# (P)L2/Systèmes de transmission/**DE**

19 novembre 2012

Corrigé

# 1 Modulation analogique

**1–1** Il s'agit d'une modulation d'amplitude double bande avec porteuse (occupation spectrale de $f_0 - f_{max}$ à $f_0 + f_{max}$ et raie spectrale à $f_0$).

**1–2** La méthode la plus simple est la détection d'enveloppe (puisque modulation DBAP), à condition de ne pas avoir de surmodulation (on doit avoir le taux de modulation $k \leq 1$).

**1–3** Selon la régle de Carson, on a

$$
\begin{aligned}
B_c &= 2\,(\beta + 1)\, f_m \\
&= 2 \times (5+1) \times 15\,\text{kHz} = 180\,\text{kHz}
\end{aligned}
$$

**1–4** On montre :

$$
\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\{s(t)\} &= \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left\{A\cos\left(\omega_0 t + 2\pi\,\Delta_f \int_0^t m(u)\,\mathrm{d}u\right)\right\} \\
&= -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left\{\omega_0 t + 2\pi\,\Delta_f \int_0^t m(u)\,\mathrm{d}u\right\} A\sin\left(\omega_0 t + 2\pi\,\Delta_f \int_0^t m(u)\,\mathrm{d}u\right) \\
&= \left(\omega_0 + 2\pi\,\Delta_f\, m(t)\right) A\sin\left(\omega_0 t + 2\pi\,\Delta_f \int_0^t m(u)\,\mathrm{d}u + \pi\right) \\
&= A\,\omega_0\left(1 + \frac{\Delta_f}{f_0}\, m(t)\right)\sin\left(\omega_0\, t + 2\pi\,\Delta_f \int_0^t m(u)\,\mathrm{d}u + \pi\right) \qquad (1)
\end{aligned}
$$

En (1), on observe que la porteuse est modulée en fréquence *et* en amplitude par $m(t)$. L'enveloppe du signal *est* le modulant car on a $1 + \frac{\Delta_f}{f_0}\, m(t) > 0$.

**1–5** On peut, pour démoduler le signal, appliquer une détection d'enveloppe au signal modulé AM–FM. Le démodulateur sera alors un dérivateur suivi d'un détecteur d'enveloppe.

**1–6** Le modulant $m(t)$ est considéré normalisé

$$m(u) = \cos(2\pi\, f_m t).$$

Soit

$$\int_0^t m(u)\,\mathrm{d}u = \frac{1}{2\pi\, f_m}\sin(2\pi\, f_m t).$$

On obtient donc

$$\begin{aligned}
s(t) &= A\cos\left(\omega_0\, t + 2\pi\,\Delta_f \int_0^t m(u)\,\mathrm{d}u\right)\\
&= A\cos\left(\omega_0\, t + \frac{\Delta_f}{f_m}\sin(2\pi\, f_m t)\right)\\
&= A\cos\left(\omega_0\, t + \beta\sin(2\pi\, f_m t)\right), \qquad (2)
\end{aligned}$$

où on rappelle en (2), $\beta = \frac{\Delta_f}{f_m}$.

**1–7** On a $\beta = \frac{\Delta_f}{f_m}$. Soit, l'excursion de fréquence

$$\begin{aligned}
\Delta_f &= \beta\, f_m\\
&= 5\times 15\,\mathrm{kHz} = 75\,\mathrm{kHz} \qquad (A.N.).
\end{aligned}$$

## 2 Numérisation, PSK

**2–1** Le RSB, exprimé en dB, sera approximativement

$$\begin{aligned}
\mathrm{RSB}_{(\mathrm{dB})} &\approx 6\,B\,\mathrm{dB}\\
&\approx 6\times 16\,\mathrm{dB} = 96\,\mathrm{dB}.
\end{aligned}$$

**2–2** La fréquence minimale sera, en vertu du théorème de Nyquist-Shannon de l'échantillonnage :

$$\begin{aligned}
f_e &\geq 2\, f_{max}\\
&= 2\times 20\,\mathrm{kHz} = 40\,\mathrm{kHz}.
\end{aligned}$$

Pour la suite, nous considérerons $f_e = 40\,\mathrm{kHz}$, bien qu'il soit possible de considérer une fréquence d'échantillonnage supérieure au minimum requis.

**2–3** Le débit $D_s$ de la source est fonction du nombre d'échantillon transmis par unité de temps ($f_e$), du nombre de bits par échantillon ($b$) et du nombre de voies (2 pour la stéréophonie).

$$\begin{aligned}
D_s &= 2\, f_e\, b\\
&= 2\times 4\times 10^4\times 16 = 1{,}28\times 10^6\,\mathrm{b/s}.
\end{aligned}$$

On envisage une modulation numérique afin d'effectuer la transmission du signal. On utilise une PSK-4 (une modulation par saut de phase de *valence* $M = 4 = 2^q$, $q = 2$ bits/symbole).

2–**4** Le débit de la transmission ($D_c$, la capacité du canal) est

$$D_c = R\log_2(M)$$

2–**5** On veut $D_c \geq D_s$. Soit

$$R \geq \frac{D_s}{\log_2 M}$$

En considérant $M = 4$ ($\log_2(M) = 2$), on aura

$$R \geq 6{,}4 \times 10^5\,\mathrm{Bd}$$

*Le symbole* Bd *est utilisé pour le baud.*

On rappelle que la bande occupée par un signal PSK est approximativement le double de la rapidité de modulation.

2–**6** La bande nécessaire à la transmission sera donc

$$B \approx 2R = 2 \times 6{,}40 \times 10^5 = 1{,}28\,\mathrm{MHz}$$

On dispose d'une bande de fréquence (*insuffisante !*) sur notre canal de 400 kHz.

2–**7** La rapidité de modulation sera alors $R = 2 \times 10^5$ Bd. La valence minimale sera telle que

$$R\log_2(M) \geq D_s$$

Soit $\log_2(M) \geq 6{,}4$. On prendra donc

$$M = 2^7 = 128.$$

Le récepteur est constitué d'un démodulateur et d'un convertisseur numérique–analogique.

2–**8** A la sortie du CNA, le filtre de reconstruction (passe-bas de fréquence de coupure

$$f_c = f_e/2 = 20\,\mathrm{kHz}$$

permettra de reconstituer le signal original.

## 3 Multiplexage fréquentiel

La figure 1 représente un schéma de multiplexeur à 3 voies. Les spectres des différents signaux y sont par ailleurs représentés schématiquement. On considère que les bandes de fréquences occupées *en bande de base* par les 2 premières voies multiplexées ($m_1$ et $m_2$) sont identiques : $[0; f_{max}]$ avec $f_{max} = 15\,000\,\mathrm{Hz}$. Quant à la bande occupée par $m_3$, elle est plus faible : $[0; 1000\,\mathrm{Hz}]$.

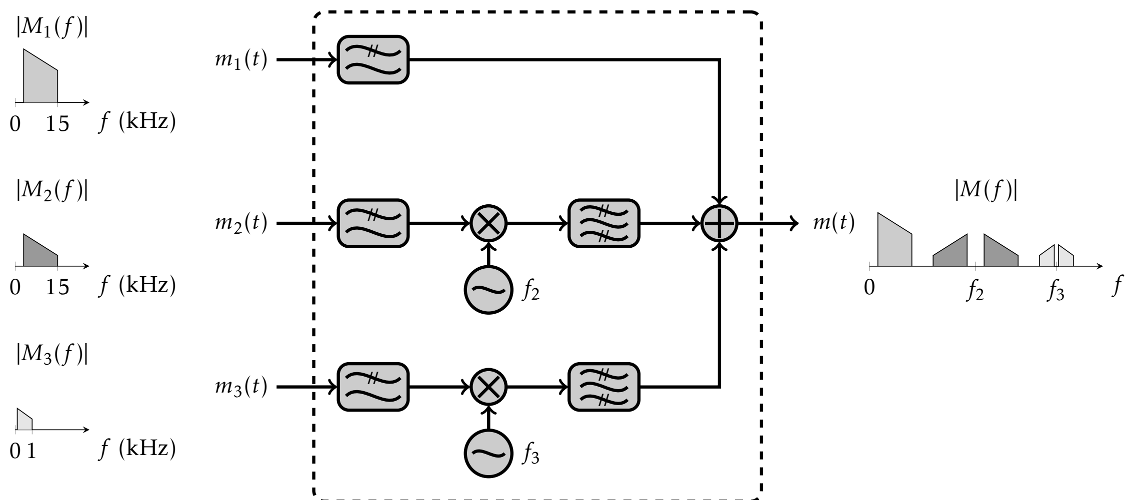


FIGURE 1 – Schéma bloc du multiplexeur

**3–1** (a) La fréquence $f_3$ doit être telle que $f_2 - f_{max} \geq f_{max}$, afin que les signaux multiplexés $m_1$ et $m_2$ utilisent des bandes disjointes. On prendra $f_2 = 32\,\mathrm{kHz}$ (il faut laisser une marge pour que le filtre passe-bande au démultiplexage puisse sélectionner les différents signaux).

(b) La fréquence $f_2$ doit être telle que $f_3 - 1\,\mathrm{kHz} \geq f_2 + f_{max}$. On pourra prendre $f_3 = 50\,\mathrm{kHz} \geq 48\,\mathrm{kHz}$.

**3–2** Dans l'ordre de haut en bas, puis de gauche à droite :
- passe-bas $f_c = 15\,\mathrm{kHz}$ ;
- passe-bas $f_c = 15\,\mathrm{kHz}$ ;
- passe-bas $f_c = 1\,\mathrm{kHz}$ ;

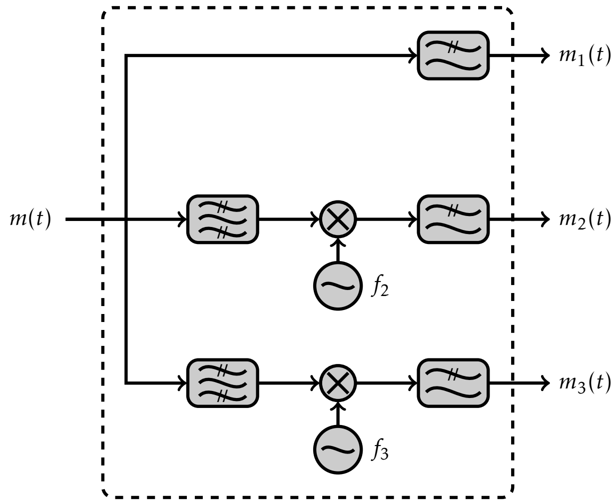


FIGURE 2 – Schéma bloc du démultiplexeur

– passe-bande [17 kHz ; 47 kHz] ;
– passe-bande [49 kHz ; 51 kHz] ;

3–**3** Deux sous-porteuses peut être ajoutée au multiplex afin de générer plus facilement les porteuses de démultiplexage.

3–**4** *Cf.* figure 2

**/fin/**