Cl. autre

IV. Modulat° Numérique

1. Intérêt

NB : les signaux modulés sont quasi-sinusoïdaux.

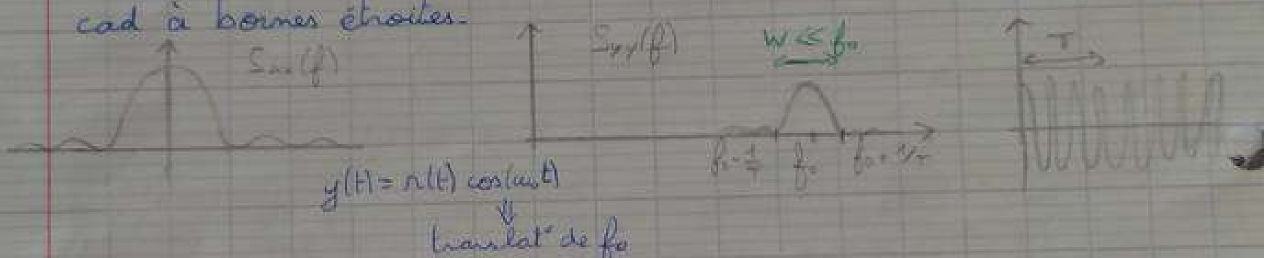
Les signaux codés en bande de base ont une occupat° spectrale ds une bande centrée en f_0. Les canaux φ peuvent offrir d'autres bande de fréq

↳ ex : transmission de propagat° électromagnéti°.

1er intérêt : transporer les signal numéri° ds la bande de fréq offerte par le canal φ. Ex : communicat° hertzienne.

2e —— : le multiplexage fréquentiel → plus transmission st effectuées sur le m̂ canal φ ms ne bande de fréq disjointes.

La modulat° permet de créer des signaux quasi-sinusoïdaux, cad à bornes étroites.



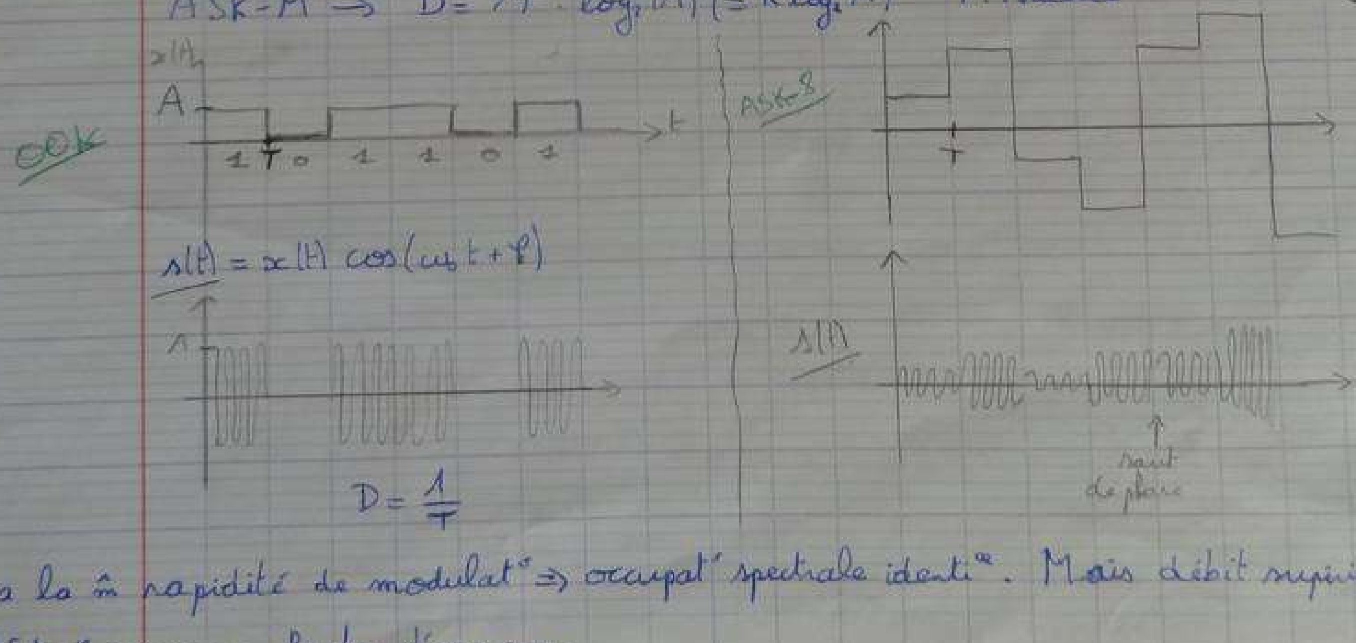
$y(t) = x(t)\cos(\omega_0 t)$
↓
translat° de f_0

$$S_{yy}(f) = S_{xx}(f-f_0)\cdot\frac{1}{4} + \frac{1}{4}S_{xx}(f+f_0)$$

2. Modulat° d'amplitude (peu utilisé)

OOK → $D = 1/T$ $(= R)$

ASK-M → $D = 1/T \cdot \log_2(M)$ $(= R\log_2 M)$ M : valence



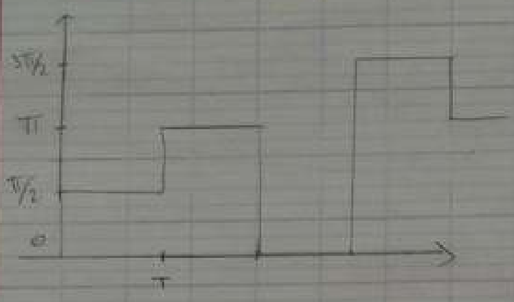
→ On a la m̂ rapidité de modulat° ⇒ occupat° spectrale identi°. Mais débit supéri pr ASK-8 ainsi que Proba d'erreur.

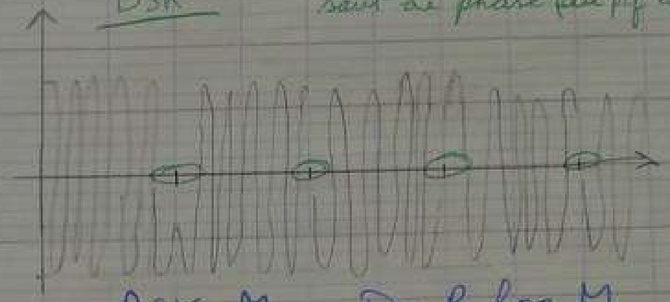
IV Modulat° numérique

3. ——— de phase

$s(t) = A_0 \cos(\omega t + y(t))$

$y(t) = \sum a_k g(t - kT)$



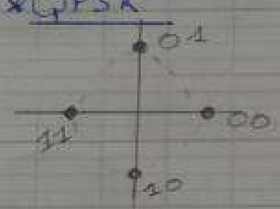


DSK saut de phase (au pif ici)

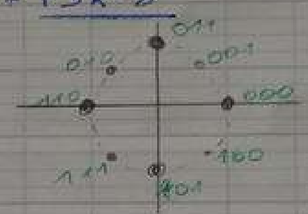
PSK-M $\quad D = R \log_2 M$

Constellat°

* QPSK



* PSK-8

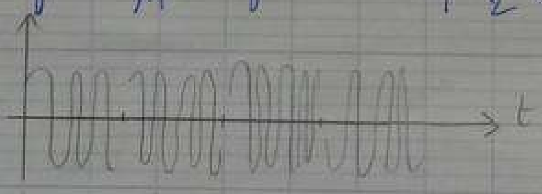


00 on ne fait rien.
11 on déphase de π.

* PSK-M : $\phi \in \left\{ 0 ; \frac{2\pi}{M} ; \frac{4\pi}{M} ; \dots ; \frac{(M-1)2\pi}{M} \right\}$

4. Modulat° de fréq $\boxed{FSK}$

$f_0 = \frac{2k}{M} \Delta f \quad k \in \left\{ -\frac{M}{2} ; \dots ; \frac{M}{2} \right\}$



On change les fréq suivant les symb.

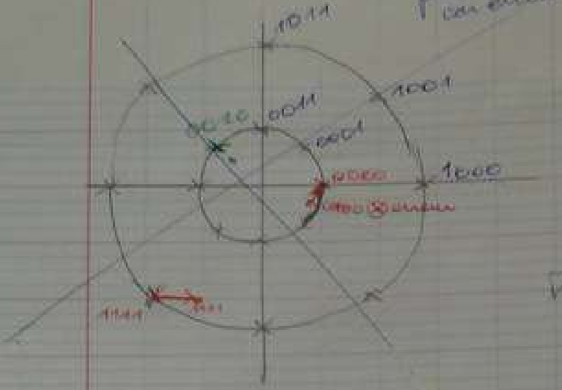
5. Modulat° QAM (phase + ampli)

$\left. \begin{array}{l} x(t) \text{ module l'amplitude} \\ y(t) \text{ ——— la phase} \end{array} \right\} \Rightarrow s(t) = x(t) \cos(\omega_0 t + y(t))$

→ la porteuse prend un nbre d'état fini, et cet état reste cste pdt une période T.

le 1er cercle commence par 0
le 2nd ——————— 1.

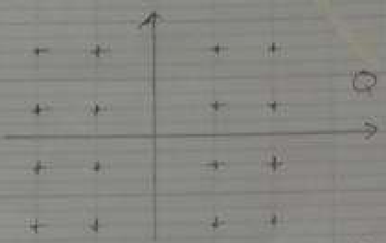
pas utilisé car erreur



+ d'erreur sur le cercle intérieur que sur le cercle extérieur, car les pts sont + proches de leurs voisins. ⇒ On fait un quadrillage

x → amplitude → rayon du cercle
y → phase → angle

pts équidistants

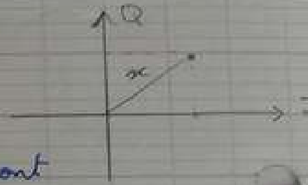


QAM 16

$$s(t) = \underset{2\text{ valeurs}}{x(t)}\left[\cos(\omega_0 t + \underset{8\text{ valeurs}}{y(t)})\right] = \underbrace{x(t)\cos(y(t))}_{I(t)}\cos(\omega_0 t) - \underbrace{x(t)\sin(y(t))}_{Q(t)}\sin(\omega_0 t)$$

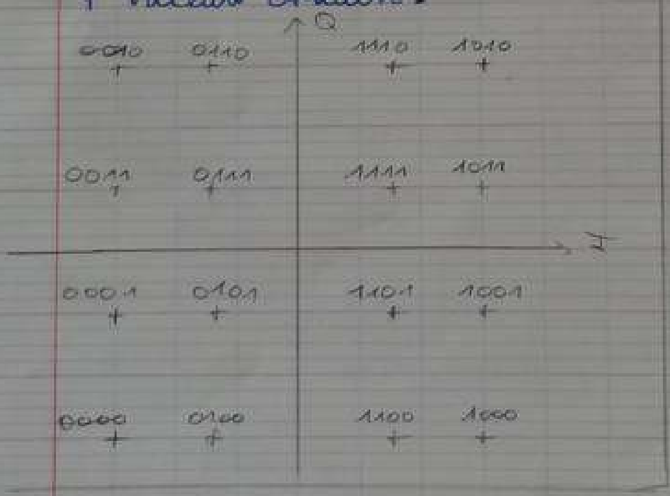
I : inphase
Q : quadrature

$$\Leftrightarrow \boxed{s(t) = I(t)\cos(\omega_0 t) - Q(t)\sin(\omega_0 t)}$$



2 porteuses orthogonales déphasées de $\pi/2$.

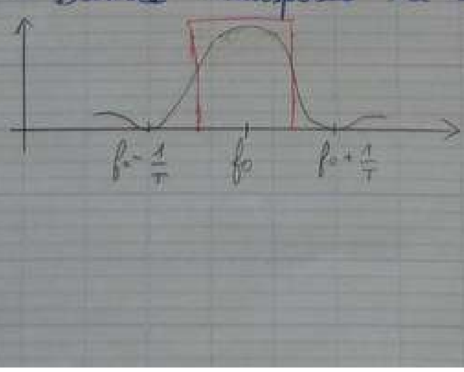
- Dans le cas de la QAM-16 : $I(t)$ et $Q(t)$ prendront 4 valeurs chacun :



Qlq soit la modulat°
Débit = R. $\log_2(M)$.

6. Critère de N.

- Bande transposée la limite théoriq doit ê $\geq \frac{1}{T}$.



ASK : pas de réel utilité.
PSK
QAM

7- Comparaison PSK/QAM

Ex : QAM-16 _ PSK-16

cf avant — 16 pts répartis sur un cercle.

- ↗ rapidité de modulat°
- ↗ valence
- ↗ occupat° spectrale
- Pts + rapprochés avec la PSK ⇒ proba d'erreur + élevée.
- Pr la PSK : l'atténuat° du signal n'a pas d'importance, elle est robuste aux atténuat°.

Si R tp grd alors IES apparaissent.

V_ Code correcteur.

1_ Principe de la détect° et de la correct° d'erreur

* Soit un canal bin^e sym = proba d'erreur équiprobable.

$$P_e = P_r\{\tilde{x}_n \neq x_n\}$$

- Bruit, defficience du canal ↑, entraînent des proba d'erreur.

2_ ≠ Procédures

BEC : consiste à contrôler le mess à l'arrivée, détecter s'il y a des erreurs. Et demande de répétit° en cas d'erreur.

↳ Impose ⇒ fragmentat° en paquets et canal retour existant.

Forward Error Correcting

FEC : ______ détecter et corriger les erreurs chez le destinat^R. Canal retour pas obligatoire.

↳ ex: broadcast, stockage.
radio- télé

Qlq soit la procédure, jamais 100% sûre.

2. Principes

Redondance → long. mess émis > long. mess source.

La détection → basée sur des règles pré-établies. Une erreur est détectée qd le mess reçu ne respecte pas les règles. Ces règles définissent un /s-ebl de ? légaux

La correction → on localise l'erreur, ce qui permet de corriger l'erreur. Dans la mess on repère lequel bit a une erreur.

On peut utiliser des calculs de vraisemblance, puis on choisit suivant les proba.

On a 2 familles de code :

$\frac{M}{N}$ = rendement $\leqslant 1$

→ les codes en block : les codes de long M de la source permettent de créer un code de long N = les mots codés. $(N > M)$

→ ——— continus : constitués de flux de données continus ss délimitat° apparente

Types de code :

→ séparable : ds laquelle on voit apparaître la séq de contrôle et la source en clair.

→ ∅ ——— : la source ∅ apparaît en clair

3. Pv théori de correct° et de détect° des codes en block.

2^N mots possible, on peut en envoyer 2^n.

Le principe de détect° repose sur l'exclusion de séquence parmi les 2^n.

Définit° : distance de Hamming entre 2 mots de n bits = le nbre de bits ≠

ex : 00110010
01110110
01000100 = 2

Com Num

4_ 12_12_11

V Code correcteur
5_

Hamming
Distance de H. entre 2 mots de n bits
= nb de bits ≠

On considère un code de type (m, n) :

$r = \frac{m}{n}$ 2^m mots de taille n.

$d \rightarrow$ la distance de Hamming minimale entre 2 mots du code.

Le pv de détect° d'un code → c'est le nb max d'erreur qu'un code peut détecter.

$\boxed{D = d - 1}$ pv de détect° théori^q (max par conséquent)

——— correct° d'un code → ——— peut corriger.

⌊ ⌋ partie entière

$\boxed{C = \left\lfloor \frac{d-1}{2} \right\rfloor}$ théori^q

VI Code de parité _ code de Hamming

1_ Parité simple

code en blocs séparable et liné^R

Le code de parité consiste à ajouter 1 bit à la source.

↳ $n = m + 1$. source : $a_1 \ldots a_m$

bit de parité

mot codé : $a_1 \ldots a_m b$

ou exclu

avec $b = a_1 \oplus \ldots \oplus a_m$

À la récept° de $\tilde{a}_1 \ldots \tilde{a}_n$, on vérifie : $\tilde{a}_1 \oplus \ldots \oplus \tilde{a}_n = 0$

$D = 1$ $C = 0$.

2_ Code de Hamming

Code en bloc séparable et liné^R ⟹ { s et v considérés c vecteurs _ Et relat° de matri entre les 2.

$n = m + k$.

$s_1 — s_m$ la source
$v_1 — v_n$ le mot codé

$v_1 — v_n$ est de la forme
$s_1 — s_m \, v_{m+1} — v_{m+k}$

$$\vec{y} = \underset{m \times n}{M}\, \vec{x} \quad \begin{pmatrix} y_1 \\ | \\ y_n \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} x_1 \\ | \\ x_m \end{pmatrix} \rightarrow y_i = \sum M_{ij} x_j$$

$$v = \begin{pmatrix} v_1 \\ | \\ v_n \end{pmatrix} \qquad s = \begin{pmatrix} s_1 \\ | \\ s_m \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \vec{v} = G \vec{s}$$

$$G = \underbrace{\begin{pmatrix} I(m,n) \\ A(k,m) \end{pmatrix}}_{m} \begin{matrix} \}m \\ \end{matrix} \Big\} n$$

$G \rightarrow$ mat génératrice.

À la récept° la matrice de contrôle H (taille $(k \times n)$) permet de "contrôler" la conformité de $\vec{v}'$.

$$\hookrightarrow \vec{Z} = \underbrace{\underset{(k \times n)}{H} \cdot \underset{(n \times 1)}{\vec{v}'}}_{k \times 1}$$

$$\begin{cases} \text{Si } \vec{Z} = \vec{0} : \text{pas d'erreur (ou peut vouloir dire trop d'erreur)} \\ \vec{Z} \neq \vec{0} : \text{détect° d'erreur.} \end{cases}$$

Pour corriger une erreur, il faut localiser l'erreur parmi n possibilités $\Rightarrow$ chaque erreur $\neq$ produit un syndrôme non nul $\neq$. Il faut pv créer n syndrômes $\neq$.

On aura au max $2^k - 1$ syndrômes $\neq$, on veut : $n < 2^{k-1}$