

I) Grandeurs électriques fondamentales1) Charge électrique

La charge électrique élémentaire notée $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ [C] coulomb
un atome est électriquement neutre, c'est à dire constitué d'autant de charges positives que négatives.

2) Le courant électrique

c'est la quantité d'électricité qui circule entre 2 points d'un montage en 1s.
L'unité ampère [A] Appareil de mesure : Ampèremètre - pince ampèremétrique

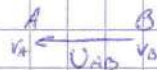
$$I = \frac{dq}{dt}$$

3) Tension électrique

c'est la différence de potentiel ou l'état électrique entre 2 points d'un montage. L'unité volt [V] Appareil voltmètre (V)

Un potentiel de référence est défini dtt montage et appelé la masse ou 0V.

Par convention, la tension $U = V_A - V_B$ sera indiquée par la flèche orientée de B vers A.

4) La puissance électrique

$$P = U \times I \quad [W] \quad U[V] \quad I[A]$$

La puissance exprime une quantité de travail fournie en un ps donné.

5) Énergie (travail Work)

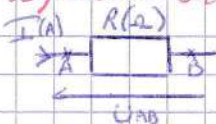
$$W = P \times t \quad [J] \quad [Ws] \quad P[W] \quad t[s]$$

Si t est en heure, l'unité de l'énergie devient Wh.

II) La loi d'ohm1) Résistance

Ds tt matériau il existe une force qui s'oppose au déplacement des charges. Cette force transforme l'énergie électrique en énergie thermique que l'on appelle résistance du matériau, elle s'exprime en ohm [Ω].

A une température donnée la résistance d'un conducteur de sect° transversale uniforme s'écrit $R = \rho \cdot \frac{l}{S}$
 ρ : la résistance du matériau [Ω.m]
 l : longueur [m]
 S : section [m²]

2) Loi d'ohm

$$U_{AB} = R \cdot I$$

$$[V] = [\Omega] \cdot [A]$$

3) L'effet joule

La circulation d'énergie dans une résistance provoque un dégagement de chaleur. La puissance est dissipée par effet joule.

$$P = R \cdot I^2$$

$$[W] \quad [\Omega] \quad [A]$$

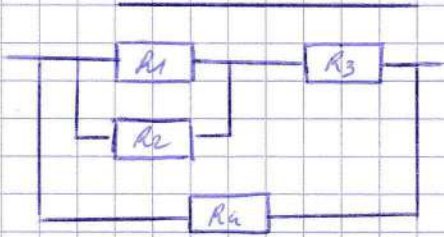
$$P = U \cdot I \quad U = R \cdot I$$

4) Générateurs

Un générateur de tension est un générateur qui délivre un courant variable en fct° de la charge qui est branchée à ses bornes, la tension

$$Req2 = \frac{(R_1 + R_2) R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$Req = \frac{(R_1 + R_2) R_3}{R_1 + R_2 + R_3} + R_4$$



$$Req1 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$Req2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3$$

$$Req3 = \frac{Req2 R_4}{Req2 + R_4}$$

$$Req = \frac{\left(\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3 \right) R_4}{\left(\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3 \right) + R_4}$$

CHAP 2 ANALYSE DES CIRCUITS EN COURANT CONTINU.

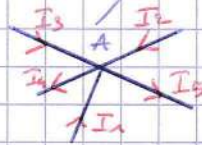
I Loi Kirchhoff continue

1) Loi des nœuds

En H-nœud, la somme des courants entrant est égale à la somme des courants sortants de ce nœud.

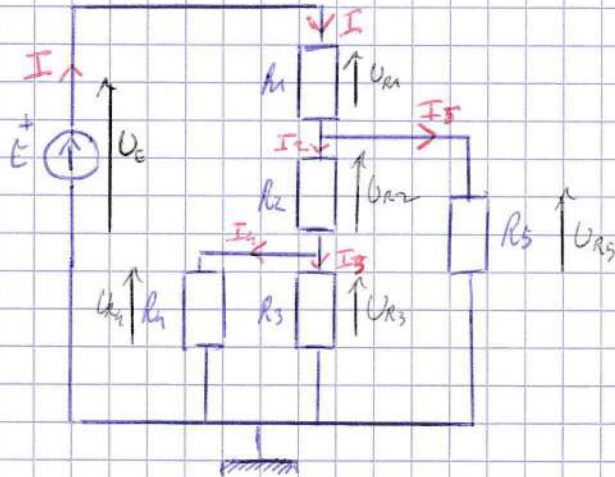
$$\text{en A } I_1 + I_2 + I_3 = I_4 + I_5$$

La somme algébrique en 1 point d'un montage est nulle



2) Loi des mailles

Lors des parcours d'une maille la somme des tensions flechées ds un sens est égale à la somme des tensions flechées en sens opposé



$$- U_e = U_{R1} + U_{R5}$$

$$- U_e = U_{R1} + U_{R2} + U_{R3}$$

$$- U_e = U_{R1} + U_{R2} + U_{R4}$$

$$- U_{R4} = U_{R3}$$

3) Règle du pont diviseur de tension

Exprimer la tension aux bornes de la résistance R_2 en fct° de E , R_1 et R_2 .

$$U_{R2} = f(U_e, R_1, R_2)$$

$$U_e = U_{R1} + U_{R2} = R_1 I + R_2 I = I (R_1 + R_2)$$

$$I = \frac{U_e}{R_1 + R_2} \quad U_{R2} = \frac{U_e R_2}{R_1 + R_2}$$

EXERCICE D'APPLICATION

Déterminer la tension aux bornes de R_1 , R_2 , R_3
 Déterminer la valeur du courant I délivré par le générateur de tension. $R_1 = 5 \Omega$ $R_2 = 2,5 \Omega$ $R_3 = 2,5 \Omega$

$$U = RI$$

$$15 = I (5 + 2,5 + 2,5)$$

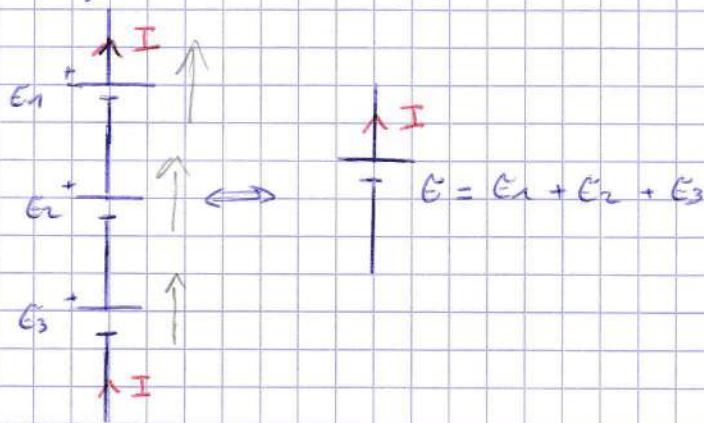
$$U_{R1} = \frac{R_1 U_e}{R_1 + R_2 + R_3} = 7,5 \text{ V}$$

$$I = \frac{15}{R_1 + R_2 + R_3} = 1,5 \text{ A}$$

$$U_{R2} = \frac{R_2 U_e}{R_1 + R_2 + R_3} = 3,75 \text{ V}$$

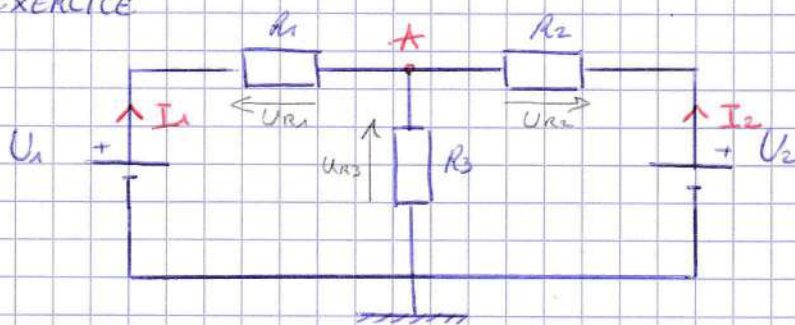
$$U_{R3} = \frac{R_3 U_e}{R_1 + R_2 + R_3} = 3,75 \text{ V}$$

→ Générateurs de tension en Série



En série, les tensions délivrées par les générateurs s'additionnent, ces derniers sont traversés par le même courant.

EXERCICE



$$U_1 = 6V \quad U_2 = 12V$$

$$R_1 = 400 \Omega ; R_2 = 200 \Omega ; R_3 = 1200 \Omega$$

Exprimer le potentiel au point A par rapport à la masse en fct° des éléments du montage.

en A $I_3 = I_1 + I_2$

$$U_{R1} = U_1 - U_{R3}$$

$$U_{R2} = U_2 - U_{R3}$$

$$\frac{U_{R3}}{R_3} = \frac{U_{R1}}{R_1} + \frac{U_{R2}}{R_2}$$

$$\begin{aligned} \frac{U_{R3}}{R_3} &= \frac{U_1 - U_{R3}}{R_1} + \frac{U_2 - U_{R3}}{R_2} \\ &= \frac{U_1}{R_1} - \frac{U_{R3}}{R_1} + \frac{U_2}{R_2} - \frac{U_{R3}}{R_2} \end{aligned}$$

$$\frac{U_{R3}}{R_3} + \frac{U_{R3}}{R_1} + \frac{U_{R3}}{R_2} = \frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2}$$

$$U_{R3} \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2}$$

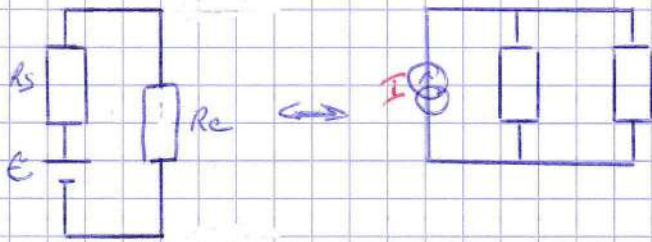
$$U_{R3} = \frac{\frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2}}{\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

$$U_{R3} = 9V$$

II) Théorèmes

1) Transposition des sources

On peut substituer une source de tension à une source de courant et vice versa avec la méthode suivante:



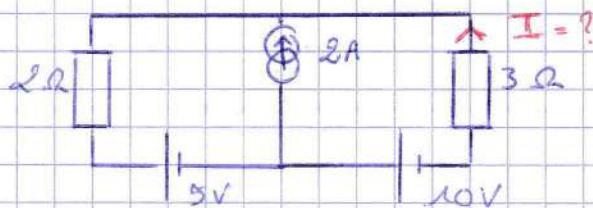
2) Théorème de superposition

Le théorème s'énonce comme suit: Le courant qui traverse un élément (ou la tension présente aux bornes de ce dernier) d'un réseau linéaire bi-latéral est égale à la somme algébrique des courants (tensions) créés séparément par chaque source.

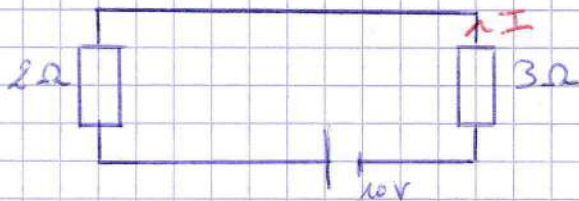
Méthode: Étape à suivre pour un circuit comportant n sources (tension ou courant)

1. Éliminer les $(n-1)$ sources en court-circuitant les sources de tension et en mettant en circuit ouvert les sources de courant.
2. Calculer le courant (ou la tension) entre les bornes demandées.
3. Répéter la même procédure avec la deuxième source et ainsi de suite avec toutes les sources.
4. Le courant total (ou tension totale) est la somme algébrique de tous les courants (tensions) calculées précédemment.

Exemple: Déterminer le courant traversant la résistance de 3Ω



1) Éliminer le $+5V$ et $2A$



$$I = \frac{10}{2+3} = 2A$$

2) Éliminer le $2A$ et $10V$



$$I_e = -I = \frac{5}{5} = 1A$$

$$I = -1A$$

3) Eliminer le 5V et le 10V



$$I_3 = -I$$

$$I_3 = \frac{2 \times 2}{2 + 3} = \frac{4}{5} \Rightarrow I = -\frac{4}{5}$$

1)
$$I_{\text{totale}} = 2 - 1 - \frac{4}{5} = 2 - 1 - 0,8 = 0,2 \text{ A} = I$$

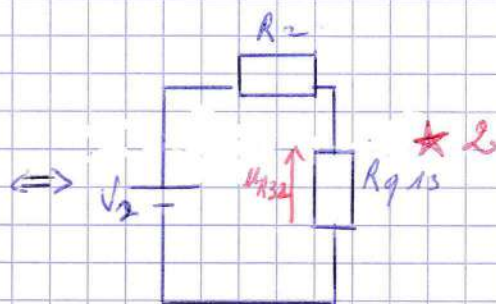
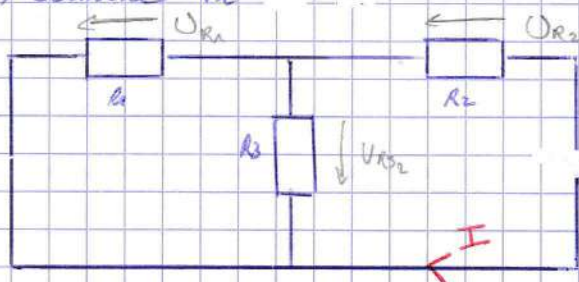
EXERCICE APPLICATION THEOREME DE SUPERPOSITION



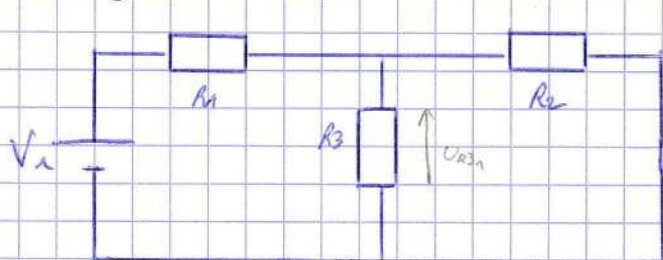
$V_1 = 6 \text{ V}; V_2 = 12 \text{ V}$
 $R_1 = 400 \Omega; R_2 = 200 \Omega; R_3 = 1200 \Omega$

En appliquant le théorème de superposition, donner l'expression de la tension aux bornes de R_3 U_{R3} faire l'AN.

1) Elimine V_2



2) Elimine V_1



★ 1

$$R_{g23} = \frac{R_3 R_2}{R_3 + R_2}$$

$$U_{R31} = \frac{R_{g23} V_1}{R_1 + R_{g23}} = \frac{\frac{R_3 R_2}{R_3 + R_2} V_1}{R_1 + \frac{R_3 R_2}{R_3 + R_2}}$$

$$= \frac{R_3 R_2 V_1}{R_1 (R_3 + R_2) + R_3 R_2}$$

$$U_{R31} = \frac{R_3 R_2 V_1}{R_1 (R_3 + R_2) + R_3 R_2} = \frac{R_3 R_2 V_1}{R_1 R_3 + R_1 R_2 + R_3 R_2}$$

AN:
$$U_{R31} = \frac{1200 \times 200 \times 6}{400 \times 1200 + 400 \times 200 + 1200 \times 200}$$

$$= \frac{1440000}{800000} = 1,8$$

*2 $R_{g13} = \frac{R_3 R_1}{R_3 + R_1}$ $U_{R32} = \frac{R_{g13} V_2}{R_2 + R_{g13}} = \frac{\frac{R_3 R_1}{R_3 + R_1} V_2}{R_2 + \frac{R_3 R_1}{R_3 + R_1}} = \frac{R_3 R_1 V_2}{R_2 (R_3 + R_1) + R_3 R_1}$ Efect ⑤

$$U_{R32} = \frac{R_3 R_1 V_2}{R_2 R_3 + R_2 R_1 + R_3 R_1}$$

$$U_{R32} = \frac{1200 \times 400 \times 12}{800 \times 1200 + 200 \times 400 + 400 \times 1200}$$

$$= \frac{5760000}{800000} = 7,2$$

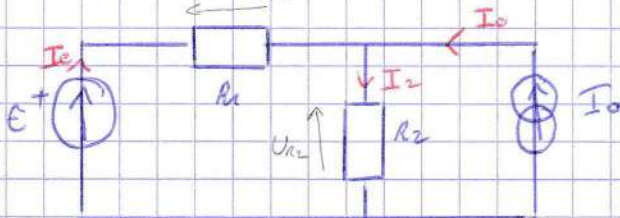
*3

$$U_{R3} = U_{R31} + U_{R32}$$

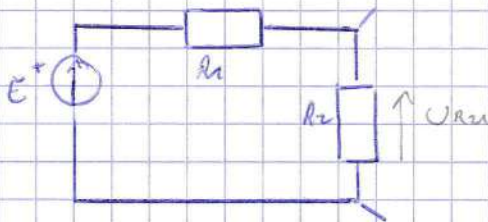
$$= 1,8 + 7,2$$

$$= 9V$$

En utilisant le théorème de superposition, donner l'expression de la tension aux bornes de R_2 - U_{R2}

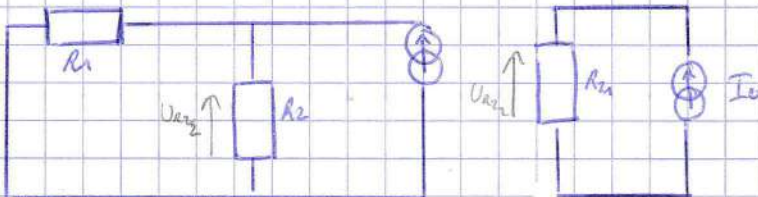


1) Eliminer I_0



$$U_{R1} = \frac{R_2 E}{R_1 + R_2}$$

2) Eliminer E

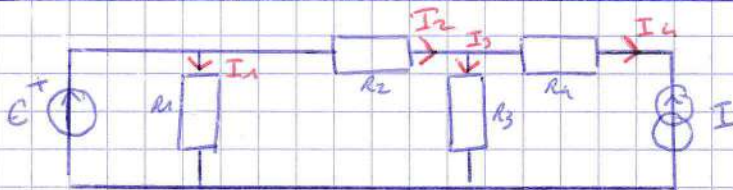


$$U_{R2} = I_0 \times \frac{R_2 R_1}{R_2 + R_1}$$

$$3) U_{R2} = U_{R1} + U_{R2}$$

$$= \frac{R_2 E}{R_2 + R_1} + \frac{I_0 R_2 R_1}{R_2 + R_1}$$

$$= \frac{R_2 E + I_0 R_2 R_1}{R_2 + R_1}$$



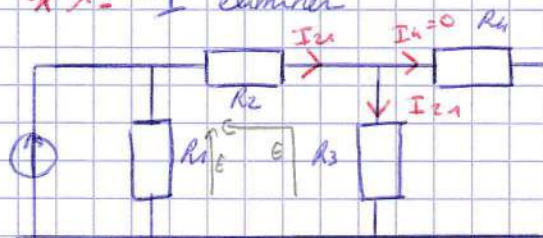
Donner l'expression des différents courants (I_1, I_2, I_3, I_4) en fct° des éléments du montage (E, R_1, R_2, R_3, R_4, I)

$$I_4 = -I$$

$$I_1 = \frac{U_{R1}}{R_1} = \frac{E}{R_1}$$

$$I_2 =$$

* 1. I éliminer

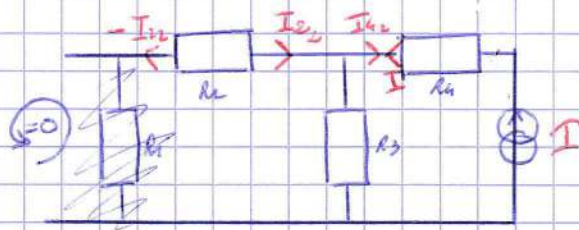


$$E = R_1 I_1$$

$$E = (R_2 + R_3) I_{21}$$

$$I_{21} = \frac{E}{R_2 + R_3}$$

* 2. E éliminer



$$-I_{22} = \frac{R_3 I}{R_3 + R_2}$$

$$I_{22} = I_{21} + I_{22}$$

$$= \frac{E}{R_2 + R_3} - \frac{R_3 I}{R_3 + R_2}$$

$$-I_3 = \frac{R_3 I}{R_3 + R_2}$$

$$I_3 = I_2 + I$$

$$I_3 = \frac{E}{R_2 + R_3} - \frac{R_3 I}{R_3 + R_2} + I$$

$$= \frac{E}{R_2 + R_3} + I \left(1 - \frac{R_3}{R_3 + R_2} \right)$$

$$= \frac{E}{R_2 + R_3} + I \left(\frac{R_3 + R_2 - R_3}{R_3 + R_2} \right)$$

$$I_3 = \frac{E}{R_2 + R_3} + \frac{I R_2}{R_3 + R_2}$$

III Théorème de Thévenin

Le théorème s'énonce comme suit :

- En conservant inchangé tout réseau linéaire bilatéral à 2 bornes peut être remplacé par une source de tension et d'une résistance en série avec cette source.



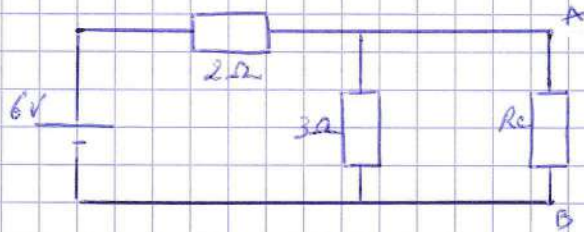
Étapes à suivre pour déterminer E_{th} et R_{th}

- * Retirer du réseau la branche à laquelle sera raccordé le générateur.
- * Repérer les bornes du réseau résiduel.
- * Calculer R_{th} . Pour ce faire court-circuiter toutes les sources de tension, et mettre en circuit ouvert toutes les sources de courant, déterminer ensuite la résistance totale aux 2 bornes repérées.
- * Calculer E_{th} . Pour ce faire, restituer au réseau les sources de courant et tension puis déterminer la tension en circuit ouvert aux bornes repérées.
- * Remplacer le réseau résiduel par le générateur et raccorder aux bornes de ce dernier la branche qui avait été retirée du réseau.

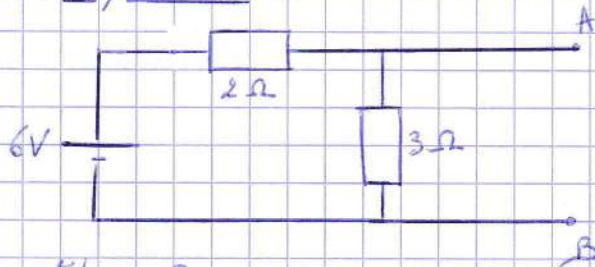
Ex 1:

Electricité ⑥

A l'aide du théorème de Thévenin, trouver le courant de $R_c (= 2\Omega)$.

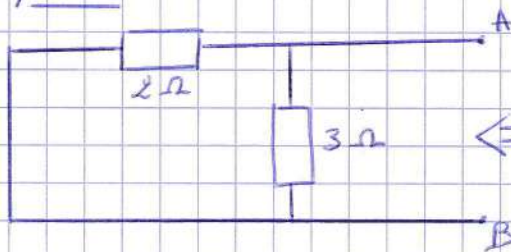


Etape 1 & 2



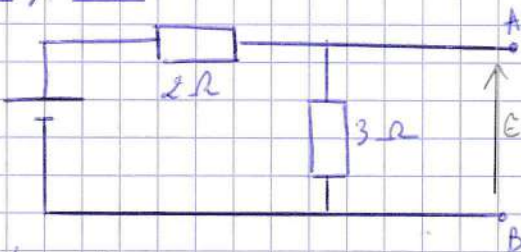
Les bornes sont A & B.

Etape 3



$$R_{th} = \frac{2 \times 3}{2 + 3} = \frac{6}{5} = 1,2\Omega$$

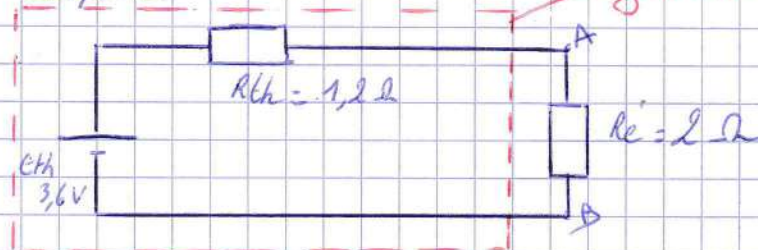
Etape 4



Pont diviseur

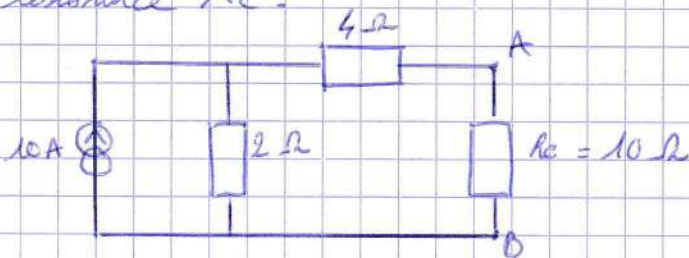
$$E_{th} = \frac{3 \times 6}{3 + 2} = 3,6V$$

Etape 5



EXERCICE APPLICATION

A l'aide du théorème de Thévenin, calculer le courant dans la résistance R_c .



$$R_{th} = \frac{4 \times 2}{4 + 2} = \frac{8}{6} = 1,3\Omega$$

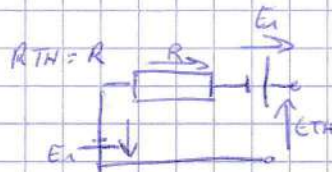
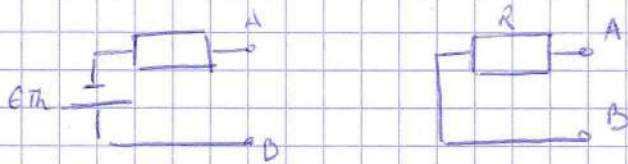
$$E_{th} = 2 \times 10 = 20V$$

$$I_c = \frac{E_{th}}{R_{th} + R_c} = \frac{20}{1,3 + 10} = 1,25A$$

$$U_{Rc} = R_c \cdot I_c = 1,25 \times 10 = 12,5V$$

Ex (Th de Thevenin)

Determiner les modes equivalents de Thevenin des circuits suivants.

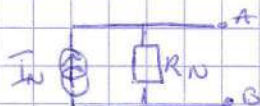


$$E_2 + U_R = E_1 + E_{Th}$$

$$E_{Th} = E_2 - U_R$$

IV Theoreme de Norton

Le Theoreme consiste a remplacer une partie du reseau par une source de courant (I_N) et en parallele une resistance (R_N)



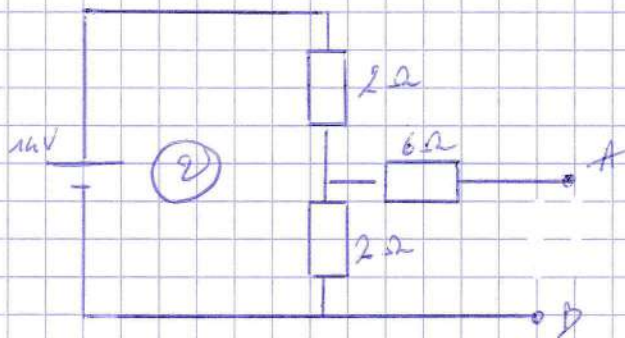
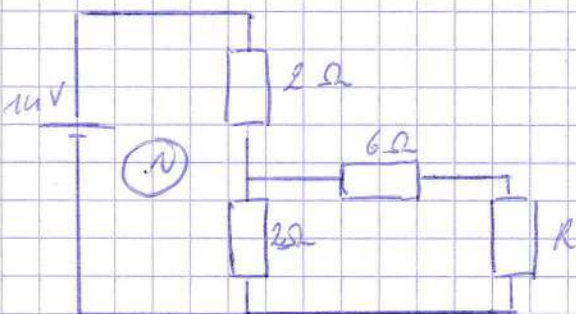
Le th de Norton s'annonce comme suit:

En courant continu, # reseau peut et remplacé par un generateur constitue d'une source de courant et d'une resistance en parallele a cette source.

Etapes à suivre pour determiner I_N et R_N

- * Retirer du reseau la branche à laquelle sera raccordée la generateur.
- * Repérer les bornes du reseau résiduel.
- * Calculer R_N . Pour ce faire court-circuiter les sources de tension et mettre en circuit ouvert les sources de courant.
- * Determiner ensuite la resistance totale présente entre les 2 bornes.
- * Calculer I_N . Pour ce faire, restituer au reseau ses sources puis determiner le courant en court circuit en reliant les 2 bornes repérées.
- * Remplacer le reseau par le generateur equivalent de Norton (I_N et R_N) et raccorder aux bornes de ce dernier la branche qui avait été retirée du reseau.

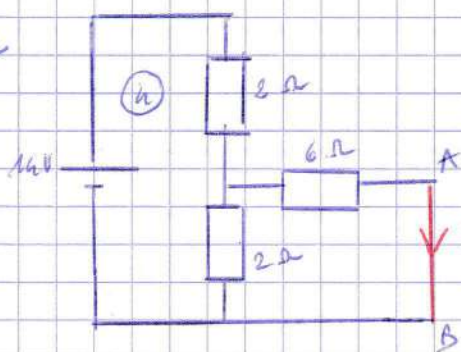
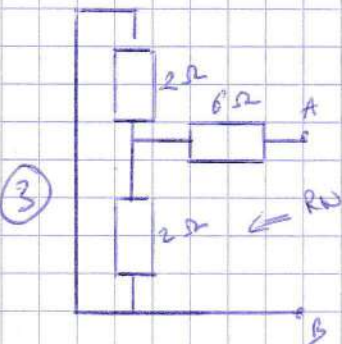
Exemple: Trouver le generateur de Norton raccorde à la resistance R.



$$R_N = \frac{2 \times 2}{2+2} + 6 = 7 \Omega$$

$$I_N = \frac{14}{\frac{2 \times 2}{2+2} + 6 + 2} = \frac{14}{7.5} = 1.87 A$$

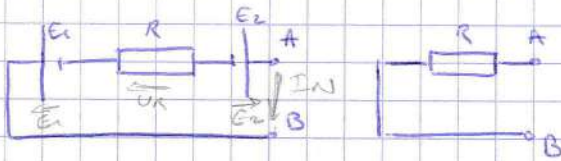
$$I_N = \frac{2 \times 4}{2+6} = 1 A$$



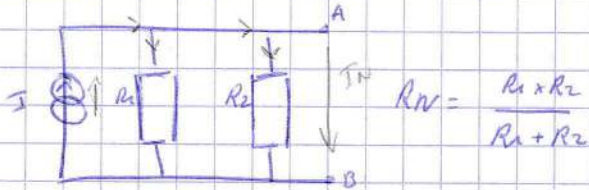
Exercice

Determiner le generateur de Norton des circuits suivants

(7)

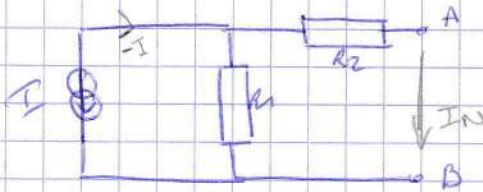


$$\begin{aligned} E_1 + UR &= E_2 \\ E + IR_N &= E_2 \\ I_N &= \frac{E_2 - E_1}{R} \end{aligned}$$



$$R_N = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2}$$

$$I_N = I$$

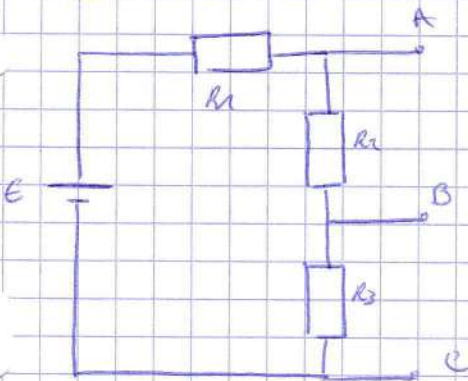


$$\begin{aligned} R_N &= R_1 + R_2 \\ I_N &= I \times \frac{R_1}{R_1 + R_2} \end{aligned}$$

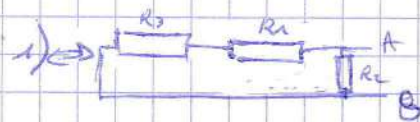
Rq: $R_N = R_{th}$
 $I_N = \frac{E_{th}}{R_{th}}$ ← Voir le th de transport des sources.



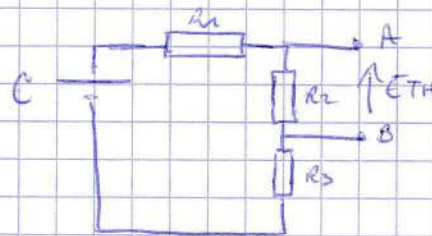
Exercice



- Determiner le generateur equivalent de Thevenin et de Norton entre les bornes A et B.
- Determiner le generateur equivalent de Thevenin et de Norton entre les bornes B et C.

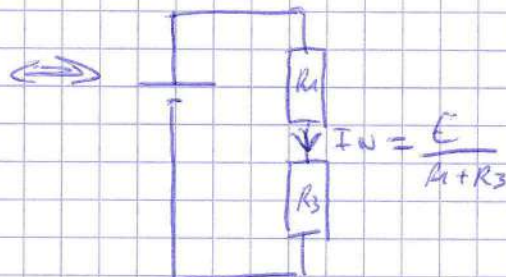
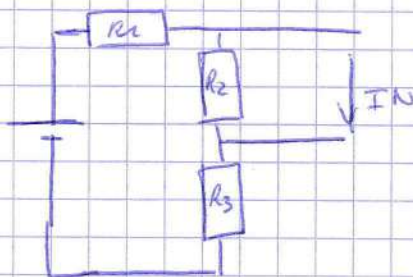


$$\begin{aligned} R_{th} &= \frac{(R_3 + R_1) R_2}{R_3 + R_1 + R_2} \\ &= \frac{R_2 R_3 + R_2 R_1}{R_3 + R_1 + R_2} \end{aligned}$$



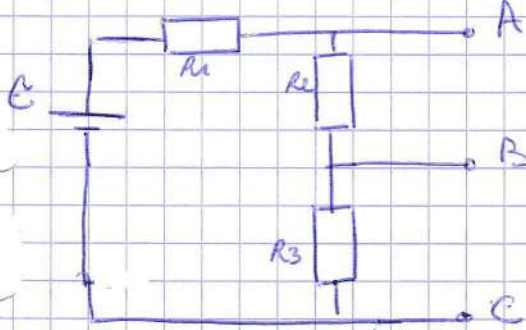
$$E_{th} = \frac{E \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$R_N = R_{th}$$



Thévenin et Norton entre (AB) et (BC)

Déterminer les gènes de Thévenin et Norton entre A et C



Thévenin A & C

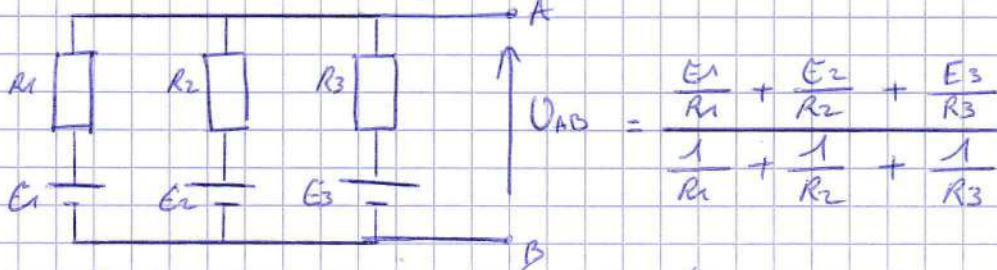
$$R_{th} = (R_2 + R_3) \parallel R_1 = \frac{(R_2 + R_3) R_1}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$E_{th} = \frac{E (R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3}$$

Calcul de $I_N = \frac{E}{R_1}$ Court-circuit de R_2 et R_3 reste que R_1 .

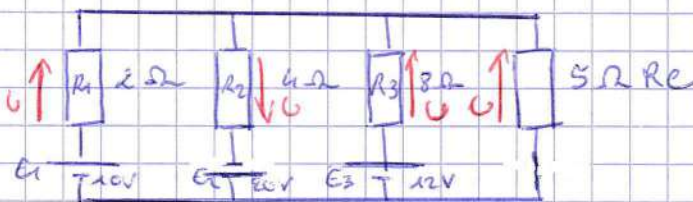
Théorème de Millman

Le théorème de Millman permet de remplacer plusieurs sources de tension en parallèle par une seule source de tension.



$$U_{AB} = \frac{\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} + \frac{E_3}{R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

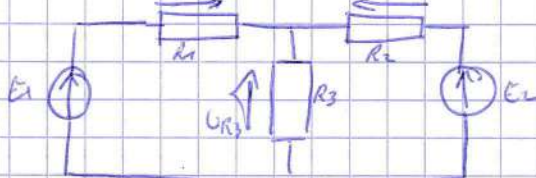
Ex: A l'aide du th de Millman déterminer le courant qui traverse R_c et la tension à ses bornes.



$$I_{Rc} = \frac{U_{Rc}}{R_c} = \frac{1,4}{5} = 0,28 A$$

$$\begin{aligned} U_{Rc} &= \frac{\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} + \frac{E_3}{R_3} + \frac{0}{R_c}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_c}} \\ &= \frac{5 - 5 + 1,5 + 0}{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{5}} \\ &= \frac{1,5}{0,5 + 0,25 + 0,125 + 0,2} \\ &= \frac{1,5}{1,075} = 1,4 V \end{aligned}$$

Déterminer l'expression de la tension aux bornes de R_3



$$\begin{aligned} U_{R3} &= \frac{\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} \\ &= \frac{0,015 + 0,06}{0,0025 + 0,008 + 0,00023} \\ &= 9 V \end{aligned}$$

Faire l'AN

$$\begin{aligned} E_1 &= 6 V & R_1 &= 400 \Omega \\ E_2 &= 16 V & R_2 &= 200 \Omega \\ & & R_3 &= 1200 \Omega \end{aligned}$$

CHAP 3 Analyse des circuits en régime sinusoïdal

I Déf d'une grandeur sinusoïdale

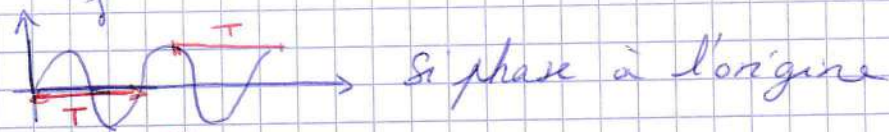
courant électrique sinusoïdal: $[i(t) = I_{\max} \sin(\omega t)]$

$I_{\max}$: Amplitude de maximale de i

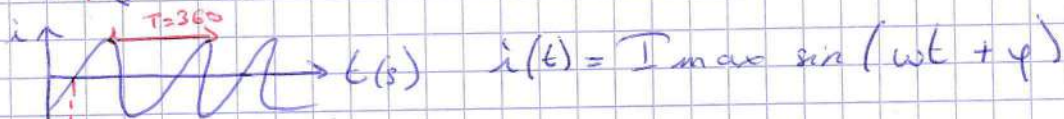
ω : pulsation en rad/s avec $\omega = 2\pi f$

f : fréquence du signal (Nbr d'échantillon en 1s) en Hz

T : $\frac{1}{f}$ avec T période du signal en seconde (s)



Si phase à l'origine



$\phi = \Delta t$

Lien entre Δt et ϕ

$$\begin{matrix} 360^\circ \leftrightarrow T \\ \phi \leftrightarrow \Delta t \end{matrix}$$

$$\phi = \frac{360 \cdot \Delta t}{T} = \frac{2\pi \cdot \Delta t}{T}$$

II Valeur moyenne

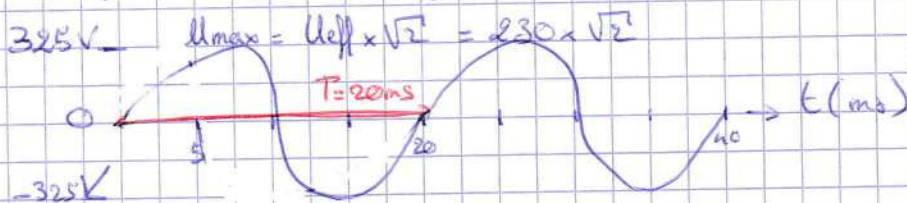
$$[I_{\text{moy}} = \frac{1}{T} \int_0^T i(t) \cdot dt]$$

La valeur moyen d'un signal sinusoïdal est nulle

III Valeur efficace

ex: pour le secteur $\oplus$, la tension efficace = 230V

$$f = 50 \text{ Hz} \quad T = \frac{1}{50} = 20 \cdot 10^{-3} \text{ s} = 0,02 \text{ s} = 20 \text{ ms}$$



La valeur efficace correspond au niveau d'un signal continu, la tension à appliquer afin de disposer de la même énergie que pour le signal variable au cours du tps correspondant.

$$\text{Formule: } [I_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) \cdot dt}]$$

Pour un signal sinusoïdal, en menant le calcul, on obtient

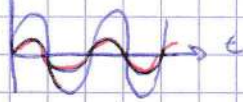
$$[I_{\text{eff}} = \frac{I_{\max}}{\sqrt{2}}]$$

IV Loi d'Ohm Généralisée

1) Comportement d'une résistance en courant alternatif

$u(t) = R \cdot i(t) \Rightarrow$ Le courant et la tension sont en phase.

$u(t) = R i(t)$



Puissance moyenne dissipée $P = R i^2$

2) Comportement d'une bobine en courant alternatif

$i(t) \rightarrow$ L = valeur de l'inductance en Henry (H)

$$u(t) = L \frac{di(t)}{dt}$$

$$\begin{aligned} \sin x &\rightarrow \cos(x) \\ \sin(ab) &\rightarrow a \cos(ab) \\ \cos x &= \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \end{aligned}$$

On pose $i(t) = I_{\max} \sin(\omega t)$
 $u(t) = L \frac{d I_{\max} \sin(\omega t)}{dt}$

$$u(t) = L \omega I_{\max} \cos(\omega t)$$

$$u(t) = L \omega I_{\max} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

La tension est en avance de $\frac{\pi}{2}$ par rapport au courant.
 déphasage de $\frac{\pi}{2}$ entre la tension et le courant.



$$u(t) = j L \omega i(t)$$

On pose

$$u(t) = Z_L i(t)$$

avec Z_L , l'impédance de la bobine

$$\text{et } Z_L = j L \omega$$

3) Comportement d'un condensateur en courant alternatif

$$i(t) = C \frac{du(t)}{dt}$$

condensateur de capacité (F) $\frac{\pi}{2}$ se matérialise par j .

On pose $u(t) = U_{\max} \sin(\omega t)$
 $i(t) = C \frac{d U_{\max} \sin(\omega t)}{dt}$

$$i(t) = C \omega U_{\max} \cos(\omega t)$$

$$i(t) = C \omega U_{\max} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Déphasage de $\frac{\pi}{2}$ entre courant et tension (courant en avance sur la tension)

$$i(t) = j C \omega u(t)$$

$$\Rightarrow u(t) = \frac{1}{j C \omega} i(t)$$

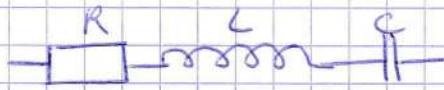
On pose $Z_C = \frac{1}{j C \omega}$

$Z =$ impédance

IV Etude de circuit en régime sinusoïdal

ELEC CHAP3

1) circuit RLC série



Calculer l'impédance complexe de ce circuit RLC série.
Déterminer l'expression du module et de l'argument

$$\begin{aligned} Z_{RLC \text{ série}} &= R + Z_C + Z_L \\ &= R + \frac{1}{j\omega C} + j\omega L \\ &= R + j\omega L - \frac{j}{\omega C} \\ &= R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \end{aligned}$$

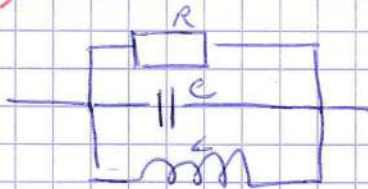
$$\varphi = \arctg = \frac{b}{a}$$

$$\frac{1}{j} = -j$$

$$\frac{1}{j} \times \frac{j}{j} = \frac{j}{j^2} = \frac{j}{-1} = -j$$

$$\begin{aligned} |Z| &= \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \\ \arg(z) &= \arctg\left(\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}\right) \end{aligned}$$

2) Circuit RLC parallèle.



Déterminer l'expression de l'impédance complexe du RLC parallèle
Mettre sous forme $Z_{RLC} = \frac{a}{b + j\omega c + d\omega^2}$
forme canonique

$$\begin{aligned} \frac{1}{Z_{RLC}} &= \frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} + j\omega C \\ &= \frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} + j\omega C \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{Z_{RLC}} &= \frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} + j\omega C \\ &= \frac{j\omega L + R}{j\omega L R} + \frac{j\omega C \times j\omega L R}{j\omega L R} \quad \text{multiplier au m de dénominateur} \\ &= \frac{j\omega L + R + j^2 \omega^2 L C R}{j\omega L R} \end{aligned}$$

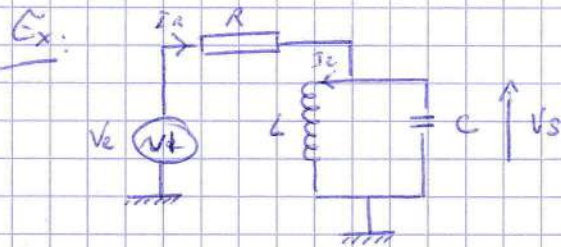
$$Z_{RLC \parallel} = \frac{j\omega L R}{R + j\omega L - \omega^2 L C R} \quad \Delta \quad j^2 = -1$$



$$\begin{aligned} \frac{1}{Z_{BD}} &= \frac{1}{R' + j\omega L'} \\ &= \frac{j\omega L' R'}{R' + j\omega L'} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{Z_{AB}} &= \frac{1}{R} + j\omega C \\ &= \frac{1 + j\omega C R}{R} \\ Z_{AB} &= \frac{R}{1 + j\omega C R} \end{aligned}$$

$$Z_{AD} = Z_{AB} + Z_{BD} = \frac{R}{1+j\omega} + \frac{R'j\omega}{R'+j\omega} = \frac{R}{1+j\omega} + \frac{j\omega}{1+j\frac{R'}{R}\omega}$$



- 1) Calculer l'impédance aux bornes de V_s .
- 2) En utilisant la loi sur le pont diviseur de tension, exprimer V_s en fctⁿ de V_e , R , L , C et ω .
- 3) Puis, appliquer la loi Ohm à la bobine pour obtenir l'expression de l'intensité I_L de la bobine.
- 4) Calculer l'expression de P_R en fctⁿ de V_e et des éléments du circuit.

$$1) \frac{1}{Z_{ec}} = j\omega + \frac{1}{j\omega}$$

$$Z_{ec} = \frac{\frac{1}{j\omega} + j\omega}{\frac{1}{j\omega} j\omega} = \frac{\frac{j\omega}{j\omega} + \frac{1}{j\omega}}{\frac{j\omega}{j\omega}} = \frac{j\omega}{j^2\omega^2 + 1} = \frac{j\omega}{1 - \omega^2 L^2 C}$$

$$\frac{1}{Z_{ec}} = \frac{1}{Z_L} + \frac{1}{Z_C} = \frac{1}{j\omega} + \frac{1}{\frac{1}{j\omega}} = \frac{1}{j\omega} + \frac{1}{j\omega} = \frac{1 + j^2\omega^2 LC}{j\omega} = \frac{j\omega}{1 - \omega^2 LC}$$

$$2) V_s = \frac{Z_{ec} \times V_e}{Z_{ec} + Z_R} = \frac{\frac{j\omega}{1 - \omega^2 LC} \times V_e}{\frac{j\omega}{1 - \omega^2 LC} + R} = \frac{j\omega}{j\omega + R - \omega^2 LC} \times V_e$$

$$3) I_L = \frac{V_s}{Z_L} = \frac{V_s}{j\omega} = \frac{\frac{j\omega}{j\omega + R - \omega^2 LC} \times V_e}{j\omega} = \frac{V_e}{R + j\omega - \omega^2 LC}$$

$$4) \left. \begin{aligned} U_R &= R I_R \\ &= V_e - V_s \end{aligned} \right\} \Rightarrow I_R = \frac{V_e - V_s}{R} \quad // \quad I_R = \frac{V_e}{R + Z_{ec}}$$

$$I_R = \frac{V_e}{R + \frac{j\omega}{1 - \omega^2 LC}} \quad I_L = \frac{Z_C \cdot I_R}{Z_L + Z_C} = \frac{\frac{1}{j\omega} \times R + \frac{j\omega}{1 - \omega^2 LC}}{\frac{1}{j\omega} + j\omega} = \frac{\frac{V_e}{j\omega} \times \frac{j\omega}{1 - \omega^2 LC}}{R + \frac{j\omega}{1 - \omega^2 LC}}$$



$$Z_{ec} = Z_{L1} + Z_{C2} = \frac{1}{j\omega} + j\omega$$

$$Y = \frac{(\frac{1}{j\omega} + j\omega) \times \frac{1}{j\omega C_2 \omega}}{(\frac{1}{j\omega} + j\omega) + \frac{1}{j\omega C_2 \omega}} = \frac{1}{j\omega + j\omega} + \frac{1}{j\omega} = \frac{1}{j(\omega - \frac{1}{\omega})} + j\omega$$

$$= \frac{-j}{(\omega - \frac{1}{\omega})} + j\omega = j(\omega - \frac{1}{\omega}) \quad Z = \frac{1}{j} \times \frac{1}{\omega - \frac{1}{\omega}}$$

- 1) Déterminer l'expression de l'impédance du montage $1 - LC\omega^2$ et mettre ss la forme $Z = j \times$ (x: réactance)
- 2) Déterminer l'expression de fréquence (fs) pr laquelle la réactance est nulle.
- 3) (fp) " " " " " infinie

$$Z_{\text{th}} = -j \frac{1 - L_1 L_2 \omega^2}{\omega L_1 + \omega L_2 - L_1 L_2 \omega^2}$$

$$= -j \frac{1 - L_1 L_2 \omega^2}{\omega (L_1 + L_2 - L_1 L_2 \omega^2)}$$

2) Reactance nulle lorsque (f)

$$1 - L_1 L_2 \omega^2 = 0 \quad f = \frac{\omega}{2\pi}$$

$$L_1 L_2 \omega^2 = 1$$

$$(\omega = 2\pi f)$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{L_1 L_2}} \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi \sqrt{L_1 L_2}}$$

3) Reactance infinie $\Rightarrow$ dénominateur de $Z_{\text{th}} \rightarrow 0$

$$\Rightarrow L_1 + L_2 - L_1 L_2 \omega^2 = 0$$

$$L_1 + L_2 = L_1 L_2 \omega^2$$

$$\omega^2 = \frac{L_1 + L_2}{L_1 L_2} \quad \omega = \sqrt{\frac{L_1 + L_2}{L_1 L_2}}$$

$$f_p = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{L_1 + L_2}{L_1 L_2}}$$



1) Déterminer l'impédance complexe de ce circuit, mettre sa forme $R + jX$.

2) Comment doit se comporter le circuit pour que i soit nul ?
A q'l fréquence cela correspond-il ?

$$1) R + jX$$

$$R + \left(\frac{1}{\frac{1}{j\omega C} + j\omega L} \right)$$

$$Z = R + j \frac{\omega L}{1 - L^2 \omega^2}$$

2) Le circuit doit se comporter c un interrupteur ouvert $\Rightarrow Z \rightarrow \infty$

$$\Rightarrow 1 - L^2 \omega^2 = 0 \Rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{L}} \quad f = \frac{1}{2\pi \sqrt{L}}$$



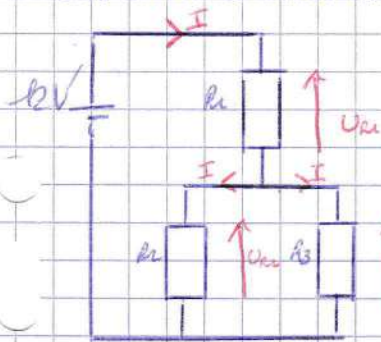
$$Z = R + \frac{1}{j\omega C} + j\omega L$$

$$= R + j\omega L - \frac{j}{\omega C}$$

$$= R + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}$$

$$\arg(Z) = \arctg \left(\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \right)$$



$$R_1 = 10\Omega$$

$$R_2 = R_3 = 2R_1 = 20\Omega$$

Exprimer la tension aux bornes de R_3 en fct° de U_E , R_1 , R_2 et R_3
Faire applicati Numérique

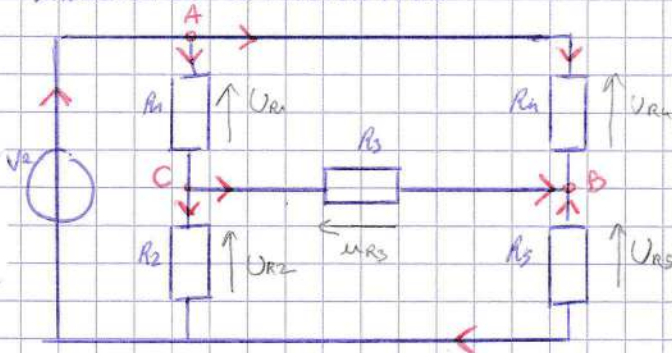
$$U_{R3} = U_{R2}$$

$$\text{avec } R_{eq} = R_2 \parallel R_3 = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{2R_1 \cdot 2R_1}{2R_1 + 2R_1} = \frac{4R_1^2}{4R_1} = R_1$$

$$U_3 = \frac{U_E - R_{eq}}{R_1 + R_{eq}} = \frac{U_E - \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}}{R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}} = 10\Omega$$

$$U_{R3} = \frac{U_E \cdot R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}$$

EXERCICE D'APPLICATION



	R	U	I	P
		$U_E = 24V$	$1.5A$	$36W$
1	36Ω	$17V$	$0.5A$	$8.5W$
2	9.33Ω	$7V$	$0.75A$	$5.25W$
3	28Ω	$-7V$	$-0.25A$	$1.75W$
4	10Ω	$10V$	$1A$	$10W$
5	18.66Ω	$14V$	$0.75A$	

Rpl formule: $P = U \times I$
 $U = R \times I$

$$P_E = 24 \times 1.5 = 36W$$

$$I_4 = \frac{10}{10} = 1A$$

$$P_4 = 10 \times 1 = 10W$$

en A $I = I_1 + I_4 \Rightarrow I_1 = I - I_4 = 1.5 - 1 = 0.5A$

en B $I_3 + I_4 = I_5 \Rightarrow I_3 = I_5 - I_4 = 0.75 - 1 = -0.25A$

en C $I_1 = I_2 + I_3 \Rightarrow I_2 = I_1 - I_3 = 0.5 - (-0.25) = 0.75A$

Choix de la maille

$$U_{R1} - U_{R4} + U_{R3}$$

$$17 = 10 + U_{R3}$$

$$U_{R3} = -17 + 10$$

$$= -7V$$

$$U_E = U_{R1} + U_{R2}$$

$$U_{R2} = U_{R1} - U_E = 24 - 17 = 7V$$

$$U_{R5} + U_{R3} = U_{R2}$$

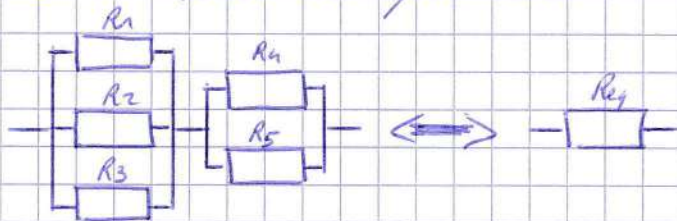
$$U_{R5} = U_{R2} - U_{R3} = 7 - (-7) = 14V$$

Rmq: Sur le Bilan de puissance

$$P_E = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5$$

La puissance fournie par le générateur est égale à la somme des puissances dissipées par les résistances du circuit.

Calcul des resistance équivalente



$$\frac{1}{R_{123}} = \frac{1}{R_{123}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

$$\frac{1}{R_{45}} = \frac{1}{R_{45}} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}$$

$$R_{123} = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3}$$

$$R_{45} = \frac{R_4 R_5}{R_4 + R_5}$$

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3} + \frac{R_4 R_5}{R_4 + R_5}$$

4) Règle du diviseur de courant



Exprimer $I_1 = f(I, R_1, R_2)$

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1} \times I_2$$

$$U_{R1} = U_{R2} \Leftrightarrow R_1 I_1 = R_2 I_2$$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{R_2}{R_1} \times I_2$$

$$I_2 = I - I_1$$

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1} (I - I_1) = \frac{R_2}{R_1} I - \frac{R_2}{R_1} I_1$$

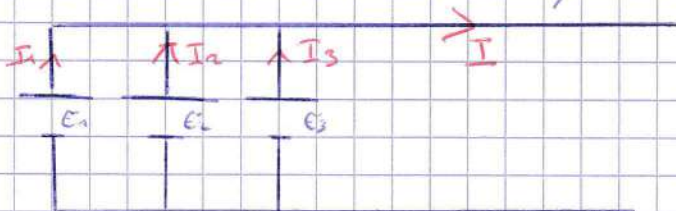
$$= I_1 + \frac{R_2}{R_1} I_1 = \frac{R_2}{R_1} I$$

$$= I_1 \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) = \frac{R_2}{R_1} I$$

$$= \frac{\frac{R_2}{R_1} I}{1 + \frac{R_2}{R_1}} = \frac{\frac{R_2}{R_1} I}{\frac{R_1 + R_2}{R_1}} = \frac{R_2 I}{R_1 + R_2}$$

5) Association de générateurs

→ Générateurs de tension en parallèle



Pour associer en parallèle des générateurs de tension, ces derniers doivent délivrer la même tension.

$$\text{De ici } E_1 = E_2 = E_3 = E$$

$$E = \frac{I_1 + I_2 + I_3}{n}$$

RPL Cours

Comportement fréquentiel d'une bobine et d'un condensateur

→ mm Bobine

$$Z_L = j\omega L$$

$$\omega \rightarrow 0 \left(f \rightarrow 0, \omega = 2\pi f \right) \rightarrow Z_L \rightarrow 0 \Leftrightarrow \text{---} \text{---} \text{---}$$

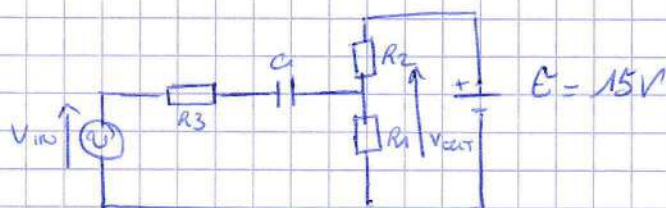
Regime Continu $\omega \rightarrow \infty \Rightarrow Z_L \rightarrow \infty \Rightarrow \text{---} \text{---} \text{---}$ circuit ouvert

→ Condensateur

$$\omega \rightarrow 0 \text{ (électricité continue)} \Rightarrow Z_C \rightarrow \infty \Leftrightarrow \text{---} \text{---} \text{---}$$

$$\omega \rightarrow \infty \Rightarrow Z_C \rightarrow 0 \Leftrightarrow \text{---} \text{---} \text{---}$$

ⓔ Etude d'un montage constitué d'une source de tension continue et d'une source de tension alternative
 ⇒ Revelation avec l'utilisation du th de superposition



$$V_{IN} = 5 \sin(\omega t); T = 1 \text{ ms}$$

$$R_3 = 1 \text{ k}\Omega, C = 10 \mu\text{F}, R_1 = 1 \text{ k}\Omega, R_2 = 2 \text{ k}\Omega$$

- 1) Calculer le module du condensateur C à la fréquence de la tension V_{IN} . Comparer cette valeur à R_3 .
- 2) Étudier la source de tension sinusoïdale et calculer la composante continue V_0 de la tension V_{OUT} .
- 3) Étudier la source de tension continue et calculer V_0 , amplitude de la composante sinusoïdale de V_{OUT} .

$$\rightarrow Z_C = \frac{1}{j\omega C}$$

$$|Z_C| = \frac{1}{\omega C}$$

$$|Z_C| = \frac{1}{1 \times 10^{-6} \times 6283} = 16 \Omega \ll R_3$$

$$(\omega = 2\pi f; f = \frac{1}{T}; \omega = \frac{2\pi}{T})$$

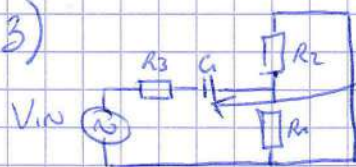
$$\text{ici } T = 1 \text{ ms} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{1 \cdot 10^{-3}} = 6283 \text{ rad/s}$$

2) V_{moyen} composante continue

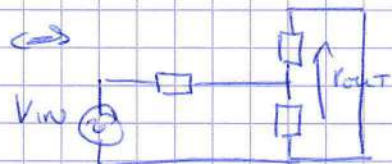


$$\Rightarrow V_0 = \frac{E \cdot R_1}{R_3 + R_1} = \frac{15 \times 1}{1 + 1} = 7.5 \text{ V}$$

3)

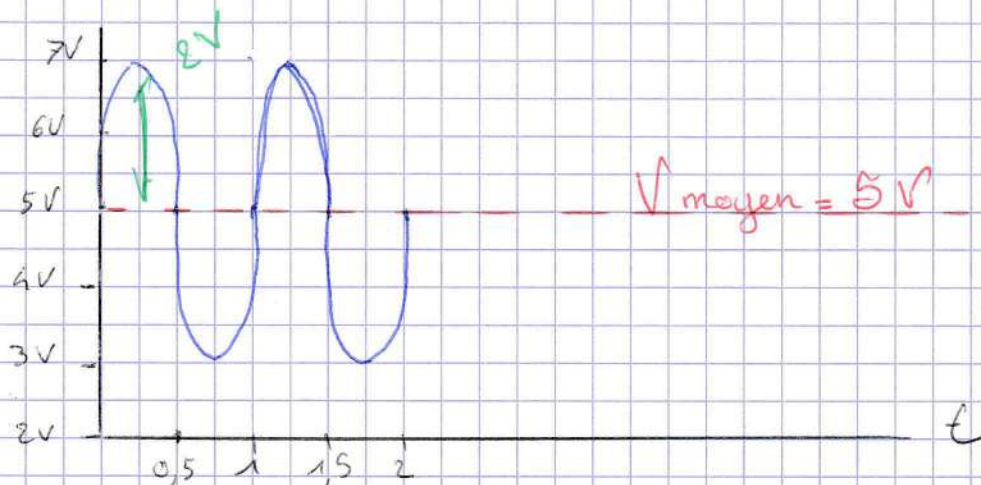


$Z_C = 16 \Omega \ll 1k\Omega$ de on peut le remplacer par un fil -



$$V_{out} = V_0 = \frac{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}{R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} \times V_{in}$$

$$= \frac{666}{1000 + 666} \times 5 = 2V = 2 \sin(\omega t)$$

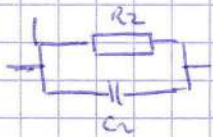


1) Expression de z_1 ?

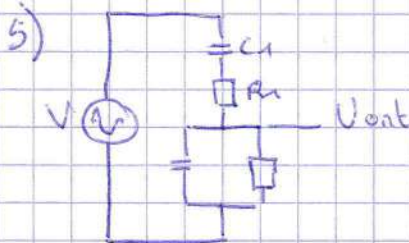


2) Donner l'expression de W_1 , pulsat° pour laquelle partie réelle et partie imaginaire de z_1 ont la m[^] valeur absolue - Pr $\omega = \omega_1$ expression de z_1 en fct° de R_1 .

3) Expression de z_2 ?



4) Donner l'expression de W_2 , pulsat° pour laquelle partie réelle et partie imaginaire de z_2 ont la m[^] valeur absolue - Pr $\omega = \omega_2$ expression de z_2 en fct° de R_2 .



Le circuit est alimenté par une tension sinusoïdale de pulsation $\omega_0 = \omega_1 = \omega_2$

5) Donner l'expression de V_{out} en fct° de z_1 et z_2

6) Calculer l'expression de z , impédance équivalente à z_1 et z_2 en série. que devient cette expression en posant $R_1 = R_2 = R$ et $C_1 = C_2 = C$

7) Calculer la valeur du rapport $\frac{V_{out}}{V_{in}}$ pr ω_0

8) Calculer ω_0 l'expression z en fct° de R

9) Calculer l'expression générale ($\omega \neq \omega_0$) du rapport $\frac{V_{out}}{V_{in}}$ noter $H(j\omega)$.

$$1) Z_1 = R_1 + \frac{1}{j\omega C_1} = R_1 - \frac{1}{j\omega C_1} = \underbrace{a}_{Re} + j \underbrace{b}_{Im}$$

$$1/y = -j$$

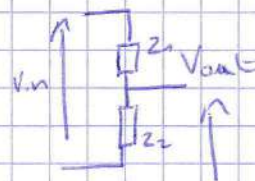
$$8) R_1 = \frac{1}{\omega C_1} \Rightarrow \omega = \frac{1}{R_1 C_1} = \omega_1$$

$$Z_1 = R_1 + \frac{1}{j\omega C_1} = R_1 + \frac{R_1}{j} = R_1 (1 - j)$$

Part diviseur de tension

$$5) V_{out} = \frac{V_{in} Z_2}{Z_2 + Z_1} \Rightarrow \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{Z_2}{Z_2 + Z_1}$$

$$3) Z_2 = \frac{Z_1 \parallel Z_2}{R_2 + \frac{1}{j\omega C_2}} = \frac{R_2}{1 + j R_2 C_2 \omega}$$



$$Z_2 = \frac{R_2}{1 + j R_1 C_1 \omega} \times \frac{(1 - j R_1 C_1 \omega)}{1 - j R_2 C_2 \omega}$$

$$= \frac{R_2 - j R_2 C_2 \omega}{1 + (R_2 C_2 \omega)^2}$$

$$= \frac{R_2}{1 + (R_2 C_2 \omega)^2} - j \frac{R_2^2 C_2 \omega}{1 + (R_2 C_2 \omega)^2}$$

$$= \frac{R_2}{1 + (R_2 C_2 \omega)^2} = \frac{R_2^2 C_2 \omega}{1 + (R_2 C_2 \omega)^2}$$

$$= R_2 = R_2^2 C_2 \omega$$

$$\Rightarrow \omega = \frac{1}{R_2 C_2} = \omega_2$$

$$6) Z = Z_1 + Z_2 = R_1 + \frac{1}{j\omega C_1} + \frac{R_2}{1 + j R_1 C_1 \omega} = R + \frac{1}{j\omega C} + \frac{R}{1 + j R C \omega} = \frac{j R C \omega + 1}{j C \omega} + \frac{R}{1 + j R C \omega} = \frac{R}{1 + j R C \omega} = \frac{(1 + j R C \omega)^2 + j R C \omega}{j C \omega (1 + j R C \omega)}$$

$$7) \frac{V_{out}}{V_{in}} \text{ pour } \omega = \omega_0$$

$$Z_1 = R_1 (1-j) = R(1-j)$$

$$Z_2 = \frac{R_2}{2} (1-j) = \frac{R}{2} (1-j)$$

$$\begin{aligned} \frac{V_{out}}{V_{in}} &= \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{\frac{R}{2} (1-j)}{R(1-j) + \frac{R}{2} (1-j)} = \frac{1}{2} \\ &= \frac{\frac{R}{2} (1-j)}{(1-j) \left(R + \frac{R}{2}\right)} = \frac{\frac{R}{2}}{R + \frac{R}{2}} = \frac{\frac{R}{2}}{\frac{2R + R}{2}} = \frac{R}{3R} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$8) \omega = \omega_0 \Rightarrow Z$$

$$\omega_0 = \frac{1}{RC}$$

$$\left[Z = \frac{3}{2} R (1-j) \right] \text{ Résultat}$$

$$\begin{aligned} Z &= \frac{(jRC \times \frac{1}{RC} + 1)}{jRC \times \frac{1}{RC}} + \frac{R}{(1+jRC \times \frac{1}{RC})} \\ &= \frac{(1+j)}{\frac{1}{R}} + \frac{R}{(1+j)} = \frac{R(1+j)}{j} + \frac{R}{(1+j)} \\ &= \frac{-jR(1+j)(1+j) + R}{1+j} \\ &= \frac{-jR(1+2j-1) + R}{1+j} \\ &= \frac{-jR2j + R}{1+j} = \frac{3R}{(1+j)} = \frac{3}{2} R(1-j) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 9) \frac{V_{out}}{V_{in}} &= \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} \\ &= \frac{Z_2}{Z} = \frac{\frac{R}{1+jRC\omega}}{\frac{3R}{(1+j)}} \\ &= R \left(\frac{jRC\omega}{(1+jRC\omega)^2 + jRC\omega} \right) \\ &= \frac{jRC\omega}{1 + 3jRC\omega + R^2 C^2 (j\omega)^2} \end{aligned}$$