Abel Derderian

Théorie des groupes et ses applications

1. On détermine si 10 !+1 est premier, grâce à la fonction primep:

```
(%i14)  primep(3628801);
(%o14)  false
```

N n'est pas premier.

2. $\bar{a} \oplus \bar{b} = \overline{a \oplus b}$

On calcule 55 ! $\oplus$ 99 !

```
(%i15)  mod(55!+99!,3628801);
(%o15)  1198758
```

$\overline{55!} \oplus \overline{99!} = \overline{1198758}$

3. On vérifie :

10 !+1 divise 10!n
PGCD de 10!+1 et 10 ! = 1

Le PGCD de 10!+1 et 10! est 1. L'ordre de 10! est 10!+1, c'est l'ordre maximal.

On vérifie cela avec Maxima :

```
(%i17)  ordre(10!,10!+1);
(%o17)  3628801
```

L'ordre de 10! est bien 10!+1 = 3628801

On décompose 3628801 en produit de puissances de nombres premiers :

$$3628801 = 11^1 * 329891^1$$

Le nombre de diviseurs de 3628801 est égal au produit des puissances de chaque facteur + 1 :

(1+1) * (1+1) = 4

Il y a donc 4 diviseurs : 1, 11, 329891, 3628801.

Tous les nombres inférieurs à 3628801 ont pour ordre 3628801 (c'est l'ordre maximal) sauf 1, 11 et 329891.

4. On constate que l'ordre de $\overline{0}$ vaut 1 :

```
(%i18)  ordre(0,3628801);
(%o18)  1
```

1 est l'ordre minimal. A part 0, il n'y a pas d'élément inférieur à n d'ordre minimal.