Au bord, l'angle incident est tel que  $\sin \alpha_i = 800/36009$  d'où  $\sin \alpha_r = \frac{\sin \alpha_i}{n} = \frac{800/36009}{1,0003} \approx \sin \alpha_i$

- 12) Est-ce que la réfraction par l'atmosphère est un effet dont il faut tenir compte pour la diffusion par satellite ?

D'après ci-dessus, l'effet de la réfraction à l'entrée dans l'atmosphère est négligeable

On s'intéresse à la réception de cette onde par une antenne terrestre.

L'onde émise est une onde électromagnétique sphérique qu'on peut assimiler à une onde plane à grande distance du satellite. Cette onde plane monochromatique est caractérisée par son champ électrique  $\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - kz)$ .

- 13) Ecrire la relation entre la pulsation  $\omega$  (rad.s<sup>-1</sup>) et la fréquence  $\nu$  de l'onde (Hz ou s<sup>-1</sup>). Calculer la valeur numérique de  $\omega$ .

$$\omega = 2\pi\nu = 6,14 \times 12 \cdot 10^9 \text{ Hz}$$

- 14) Ecrire la relation entre le vecteur d'onde  $k$ , la pulsation  $\omega$  et la vitesse de l'onde.

$$k = \frac{\omega}{c}$$

- 15) Ecrire les trois composantes du vecteur champ électrique.

$$E_{x,y,z} = E_{0x,y,z} \cos(\omega t - kz)$$

- 16) Quelle est la direction et le sens de propagation de l'onde ?

Direction suivant Oz, sens positif

- 17) Expliquer pourquoi la composante suivant Oz est toujours nulle.

Car une OEM est une onde transverse (le vecteur champ électrique est toujours perpendiculaire à la direction de propagation)

- 18) L'onde est polarisée linéairement suivant Ox. Quelle est la conséquence sur les composantes du champ ? Ecrire la seule composante non nulle.

Le champ électrique est dirigé suivant Ox, ses composantes suivant Oy et Oz sont donc nulles.

$$E_x = E_0 \cos(\omega t - kz)$$

Une antenne est placée à proximité d'une surface métallique perpendiculaire à la direction de propagation. Cette surface est réfléchissante pour l'onde. On veut calculer le champ total détecté par l'antenne.

- 19) Quelle est la direction de propagation de l'onde réfléchi par la surface. Son sens ?

Direction suivant Oz, sens négatif (opposé au sens de propagation de l'onde incidente)

- 20) Le champ réfléchi s'écrit  $\vec{E}_r = E_0 \cos(\omega t + kz + \varphi) \vec{u}_x$ , expliquer pourquoi.

Le champ réfléchi reste polarisé suivant  $Ox$  (la réflexion en incidence normale n'affecte pas la polarisation linéaire). Le terme en  $+kz$  traduit le changement de sens de propagation. La position de la plaque réfléchissante introduit un terme de phase fixe  $\phi$ .

21) Ecrire les champs complexes  $E^*$  et  $E_r^*$  associés à  $E$  et  $E_r$ .

$$\vec{E}^* = E_0 e^{i(\omega t + kz)} \vec{u}_x$$

$$\vec{E}_r^* = E_0 e^{i(\omega t + kz + \phi)} \vec{u}_x$$

22) Calculer la somme  $E_{total}^*$  de  $E^*$  et  $E_r^*$ . Montrer que  $E_{total}^* = 2E_0 e^{i\phi/2} e^{i\omega t} \cos(kz + \phi/2)$ .

$$\vec{E}_T^* = E_0 (e^{i(\omega t - kz)} + e^{i(\omega t + kz + \phi)}) \vec{u}_x = E_0 e^{i\omega t} e^{i\phi/2} (e^{-i(kz + \phi/2)} + e^{i(kz + \phi/2)}) \vec{u}_x = 2E_0 e^{i\omega t} e^{i\phi/2} \cos(kz + \phi/2) \vec{u}_x$$

23) L'antenne est sensible à l'intensité de l'onde. L'intensité est proportionnelle au carré du module du champ électrique complexe. Montrer que l'intensité totale varie périodiquement en fonction de la position  $z$  sur l'axe de propagation des faisceaux.

$$I \propto |E_{total}^*|^2 = 4E_0^2 |e^{i\phi/2}| |e^{i\omega t}| \cos^2(kz + \phi/2) = 4E_0^2 \cos^2(kz + \phi/2)$$

L'intensité varie périodiquement avec  $z$  par la fonction cosinus<sup>2</sup>.