EFREI
ÉCOLE D'INGÉNIEUR

Algorithmique numérique LP3 2012

Devoir écrit du 25 mars 2010

Document autorisé : un feuillet personnel blanc manuscrit recto-verso uniquement

Sans calculatrice

Durée : deux heures

Exercice 1 : représentation

S(1) E (8) M(23)

A) Convertir $\dfrac{(5+3)(1+7\times9)}{64^{28}}$ en représentation flottante $IEEE_{754}$ au format simple précision.

B) Quelle est la plus petite valeur positive normalisée représentable au format $IEEE_{754}$ simple précision ? Expliquez.

C) Y-a-t-il moyen de représenter une valeur encore plus petite ? Lequel ? Quelle est alors la plus petite valeur représentable ?

Exercice 2 : résolution

A) Résoudre le système suivant par la méthode du pivot de Gauss partiel : $\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & 1 & 10 \\ 1 & 3 & 2 & 15 \\ 2 & 1 & 3 & 13 \end{array}\right)$

B) Ce système est-il à diagonale dominante ? Justifiez votre réponse.

Exercice 3 : interpolation

Etant donné l'ensemble de points suivant :

$$\begin{pmatrix} x_i & -1 & 0 & 1 & 2 \\ y_i & 0 & -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

A) En donner, sous forme réduite et factorisée, le polynôme d'interpolation de Lagrange.

B) En donner, sous forme réduite et factorisée, le polynôme d'interpolation de Newton.

ÉCOLE D'INGÉNIEUR
Diplôme d'ingénieur habilité par la CTI depuis 1957

Formulaire

- **Représentation flottante normalisée IEEE$_{754}$ toutes précisions :**

$$fl(a) = (-1)^S (1+M) 2^{E-E_0}, E_0 = 2^{|E|-1} - 1$$

- **Polynôme d'interpolation de Lagrange d'une famille** $(x_i \quad y_i)_{i\in[\![1 \quad p]\!]}$ **de** p **points :**

$$L(x) = \sum_{i=1}^{p} y_i \ell_i(x) \text{ avec } \forall i \in [\![1 \quad p]\!] : \ell_i(x) = \prod_{j=1, j\neq i}^{p} \frac{u_j(x)}{u_j(x_i)} \text{ avec } u_j(x) = x - x_j$$

- **Polynôme d'interpolation de Newton d'une famille** $(x_i \quad y_i)_{i\in[\![1 \quad p]\!]}$ **de** p **points :**

$$N(x) = a_1 + \sum_{i=2}^{p} a_i \prod_{j=1}^{i-1} u_j(x) \text{ avec } u_j(x) = x - x_j,\ a_i = \nabla^{i-1} y_i \text{ et :}$$

$$\begin{cases} \forall i \in [\![1 \quad p]\!] : \nabla^0 y_i = y_i \\ \forall j \in [\![1 \quad p-1]\!] \forall i \in [\![j+1 \quad p]\!] : \nabla^j y_i = \dfrac{\nabla^{j-1} y_i - \nabla^{j-1} y_j}{x_i - x_j} \end{cases}$$