Code de Hamming – Application à la détection d’une erreur

Est un code correcteur basé sur les bits de parité. La version la plus simple permet de corriger un bit en erreur.
Aux m bits d’informations, on ajoute R bits de contrôle de parité ⇒ n = R + m.
Les R bits de contrôle indiquent les n+1 possibilités d’erreurs (dont l’absence d’erreur ⇒ n+1 ou la position de l’erreur). Ce qui nous donne $2^R \geq n+1$

Le tableau ci-dessous non exhaustif , permet de déterminer R connaissant n.

m	0	0	1	1	2	3	**4**	4	5
R	1	2	2	3	3	3	3	4	4
n	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Exemple : Considérons un message de longueur 4. Le tableau ci-dessous nous fournit la valeur n que l’on choisira maximum. Dans ce cas n = 7. Le nombre de bits de contrôle vaut alors 3.

		$\mathbf{2^3}$				2^2		$\mathbf{2^1}$	$\mathbf{2^0}$
Position	9	**8**	7	6	5	4	3	**2**	**1**
Bit d’information		$\mathbf{R_3}$	$\mathbf{M_4}$	$\mathbf{M_3}$	$\mathbf{M_2}$	$\mathbf{R_3}$	$\mathbf{M_1}$	$\mathbf{R_2}$	$\mathbf{R_1}$

Les bits de contrôle sont placés sur les puissances de deux. Les bits de messages occupent les cases restantes en commençant par la droite.

Recherchons les bits de contrôles $\mathbf{R_i}$ vérifiant la parité du message $\mathbf{M_i}$

Position	Valeur binaire	Décomposition	**Contrôlé par**
7	0111	4+2+1	$\mathbf{R_3, R_2, R_1}$
6	0110	4+2+1	$\mathbf{R_3, R_2}$
5	0101	4+2+1	$\mathbf{R_3, R_1}$
4	0100	4+2+1	$\mathbf{R_3}$
3	0011	4+2+1	$\mathbf{R_2, R_1}$
2	0010	4+2+1	$\mathbf{R_2}$
1	0001	1	$\mathbf{R_1}$

Nous pouvons déduire :
R_1 : contrôle les positions 1, 3, 5, 7
R_2 : contrôle les positions 2, 3, 6, 7
R_3 : contrôle les positions 4, 5, 6, 7

Avec une parité paire par exemple R_1 doit être tel que le nombre de bit à un compté sur les bits 1, 3, 5, 7 soit pair.

En réception

$\mathbf{R_3}$	$\mathbf{R_2}$	$\mathbf{R_1}$	
0	0	0	Pas d’erreur
0	1	1	Erreur à la position 3

Exercice 1

On reçoit le message 1011100. La parité utilisée est paire. Retrouvez le message initial. (n = 7 $\Rightarrow$ R = 3, m = 4 bits).

Exercice 2

Vous recevez le message suivant 10 1000 1010 01100 (codé parité impaire). Donnez le message initial.

Pour conclure, cette méthode peut être étendue et corriger des erreurs groupées.