

Electricité generale

Chapitre 1 : Lois generales

I Introduction

L'électricité est présente partout.
Le tout debut de l'électricité date de Thales de Milet qui a frotté de l'ambre et un chiffon, et qui a remarqué que l'ambre a attiré certains objets légers (poussière...).
Il donne le nom d'elektron.

Jusqu'au XVIII^{ème} siècle, il n'y avait aucune théorie en électricité, juste des observations.
Dans l'Encyclopedie, l'électricité est défini comme quelque chose de différent de ce que l'on connaît.

En 1800, Volta produit de l'électricité grâce à sa pile.

Ensuite, Ohm trouve sa loi $U = RI$

Dans la deuxième moitié du XIX^{ème} siècle

Maxwell trouve les lois de l'électromagnétisme

En 1891, Tesla permet le transport d'électricité sur longue distance

II Grandeurs électriques

1) La charge électrique

La charge électrique est noté q (en Coulomb) et la charge élémentaire est $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

les atomes sont neutres. L'électron a une charge de $-1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ et le proton $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

Un conducteur est un matériau dans lequel le courant se développe car il y a beaucoup d'électrons libres.

Il y a les isolants qui ont peu d'électrons libres.

Et les semi-conducteurs qui sont isolants, mais qui deviennent conducteurs avec de la chaleur et/ou des impuretés.

2) Le courant

Lorsque 2 charges électriques égales et opposées sont reliées par un conducteur métallique, les électrons se déplacent du $-$ vers le $+$. Ce flux est le courant électrique.

Par convention, le courant électrique va du $+$ vers le $-$.

L'unité du courant c'est l'ampère.

3) la tension

Une charge q est placée dans un point où le potentiel est v possède une énergie électrique $w = qv$ où v est en volt.

Le potentiel de référence nul est la masse.
Par convention $V = V_A - V_B$ (différence de potentiel entre 2 points A et B).

4) Énergie et puissance

Au cours d'un interval de temps dt , une charge dq se déplace dans un élément entre 2 points A et B présentant une différence de potentiel V . Elle voit donc son énergie potentielle $dw = dqV$, $dw = i v dt$ (Soulés)

Si la charge gagne de l'énergie, c'est un générateur, sinon, c'est un récepteur.
L'énergie échangée au cours d'une durée T est

$$w = \int_0^T i v dt$$

Si on a des tensions constantes $P = i v$ (Watt)

III Loi d'ohm

1) Resistance

Dans un matériau, il existe une force qui s'oppose au déplacement des charges. Cette force résulte des collisions des électrons entre eux, et des collisions avec les atomes. Elle transforme l'énergie en chaleur.

On l'appelle résistance du matériau et s'exprime en Ohm (Ω).

A une température donnée, la résistance d'un conducteur de section transversale est :

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

ρ : résistivité ($\Omega \cdot m$)

l : la longueur

S : la surface

2) Loi d'ohm

$$U_{AB} = V_A - V_B = RI_{AB}$$

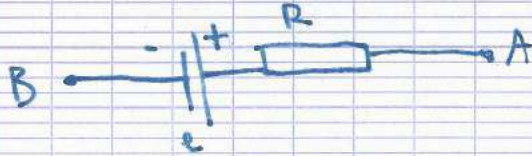
3) Effet Joule

La circulation d'énergie va provoquer un dégagement de chaleur.

La puissance dissipée est $P = RI^2$

4) Générateurs

C'est une source d'énergie électrique qui délivre un courant I lié à sa force électromotrice e .



R est la résistance est presque nulle.

$$U_{AB} = e - RI$$

Si l'on groupe des générateurs en série
On peut dire que le groupement de générateurs est équivalent à :

$$E_g = \sum e_m$$

$$R_g = \sum R_i$$

Si l'on groupe des générateurs en parallèle
On peut dire que le groupement est équivalent à :

$$E_g = E$$

$$R_g = R$$

5) Récepteurs

Un récepteur est un conducteur capable de transformer l'énergie électrique.

6) Convention courant - tension

Dans un récepteur, si le courant va dans un sens, le courant va dans l'autre.

Dans un générateur, le courant sort toujours par le +. Et $V_{AB} = -e$

Chapitre 2: Analyse des circuits en courant continu

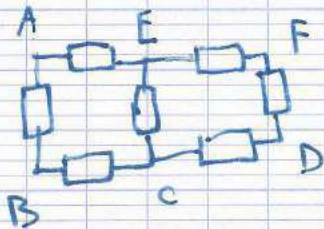
I Loi de Kirchhoff

1) Définition

Une branche est constituée d'un ensemble de dipôles connectés ensemble et traversés par le même courant.

Un nœud est un point de jonction de 3 conducteurs au moins.

Une maille est un parcours fermé constitué de branches successives du réseau.



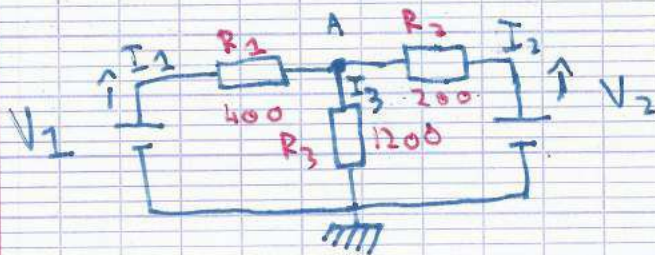
AECDE est une maille

E est un nœud

AB est une branche.

2) Loi des nœuds

La somme des courants qui arrivent à un nœud est égal à la somme des courants qui en partent.



$$V_1 = 6 \text{ V}$$

$$V_2 = 12 \text{ V}$$

$$I_1 = \frac{V_1 - V_A}{R_1}$$

$$I_2 = \frac{V_2 - V_A}{R_2}$$

$$\text{On sait que } I_1 + I_2 = I_3$$

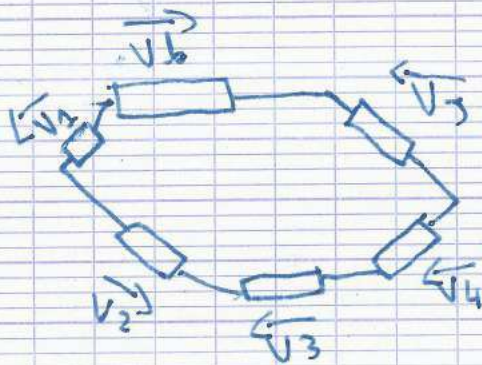
$$V_A = 9 \text{ V.}$$

$$I_3 = \frac{V_1 - V_A}{R_1} + \frac{V_2 - V_A}{R_2}$$

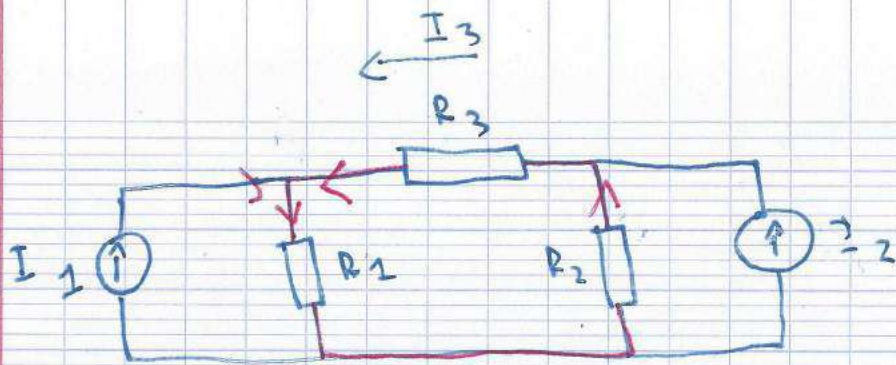
$$= \frac{V_A}{R_3}$$

3) Loi des mailles

La somme algébrique de différences de potentiels le long des mailles = 0



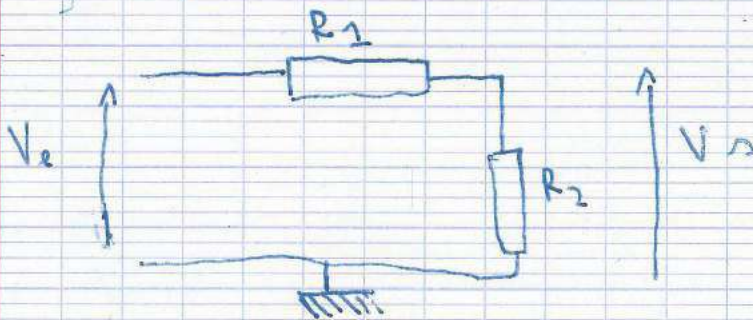
$$V_1 + V_2 - V_3 - V_4 + V_5 - V_6 = 0$$



$$\begin{aligned}
 R_1 &= 1 \text{ k}\Omega \\
 R_2 &= 2 \text{ k}\Omega \\
 I_2 &= 12 \text{ mA} \\
 I_1 &= 4 \text{ mA}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_1(I_1 + I_3) + R_2 I_3 \\
 - R_2(I_2 - I_3) &= 0
 \end{aligned}$$

4) Règle du diviseur de tension



$$I = \frac{V_e}{R_1 + R_2}$$

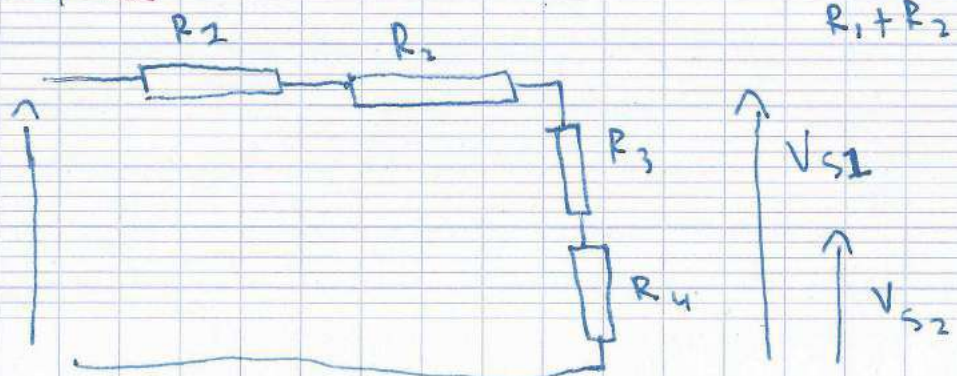
$$V_s = R_2 I$$

$$= \frac{R_2 V_e}{R_1 + R_2}$$

Exemple:

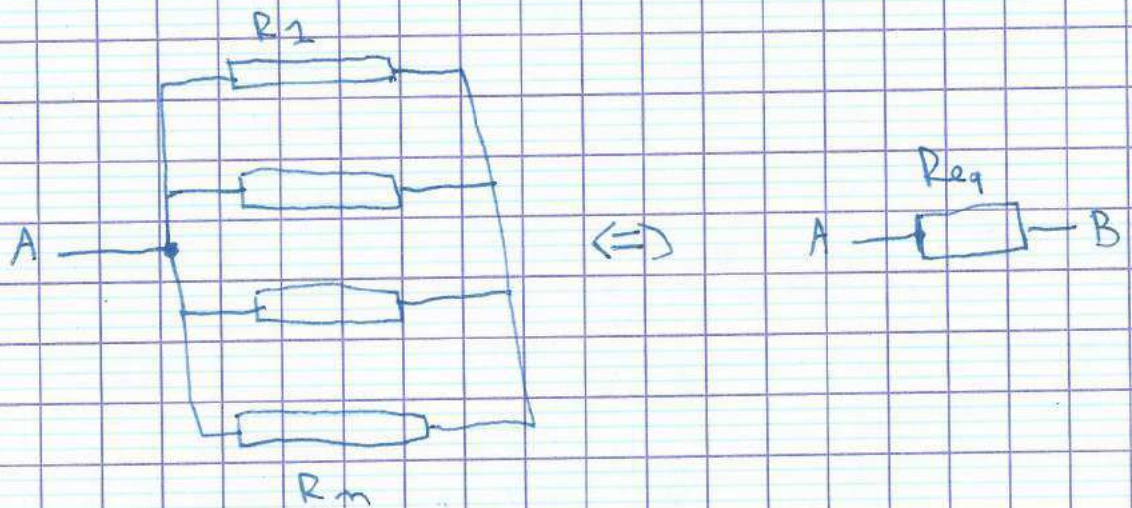
$$V_{s1} = \frac{(R_3 + R_4) V_e}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}$$

$$V_{s2} = \frac{R_4 V_e}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}$$

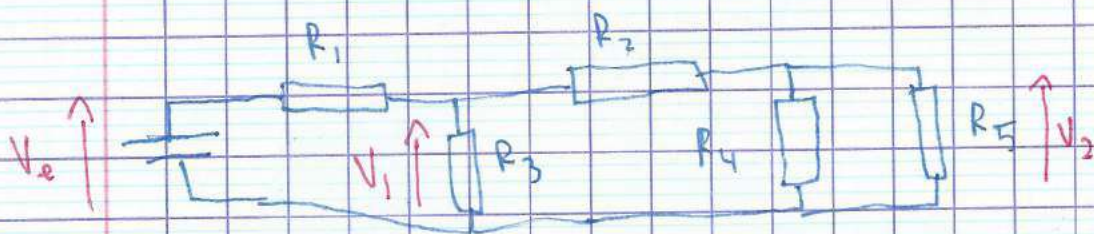


5) Résistance en parallèle

Des dipôles sont dit en parallèle quand ils ont 2 bornes communes. Ils ont donc la même tension à leurs bornes



$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$$



$$R_3 = R_4 = R_5 = 2R$$

$$R_4 // R_5 = R = R_{eq1}$$

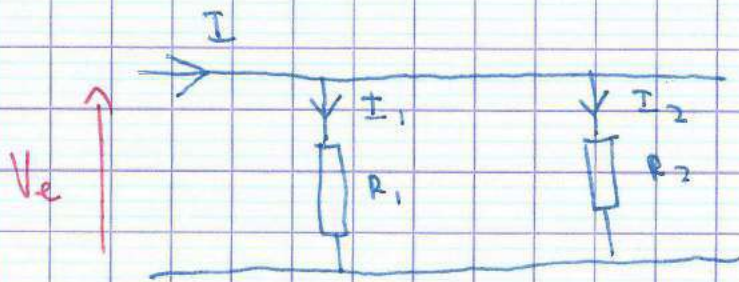
$$R_1 = R_2 = R$$

$$V_2 = \frac{R_{eq1}}{R_2 + R_{eq1}} V_1 = \frac{R}{2R + R} V_1 = \frac{1}{3} V_1$$

$$V_1 = \frac{R_3}{R_1 + R_3} V_e = \frac{2R}{R + 2R} V_e = \frac{2}{3} V_e$$

$$V_2 = \frac{1}{3} V_1 = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} V_e = \frac{2}{9} V_e$$

6) Règle du diviseur de courant



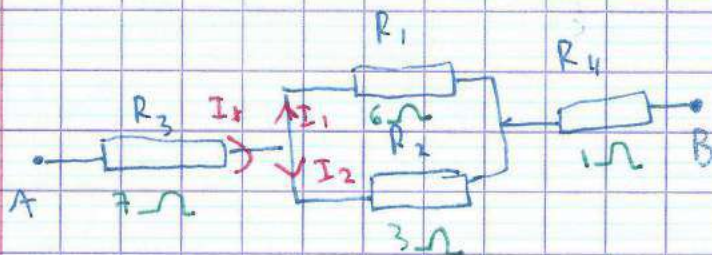
$$I = I_1 + I_2$$

$$V_e = R_1 I_1 = R_2 I_2$$

$$= \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I$$

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I$$

$$I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I$$



$$U_{AB} = 30V$$

$$R_T = R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_4 = 10 \Omega$$

$$I_T = \frac{U}{R_T} = \frac{30}{10} = 3A$$

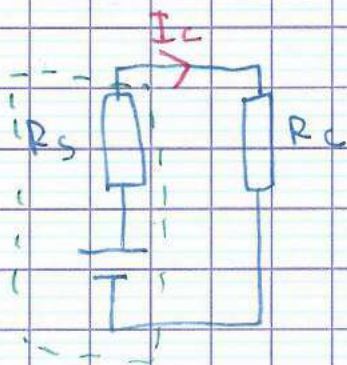
$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I = 1A \quad I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I = 2A$$

II Théorèmes

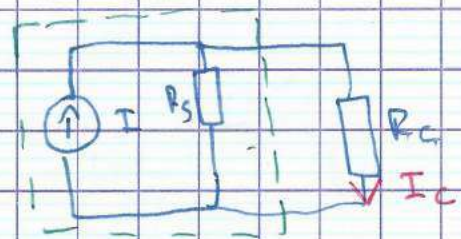
1) Transposition des sources

Une source de tension est une source qui a à ses bornes une différence de potentiel constante quelque soit le courant débité.

Une source de courant est une source qui débite un courant constant quelque soit la tension à ses bornes.



$\Leftrightarrow$



$$\begin{aligned} I_c &= \frac{E}{R_s + R_c} = \frac{E \left(\frac{R_s}{R_s} \right)}{R_s + R_c} \\ &= \frac{R_s}{R_s + R_c} \left(\frac{E}{R_s} \right) \end{aligned}$$

$$\text{On pose } I = \frac{E}{R_s}$$

$$\text{Donc } I_c = \frac{R_s}{R_s + R_c} I$$

2) Théorème de superposition

Dans un réseau linéaire, le courant (ou la tension) créé dans une branche par plusieurs sources indépendantes agissant simultanément est égal à la somme des courants (ou tensions) produit dans cette même branche par les différentes sources agissant isolément.

Méthode :

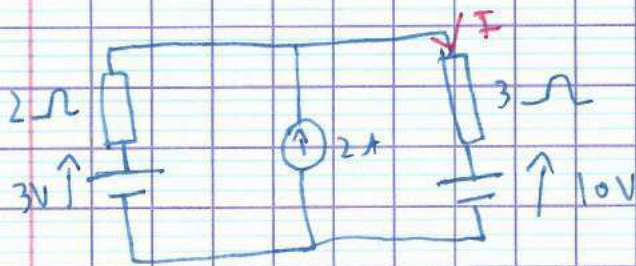
Soit un circuit comportant n sources de tension ou de courant :

- 1) Garder une seule source en éliminant les $n-1$ sources.

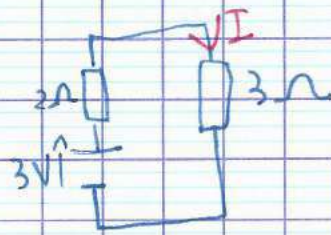
Éliminer une source implique court-circuiter les sources de tension, remplacer par un circuit ouvert les sources de courant.

- 2) Calculer les grandeurs entre les bornes demandées (courant/tension).
- 3) Refaire la procédure avec chaque source.
- 4) Le courant (ou la tension) total est la somme algébrique de tous les courants (ou tensions) calculés précédemment.

Exemple:

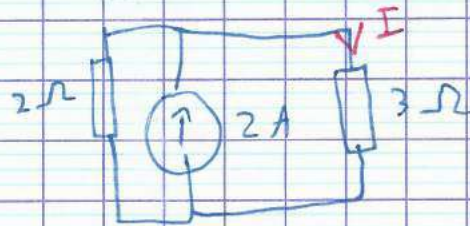


1) on garde 3V :



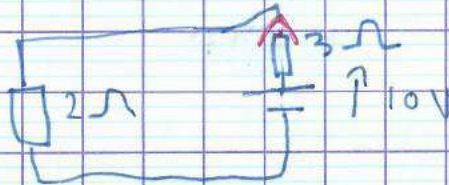
$$I = \frac{V}{R} = 0,6 A$$

2) on garde 2A :



$$I = \frac{2}{5} \times 2 = 0,8 A$$

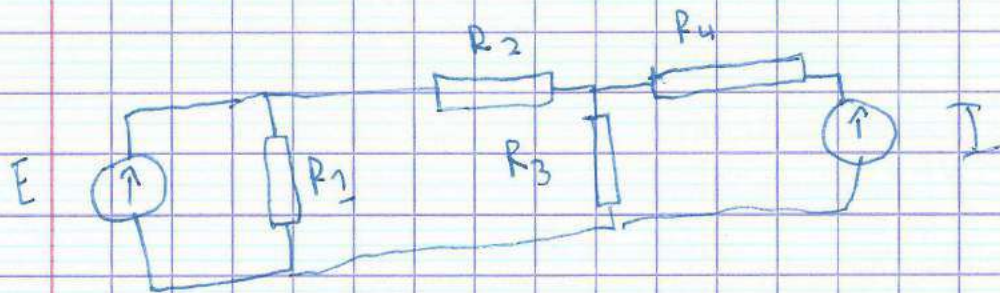
3) on garde 10V :



$$I = \frac{10}{5} = 2 A$$

Donc $I_x = 0,6 + 0,8 - 2 = -0,6 A$

Exemple 2 :

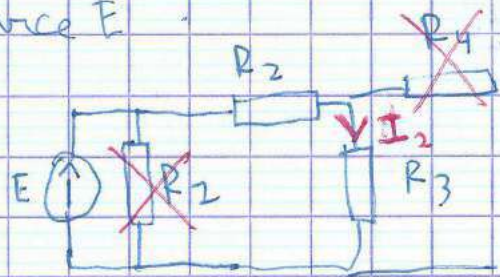


On garde la source E :

La tension aux bornes de R_4 est nulle

Aux bornes de $R_1 = E$

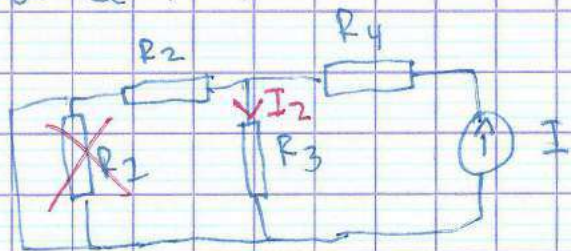
Donc R_1 et R_4 sont inutiles



$$\text{Donc } I_2 = \frac{E}{R_2 + R_3}$$

On garde la source I :

R_1 est court-circuité
donc R_1 ne sert à rien



$$\text{Donc } I_2 = \frac{R_2 I}{R_2 + R_3}$$

$$\text{Donc } I_{\text{total}} = \frac{E}{R_2 + R_3} + \frac{R_2 I}{R_2 + R_3}$$

3) Théorème de Thévenin

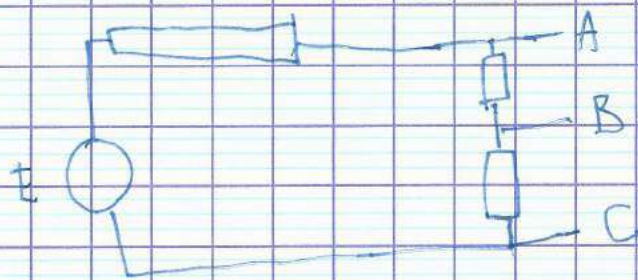
Tout circuit linéaire actif vu entre 2 bornes A et B peut être remplacé par une source de tension de Thévenin (E_{th}) en série avec une résistance R_{th} .

Retirer la branche du réseau la branche où sera raccorder les générateurs.

La tension de Thévenin équivalente est la tension en circuit ouvert entre les bornes A et B.

La résistance équivalente R_{th} est la résistance totale entre les bornes A et B. Les générateurs de tensions sont court-circuités, les générateurs de courant sont remplacés par des circuits ouverts.

Exemple:



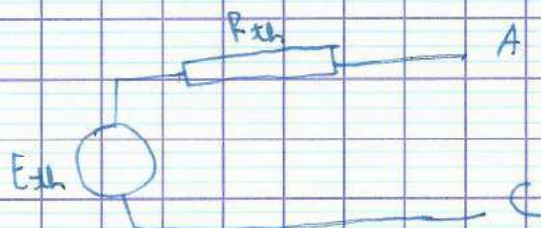
Entre A et C:

$$E_{th} = \frac{(R_2 + R_3)E}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$R_{th} = R_1 \parallel (R_2 + R_3)$$

On peut donc faire le circuit

$$= \frac{R_1 \times (R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3}$$

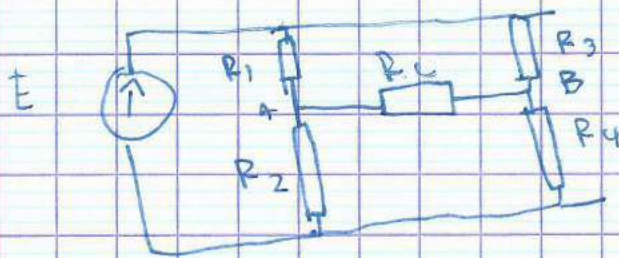


Entre B et C :

$$E_{th} = \frac{R_3 E}{R_1 + R_2 + R_3}$$

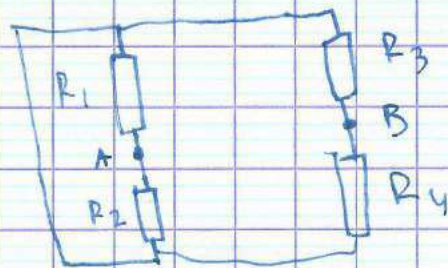
$$R_{th} = \frac{(R_1 + R_2) \times R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

Exemple 2 :



R_L : Résistance de charge

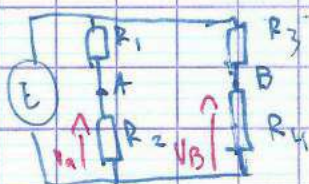
On fait le circuit :



R_1 et R_2 sont en parallèles
 R_3 et R_4 parallèles

$$\text{Donc } R_{th} = (R_1 // R_2) + (R_3 // R_4)$$

on fait le circuit :



$$V_a = \frac{R_2 E}{R_1 + R_2}$$

$$V_b = \frac{R_4 E}{R_3 + R_4}$$

$$V_a - V_b = \frac{R_2 E}{R_1 + R_2} - \frac{R_4 E}{R_3 + R_4}$$

Donc le circuit equivalent est :



4) Théorème de Norton

Tout circuit linéaire actif vu entre les bornes A et B peut être remplacé par une source de courant I_n en parallèle avec une résistance R_n .

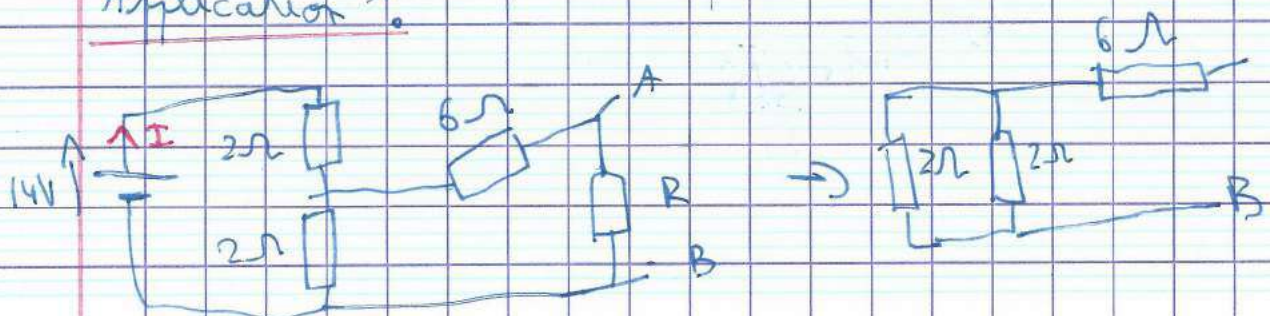
Méthode :

Retirez les générateurs. la source de courant I_n est égal au courant de court-circuit circulant entre A et B.

la résistance équivalente R_n est la résistance totale entre A et B.

les générateurs de tension étant court-circuités
les générateurs de courants sont remplacés par des circuits ouverts.

Application 1 :

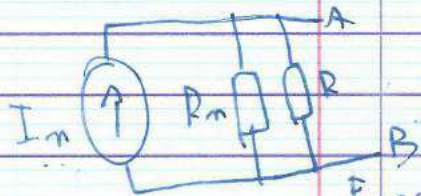


$$R_m = (2 // 2) + 6$$

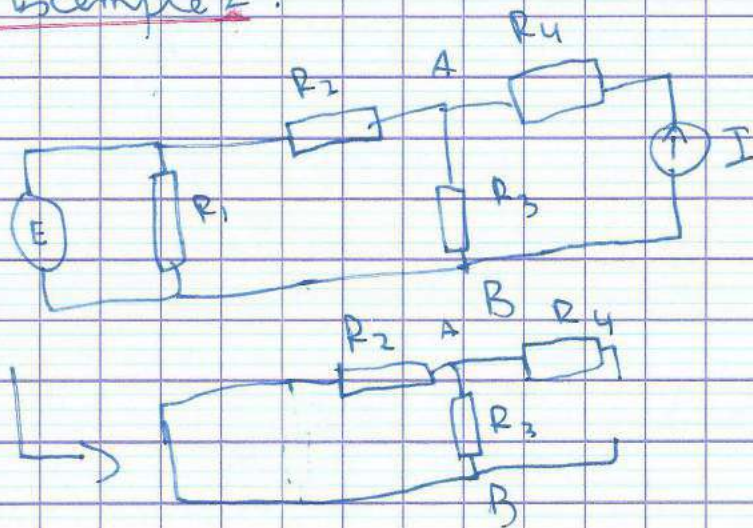
$$= 7 \Omega$$

$$I_m = \frac{2 \times I}{2 \times 6}$$

$$I = \frac{U}{(6 // 2) + 2}$$



Exemple 2:

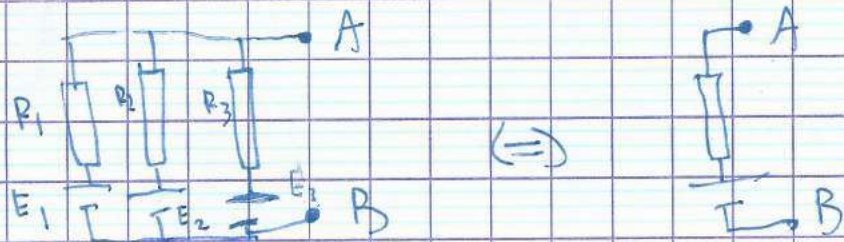


$$R_m = R_2 // R_3$$

$$I_m =$$

5) Théorème de Millman

le théorème de Millman permet de remplacer plusieurs sources de tensions en parallèle par une seule.



$$V_{AB} = \frac{\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} + \frac{E_3}{R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

(peu utilisé)

Chapitre III Analyse des circuits en régime sinusoïdal

I Caractéristique d'une grandeur sinusoïdale

1) Définition

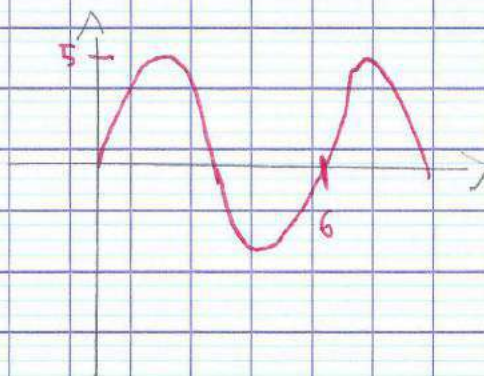
$$i(t) = I_{\max} \sin(\omega t + \varphi)$$

$\uparrow$
amplitude max

$\uparrow$
pulsation
(rad.s⁻¹)
 $= 2\pi f$
 $= \frac{2\pi}{T}$

$\uparrow$
phase à l'origine
quand $t = 0$

Exemple :



Donc $i(t) = 5 \sin\left(\frac{2\pi}{6} t\right)$

2) Valeur moyenne

$$I_{\text{moy}} = \frac{1}{T} \int_0^T i(t) dt$$

$$= \frac{I_{\text{max}}}{T} \int_0^T \sin(\omega t + \varphi) dt$$

3) Valeur efficace

La plupart des ampèremètres et voltmètres mesure la valeur efficace du courant ou de la tension.

La valeur efficace d'une tension ou d'un courant sinusoïdal est égal à la tension continue (ou courant) qui dégage la même quantité de chaleur dans une résistance.

$$I_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt}$$
$$= \frac{I_{\text{max}}}{\sqrt{2}}$$

II. Loi d'ohm généralisée

Pour un circuit passif linéaire on généralise la loi d'ohm en définissant l'impédance (Z) qui est égal à $\frac{U}{i}$ Ω

Admittance : $Y = \frac{1}{Z}$ (Siemens)

1) Comportement d'une résistance

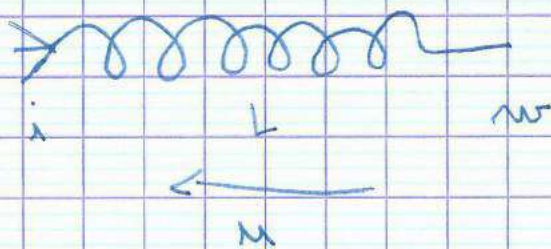
L'impédance d'une résistance est :

$$Z = R$$

$$u(t) = R i(t)$$

Le courant et la tension sont en phase

2) Comportement d'une bobine



Si on applique une tension variable u aux bornes d'une bobine ~~d'auto~~ à auto-induction, d'inductance L , l'intensité i du courant est égal à

$$u = L \frac{di}{dt}$$

L'intensité i du courant qui la parcourt est : $i = I_{max} \sin(\omega t)$

$$u = L I_{max} \omega \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

En courant continu si i est constant u est nul.

Si u est nul, on peut remplacer la bobine par un fil.

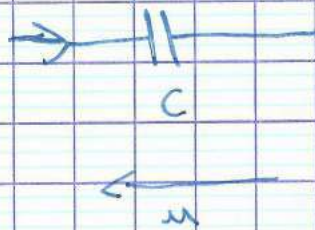
La tension est en avance de $\frac{\pi}{2}$ sur le courant

$$Z = \frac{U_{max}}{I_{max}} = |L\omega| e^{j\frac{\pi}{2}}$$

$$\varphi = \frac{\pi}{2}$$

$$Z_L = \gamma L \omega$$

3) Comportement d'un condensateur



Un condensateur est un composant passif composé de 2 barres ~~metall~~ métalliques séparé par un isolant.

Si le condensateur est traversé par un courant i . La quantité de charge stockée pendant un interval de temps dt est :

$$dQ = i dt.$$

$$= C du$$

$$\Rightarrow i = C \frac{du}{dt}$$

capacité à accumuler des charges (Farad)

$$u = U_{max} \sin(\omega t)$$

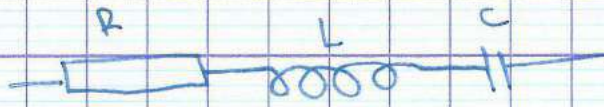
$$i = C \frac{d U_{max} \sin(\omega t)}{dt}$$

$$= C U_{max} \omega \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$Z_C = \frac{U_{max}}{I_{max}} = \frac{1}{\gamma C \omega} = \frac{1}{C \omega} \quad \varphi = -\frac{\pi}{2}$$

$$\left| \frac{1}{\gamma} = -\gamma \right)$$

4) Circuit LRC serie



$$Z_r = Z_R + Z_L + Z_C$$

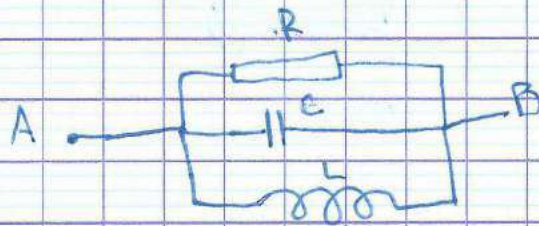
$$= R + jL\omega - \frac{j}{C\omega}$$

$$= R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)$$

$$\tan \varphi = \frac{\text{Im}(Z_r)}{\text{Re}(Z_r)} = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$$

$$\varphi = \tan^{-1} \left(\frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R} \right)$$

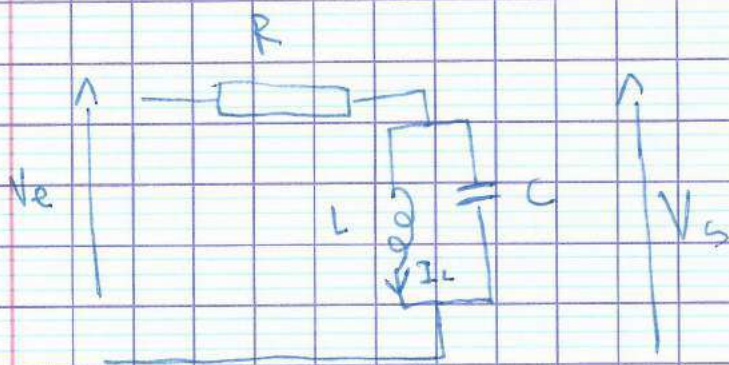
5) Circuit LRC parallele



$$\frac{1}{Z_{\text{total}}} = \frac{1}{Z_R} + \frac{1}{Z_C} + \frac{1}{Z_L}$$

$$= \frac{Z_R Z_C Z_L}{Z_R Z_C + Z_C Z_L + Z_R Z_L}$$

$$= \frac{Z_C Z_R}{Z_R + Z_L + \frac{Z_R Z_L}{Z_C}} = \frac{jR L \omega}{R + jL\omega - RCL\omega^2}$$

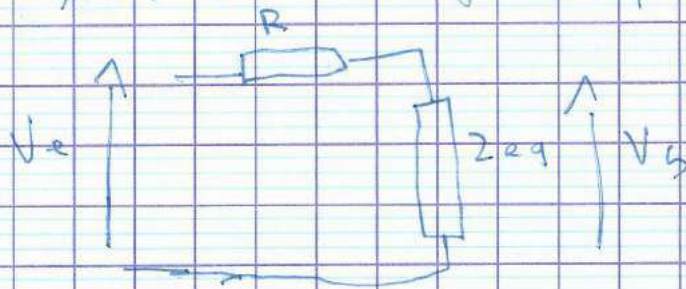


Pour calculer V_e en fonction de V_s , on "simplifie" :

$$Z_{eq} = \frac{Z_L Z_C}{Z_L + Z_C}$$

$$= \frac{Z_L}{\frac{Z_L}{Z_C} + 1} = \frac{jL\omega}{1 - LC\omega^2}$$

Ensuite, on utilise la règle du pont diviseur de tension



$$V_s = \frac{Z_{eq}}{R + Z_{eq}} V_e$$

$$= \frac{\frac{Z_L Z_C}{Z_L + Z_C}}{R + \frac{Z_L Z_C}{Z_L + Z_C}} V_e = \frac{Z_L Z_C}{R(Z_L + Z_C) + Z_L Z_C} V_e$$

$$V_s = \frac{Z_L}{\frac{R Z_c}{Z_c} + R + Z_L}$$

$$= \frac{(1 - \gamma_L \omega) V_e}{R + \gamma_L \omega - R L C \omega^2}$$

Loi d'ohm généralisée :

$$I_R = \frac{V_e}{Z_{\text{total}}} = \frac{V_e}{R + Z_{\text{eq}}}$$

Pont diviseur de courant :

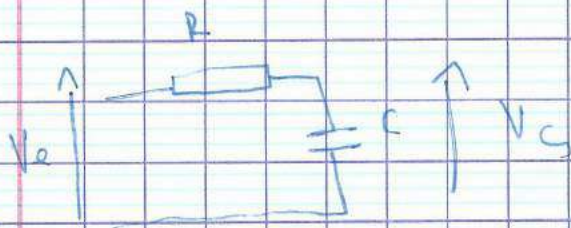
$$I_L = \frac{Z_c}{Z_c + Z_L} I_R$$

$$= \frac{Z_c}{Z_c + Z_L} \times \frac{V_e}{R + Z_{\text{eq}}} = \frac{Z_c}{Z_c + Z_L} \times \left(\frac{1}{R + \frac{Z_c Z_L}{Z_c + Z_L}} \right) V_e$$

$$= \frac{Z_c V_e}{R Z_c + R Z_L + Z_c Z_L}$$

$$I_L = \frac{V_e}{\frac{R + R Z_L}{Z_c} + Z_L}$$

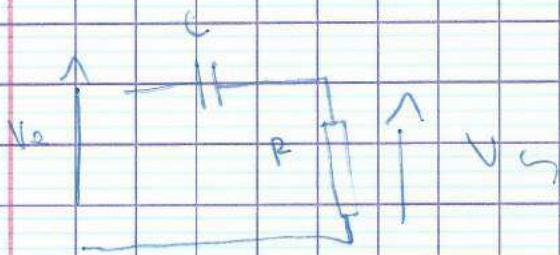
Application directe :



$$V_s = \frac{Z_C}{R + Z_C} V_e$$
$$= \frac{1}{1 + jRC\omega} V_e$$

$$\left| \frac{V_s}{V_e} \right| = \sqrt{1^2 + (RC\omega)^2}$$

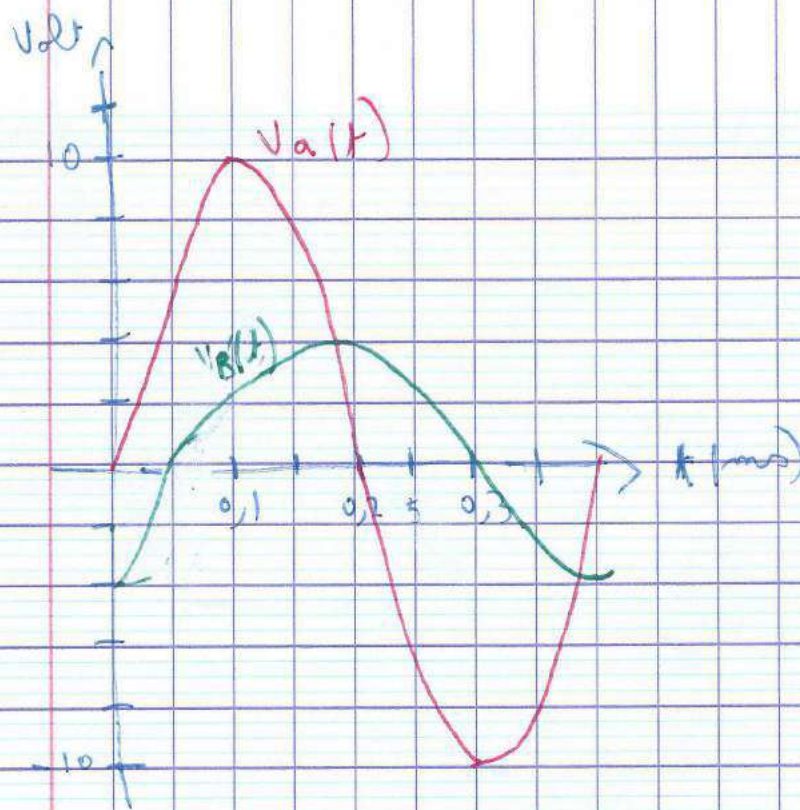
$$\varphi = -\tan^{-1} \left(\frac{RC\omega}{1} \right)$$



$$\left| \frac{V_s}{V_e} \right| = \frac{R}{RZ_C} = \frac{R}{R + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{RjC\omega}{1 - RjC\omega}$$

$$\varphi = \frac{\pi}{2} - \tan^{-1}(RC\omega)$$

phase du numérateur



$$V = V_{\max} \sin(\omega t + \varphi)$$

$$V_{A\max} = 10 \text{ V}$$

$$V_{B\max} = 4 \text{ V}$$

$$T = 0,4 \text{ ms}$$

$$f = \frac{1}{0,4 \cdot 10^{-3}}$$

$$f = 2,5 \text{ kHz}$$

$$\omega = 2\pi f$$

$$\varphi_A = 0$$

$$\varphi_B = -\frac{\pi}{4} \quad \left| \frac{1}{8} \text{ de la période} \right|$$

Donc :

$$V_A = 10 \sin(15,7 \times 10^3 t) = 10 e^{j15,7 \times 10^3 t}$$

$$V_B = 4 \sin(15,7 \times 10^3 t - \frac{\pi}{4}) = 4 e^{j(15,7 \times 10^3 t - \frac{\pi}{4})}$$

IV Superposition continue, alternatif

Donner la valeur du module et de l'argument de l'impédance Z_c d'un condensateur sachant :

$$C = 10 \text{ nF}$$

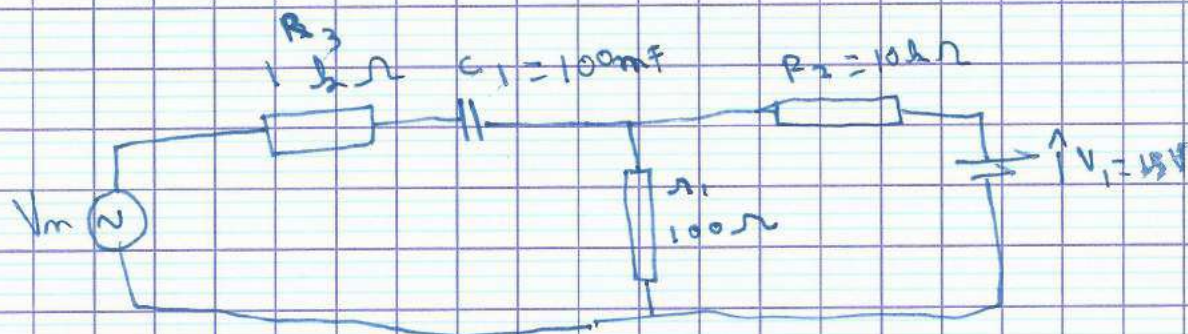
$$f = 5 \text{ Hz}$$

$$\omega = 2\pi f$$

$$Z_c = \frac{1}{j\omega C}$$

$$|Z_c| = \frac{1}{|\omega C|} = \frac{1}{2\pi f C} = 3,2 \text{ k}\Omega$$

$$\varphi = \arg\left(\frac{1}{\frac{j\omega C}{0}}\right) = -\frac{\pi}{2}$$



$$V_m = 5 \text{ Volt}$$

$$f = 1 \text{ kHz}$$

$$Z_c = \frac{1}{j\omega C}$$

$$|Z_c| = \frac{1}{\omega \times 100 \times 10^{-6} \times 2\pi \times 1 \times 10^3} = 16 \Omega$$

À la fréquence de 1 kHz, 16 Ω est négligeable par rapport à 1 kΩ

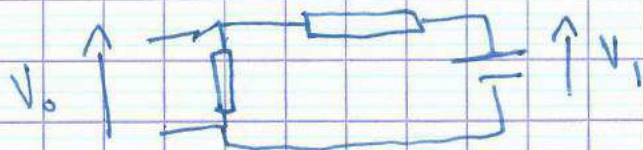
On va utiliser le théorème de superposition

① En continu :

on remplace V_m par un fil.

$\omega = 0$, donc Z_c tend vers l'infini, donc C_1 est comme un interrupteur ouvert. Donc R_3 ne sert à rien.

On peut donc remplacer le circuit par:



$$\text{Donc } V_0 = \frac{R_1 V_1}{R_1 + R_2}$$

$$= 0,15 \text{ V}$$

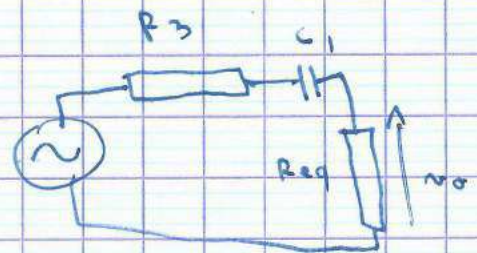
② En alternatif

On remplace le générateur continu par un fil

R_1 et R_2 sont alors en parallèle donc

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \approx 100 \Omega$$

On a donc le circuit :

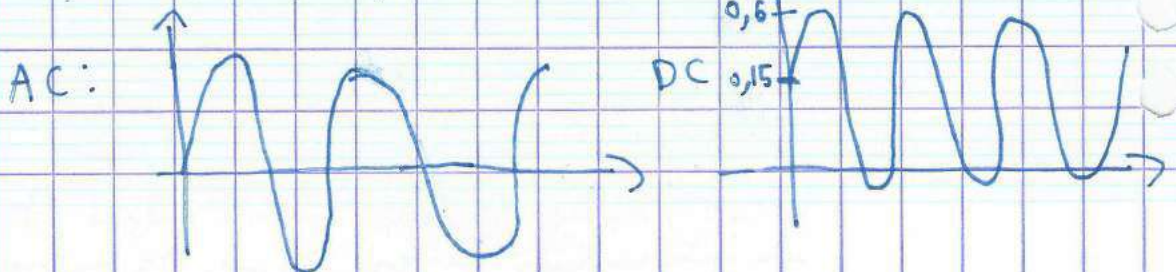


$$v_0 = \frac{R_{eq} V_m}{R_3 + R_{eq}}$$

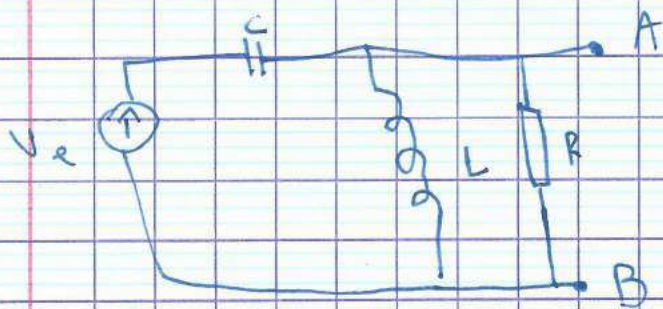
$$= 0,45 \text{ V}$$

$$v_0 = 0,45 \sin \omega t$$

Représenter l'allure des tensions tel qu'on pourrait l'observer sur un écran d'oscilloscope utilisé en mode DC et en mode AC.



Générateur de Norton entre A et B:



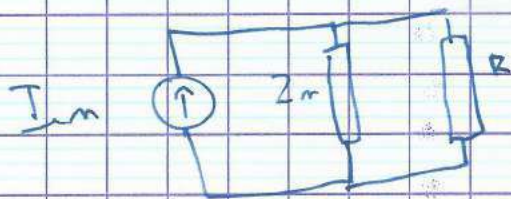
$$Z_n = \frac{Z_C \times Z_L}{Z_C + Z_L} = \frac{jL\omega}{1 - LC\omega^2}$$

L'intensité du générateur de Norton égal à l'intensité du courant de court circuit entre A et B:



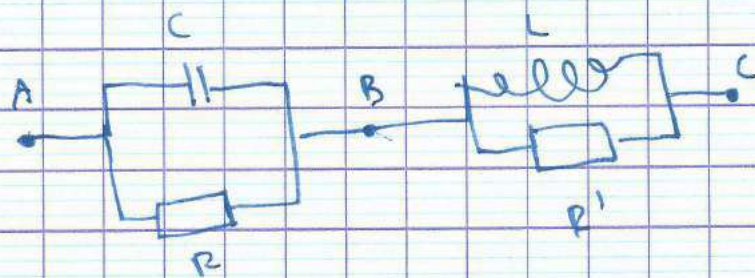
$$I = \frac{V_e}{Z_C} = \frac{V_e}{\frac{1}{jC\omega}} = jC\omega V_e$$

En déduire le courant I_R :



$$I_R = \frac{Z_n}{Z_n + R} I_n$$

$$I_E = \frac{\frac{jL\omega}{1 - LC\omega^2} I_n}{\frac{jL\omega}{1 - LC\omega^2} + R} = \frac{jL\omega I_n}{jL\omega + R(1 - LC\omega^2)}$$



$$Z_T = \frac{Z_R Z_C}{Z_R + Z_C} + \frac{Z_L Z_{R'}}{Z_L + Z_{R'}}$$

$$= \frac{R}{R j\omega C + 1} + \frac{j\omega L \cdot \cancel{R} R'}{j\omega L + R'}$$