

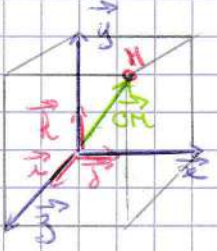
MECANIQUE

Intro: La cinématique est l'étude du mouvement.
La dynamique est l'étude du mouvement avec les forces qui causent (ou empêchent) le mouvement.

I. Cinématique

Un point matériel est un point (M) ou (P) auquel est attaché une masse. Il modélise un objet dont les dimensions sont considérées comme nulles. C'est le modèle le plus simple qui existe.

Un référentiel $R (O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ permet de repérer le point (M)



Le point M a pour coordonnées (x, y, z)
Vecteur position: $\vec{OM} = x\vec{x} + y\vec{y} + z\vec{z}$

où $\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases}$ dépendant de (t)

et où $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ est fixe.

Son module: $\|\vec{OM}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

Vecteur vitesse: $\vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt}$ (dérivé du vecteur en fonction de la dérivée tps)

$$\vec{v} = \frac{dx}{dt} \vec{x} + \frac{dy}{dt} \vec{y} + \frac{dz}{dt} \vec{z} \quad \text{ou encore } \vec{v} = \dot{x}\vec{x} + \dot{y}\vec{y} + \dot{z}\vec{z}$$

$\dot{x}(t) = x'(t) = \frac{dx}{dt}$ $\vec{v} = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix}$

Son module: vitesse: $V = \|\vec{v}\| = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}$

La vitesse mesure les changements de position au cours du tps.
Si $\vec{v} = \vec{0}$, alors le point est immobile.

Vecteur accélération: $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{OM}}{dt^2}$

C'est la dérivée du vecteur vitesse: $\vec{a} = \ddot{x}\vec{x} + \ddot{y}\vec{y} + \ddot{z}\vec{z}$ $\ddot{x}(t) = x''(t) = \frac{d^2x}{dt^2}$

Son module: accélération $\|\vec{a}\| = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2 + \ddot{z}^2}$

L'accélération mesure les changements de vitesse au cours du tps.
Si $\vec{a} = \vec{0}$, alors la vitesse est constante $\vec{v} = cte$.

1) Mouvement rectiligne uniformément varié (accélééré)

Le point M se déplace le long d'un segment du droit, on choisit le repère de sorte que $\vec{OM} = x\vec{x}$ alors $\vec{v} = \dot{x}\vec{x}$ $\vec{a} = \ddot{x}\vec{x}$
 $\quad \quad \quad = v(t)\vec{x}$ $\quad \quad \quad = a(t)\vec{x}$

Il suffit de connaître $a(t)$ $v(t)$ $x(t)$.

Longue le mouvement est uniformément varié $a(t) = a = cte$.
alors $a(t) = \ddot{x}(t) = \dot{v}(t) = cte$
On intègre $v(t) = a \times t + v_0$ (ou $v_0 = cte$)

Puis $\dot{x}(t) = v(t)$
 $x(t) = a \times t + v_0$ On intègre $x(t) = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0$ ($x_0 = cte$)

De ce cas on peut écrire

$$\begin{cases} a(t) = a = Cte & (1) \\ v(t) = at + v_0 & (2) \\ x(t) = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 & (3) \end{cases}$$

$$\begin{matrix} [m/s^2] \\ [m/s] \\ [m] \end{matrix}$$

Rmq: $t=0$ $v(t=0) = v_0 \rightarrow$ Vitesse initiale
 $x(t=0) = x_0 \rightarrow$ Position initiale

Prends 2 dates t_1 et t_2 , la comparaison permet d'écrire:
 $v^2(t_2) - v^2(t_1) = 2a[x(t_2) - x(t_1)]$ (4) ($a = \text{accélération}$)

* Unité

Position $\vec{OM}$	(m)
Vitesse $\vec{v}$	(m.s ⁻¹)
accélération $\vec{a}$	(m.s ⁻²)

* Cas particulier: Mvt rectiligne uniforme

De ce cas: $a = 0$

Les équations deviennent

$$a = 0$$

$$v(t) = v_0$$

$$x(t) = v_0 t + x_0$$

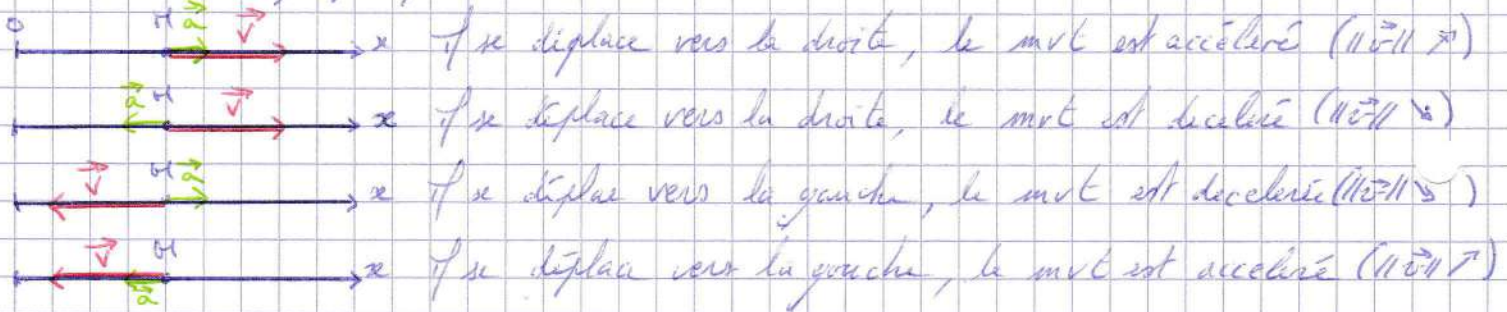
$$v^2(t_2) - v^2(t_1) = 0$$

$$v_0 = Cte$$

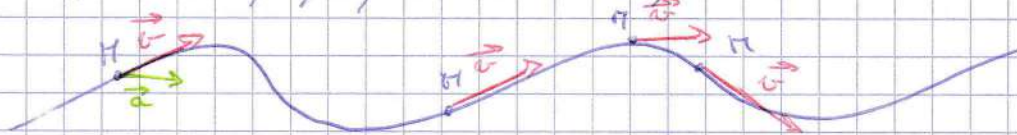
$$x_0 = Cte$$

On retrouvera ce cas lorsqu'un point n'est soumis à aucune force

* Interprétation graphique



* Interprétation graphique de la cas général



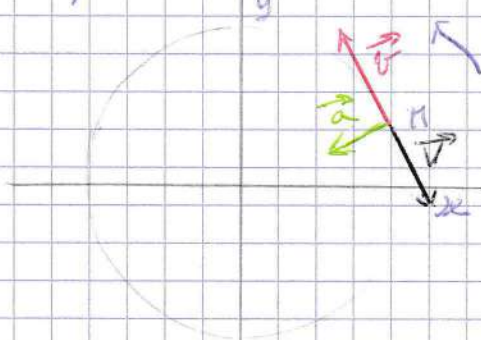
$\vec{v}$ est tangent à la trajectoire orienté ds le sens du mvt.

L'accélération peut s'écrire $\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$ avec $\vec{a}_t \parallel \vec{v}$ $\vec{a}_n \perp \vec{v}$
 accélération tangentielle accélération normale

$\vec{a}_t$ donne le changement d'allure.

$\vec{a}_n$ donne le changement de direction.

Exemple mvt Circulaire



$$\text{rotat}^\circ \quad \|\vec{v}\| = Cte$$

$$\text{ds le cas d'une rotation} \quad \|\vec{v}\| = Cte$$

I-2) Mouvement plan dans un champ uniforme

MECANIQUE

On étudie le mvt d'un point matériel, dont l'accélération est donnée

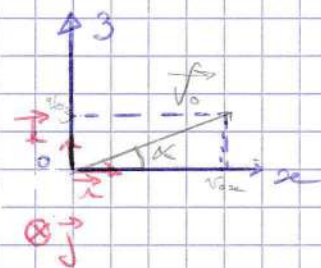
$$\vec{a} = \vec{g} = Cte$$

On se donne également

- la position initiale $\vec{r}_0$
- la vitesse initiale $\vec{v}_0$

On choisit le référentiel $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ de sorte que :

- O coïncide avec $\vec{r}_0$
- $\vec{g}$ soit selon $\vec{k}$
- $\vec{v}_0$ soit ds le plan (O, x, z)



$$\downarrow \vec{g} = -g\vec{k}$$

$$v_0 = \|\vec{v}_0\|$$

$$v_{0x} = v_0 \cos \alpha$$

$$v_{0z} = v_0 \sin \alpha$$

Les données sont donc :

$$\vec{a} = -g\vec{k} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{pmatrix}$$

$$\vec{v}_0 = v_0 \cos \alpha \vec{i} + v_0 \sin \alpha \vec{k} = \begin{pmatrix} v_0 \cos \alpha \\ 0 \\ v_0 \sin \alpha \end{pmatrix}$$

$$\text{et } \begin{cases} x(t=0) = 0 \\ y(t=0) = 0 \\ z(t=0) = 0 \end{cases}$$

Il reste à calculer :

$$\frac{d}{dt} \begin{cases} x(t) \\ z(t) \end{cases} \text{ et } \vec{v}(t) = \begin{cases} v_x(t) = x'(t) \\ v_z(t) = z'(t) \end{cases}$$

On part de $\vec{a} = -g\vec{k}$
Elle donne $\begin{cases} \ddot{x}(t) = 0 \\ \ddot{z}(t) = -g \end{cases}$

On intègre

$$v_x(t) = Cte = v_{0x}$$

$$v_z(t) = -gt + Cte = -gt + v_{0z}$$

On bien

$$\vec{v}(t) \begin{cases} v_x(t) = v_0 \cos \alpha \\ v_z(t) = -gt + v_0 \sin \alpha \end{cases}$$

On intègre encore

$$\text{on } \begin{cases} x(t) = t v_0 \cos \alpha + x_0 \\ z(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + t v_0 \sin \alpha + z_0 \end{cases}$$

On a obtenu le vecteur vitesse $\vec{v}(t)$, et l'équation de la trajectoire paramétrée par le temps t .

Equation cartésienne de la trajectoire

On doit se débarrasser du paramètre t .

$$\begin{cases} x(t) = t v_0 \cos \alpha & (1) \\ z(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + t v_0 \sin \alpha & (2) \end{cases}$$

$$t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha} \quad (3)$$

On remplace (3) ds (2)

$$z = -\frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_0 \cos \alpha} \right)^2 + \left(\frac{x}{v_0 \cos \alpha} \right) v_0 \sin \alpha$$

$$z = -\frac{g}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha$$

C'est l'équation de la trajectoire, c'est une parabole ($y = ax^2 + bx + c$)

* Hauteur Maximale

$z_{\max}$ est obtenue lorsque $z'(x) = 0$

cad:

$$-\frac{g}{2V_0^2 \cos^2 \alpha} (2x) + \tan \alpha = 0$$

$$\tan \alpha = \frac{g}{V_0^2 \cos^2 \alpha} x$$

$$\text{de } x = \frac{\tan \alpha V_0^2 \cos^2 \alpha}{g} = \frac{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} V_0^2 \cos^2 \alpha}{g}$$

$$\text{de } x_A = \frac{\sin \alpha \cos \alpha V_0^2}{g}$$

Puis $z_A = z(x_A)$

$$= -\frac{g}{2V_0^2 \cos^2 \alpha} \left(\frac{\sin \alpha \cos \alpha V_0^2}{g} \right)^2 + \left(\frac{\sin \alpha \cos \alpha V_0^2}{g} \right) \tan \alpha$$

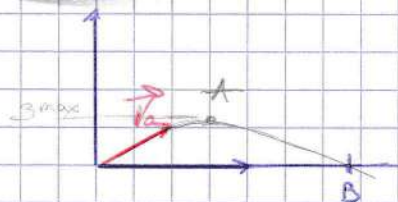
$$= -\frac{g \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha V_0^2}{2V_0^2 \cos^2 \alpha g} + \frac{\sin \alpha \cos \alpha V_0^2 \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}}{g}$$

$$= -\frac{\sin^2 \alpha V_0^2}{2g} + \frac{\sin^2 \alpha V_0^2}{g}$$

$$z_A = \frac{\sin^2 \alpha V_0^2}{2g} \text{ est la hauteur maximale.}$$

Finalement A: $x_A = \frac{\sin \alpha \cos \alpha V_0^2}{g}$

$$z_A = \frac{\sin^2 \alpha V_0^2}{2g}$$



* Portée

La portée maximale est atteinte en B, lorsque l'objet touche le sol:

On cherche $z^B = 0$ tel que

$$-\frac{g}{2V_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha = 0$$

Il y a 2 solutions: $x = 0$ (position initiale)

$$-\frac{g}{2V_0^2 \cos^2 \alpha} x + \tan \alpha = 0$$

$$x_B = \tan \alpha \frac{2V_0^2 \cos^2 \alpha}{g} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \frac{2V_0^2 \cos^2 \alpha}{g}$$

$$x_B = \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha V_0^2}{g}$$

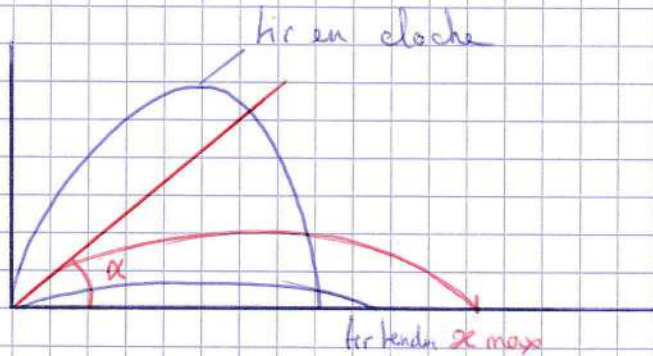
Rmq: $x_A = \frac{x_B}{2}$ normale vu la symétrie de la courbe

$$\star \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\text{dc } x_B = \frac{\sin 2\alpha V_0^2}{g}$$

Question Pour un V_0 donné, quel choix de α donne la + grde portée? MECANIQUE 3
 Pour obtenir x_B le + grd possible, il faut sin α le + grd possible
 Au maximum $\sin 2\alpha = 1$ pour $2\alpha = \frac{\pi}{2}$ Soit $\alpha = \frac{\pi}{4}$ (45°)

Schema



⊕

Calculer la vitesse ou dérive 1 fois
 l'accélération ou dérive la vitesse.

II Dynamique

1^{re} Loi de Newton: principe d'inertie

Dans un référentiel galiléen un système persévère de son mvt rectiligne uniforme ou de repos. ssi la somme des forces ext appliquées à ce système est nulle.

NB: Un système est isolé, si il est soumis à aucune force.
 pas isolé, si la somme des forces ext appliquées est nulle.

2^{ème} Loi de Newton: principe fondamental de la dynamique (PFD)

Dans un référentiel galiléen la somme (vectorielle) des forces ext appliquées à un système est égale au produit de sa m par le vecteur accélération (de son centre de masse G).

$$m \vec{a} = \sum \vec{F}_{ext}$$

3^{ème} Loi de Newton: principe d'action et de réact° (act° réciproque)

A et B sont 2 systèmes en interaction.
 La force exercée par A sur B (notée $\vec{F}_{A \rightarrow B}$) est opposée à la force exercée par B sur A.

$$\vec{F}_{A \rightarrow B} = -\vec{F}_{B \rightarrow A}$$

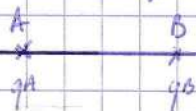
Reférentiel galiléen: référentiel $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

De lequel le 1^{er} principe s'applique.
 So la pratique c'est un référentiel considéré comme fixe, ou bien un référentiel en translation rectiligne uniforme par rapport à un référentiel galiléen.

Ex de forces 1) Force électrostatique

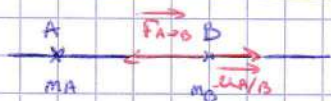
Charge: q_A et q_B $\vec{F}_{A \rightarrow B} = \frac{k q_A q_B}{\|\vec{AB}\|^2} \vec{u}_{AB}$

$\vec{u}_{AB}$



$\vec{u}_{AB}$ vecteur unitaire $\vec{AB}$ dans de A vers B.
 k constante physique dans le vide $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$
 ϵ_0 permittivité du vide
Rmq: $\vec{F}_{O \rightarrow A} = -\vec{F}_{A \rightarrow O}$

2) Force d'attraction



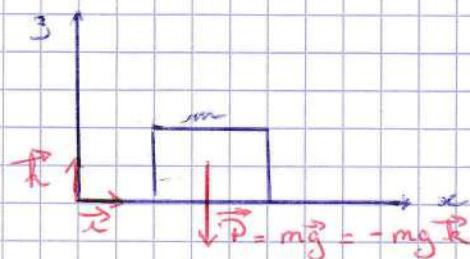
$$\vec{F}_{A \rightarrow B} = -G \frac{m_A m_B}{\|\vec{AB}\|^2} \vec{u}_{AB}$$

G constante universelle de gravitation.

3) Poids

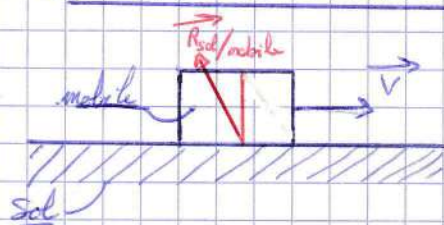
C'est l'attraction due à la Terre, à la surface de la Terre, la formule précédente devient:

$$\vec{P} = m\vec{g}$$



Rmq: $g = \frac{m_{\text{Terre}}}{R_{\text{Terre}}^2}$

4) Réaction d'une surface



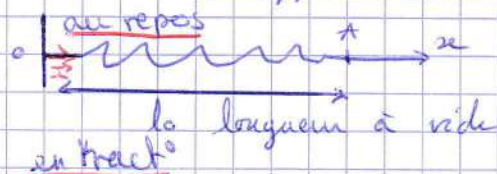
La réaction sd se décompose
 R_N composante normale à la surface (ici elle compense le poids)
 R_T composante tangentielle causée par le frottement

5) Réaction d'une surface sans frottement



$R_{sol \rightarrow mobile}$ est $\perp$ à la surface de contact.

6) Force de rappel exercée par un ressort



$$\vec{F} = 0$$



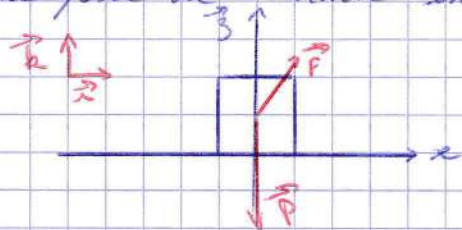
$$\vec{F} = -k(l - l_0)\vec{z}$$

la force de rappel
 k : constante de raideur du ressort
 $(l - l_0) = \Delta l$ allongement du ressort

En compression: $l - l_0 < 0$
 la force est de ce sens opposé

* Exemple d'utilisation

Un solide assimilé à une masse ponctuelle $m = 5 \text{ kg}$ glisse sans frottement sur un plan horizontal. Il est soumis à son poids ($g = 10 \text{ m.s}^{-2}$) et à une force de traction inclinée à 60° avec l'horizontal ($F = 20 \text{ N}$)



1- Bilan des forces ext

Poids: $\vec{P} = -mg\vec{k}$

Traction: $\vec{F}$ $\|\vec{F}\| = 20 \text{ N}$
inclinée à 60°

React° du sol: $\vec{R} \parallel \vec{k}$ (par le frottement)

2- 2^{ème} loi de Newton

$$m\vec{a} = \vec{P} + \vec{F} + \vec{R}$$

3- Projection sur x

$$ma = 0 + F \cos(60^\circ) + 0 \quad | \quad \vec{a} = a\vec{i} \text{ car mvt selon } \vec{i}$$

Donne des infos sur le mvt

l'accélération est donc :

$$a = \frac{F \cos(60^\circ)}{m} \quad \text{AN: } a = \frac{20 \times \frac{1}{2}}{5} = 2 \text{ m.s}^{-2}$$

Projection sur z

Donne des infos sur un effort inconnu

$$0 = -mg + F \sin(60^\circ) + R$$

$$\text{De } R = mg - F \sin(60^\circ)$$

$$\text{AN: } R = 5 \times 10 - 20 \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= 50 - 10\sqrt{3}$$

$$= 30,87 \text{ N}$$

Exercice Sup- Calculer grâce au PFD l'accélération des cas suivants : $m = 10 \text{ kg}$ $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$

1) $\|\vec{F}\| = 20 \text{ N}$ project° x: $ma = \|\vec{F}\| = F$ $a = \frac{F}{m} = \frac{20}{10} = 2 \text{ m.s}^{-2}$ $\|\vec{F}\| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{F_x^2} = |F_x|$ $F_x > 0$

2) $\|\vec{F}\| = 20 \text{ N}$ project° x: $ma = 0$ ($= F \cos 90^\circ$) $a = 0$

3) project° x: $ma = F \cos 30^\circ$ $a = \frac{F \cos(30^\circ)}{m} = \frac{20}{10} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$

4) project° x: $ma = -F \cos 30^\circ$ $a = -\sqrt{3}$

5) project° x: $ma = F \cos 120^\circ$ $a = -\sqrt{3}$

6) project° y: $ma = F \sin 60^\circ$ $a = \frac{F \sin 60^\circ}{m} = \frac{20}{10} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \text{ m.s}^{-2}$

7) project° x: $ma = -P \sin 30^\circ$
 $ma = -mg \sin 30^\circ$
 $a = -g \sin 30^\circ$
 $a = -10 \cdot \frac{1}{2} = -5 \text{ m.s}^{-2}$

Rappel sur le produit scalaire 2 vecteurs.

Soit 2 vecteurs $\vec{u} = \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix}$

Le produit scalaire de $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est un nbr (scalaire = nbr) donné par:

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = u_x v_x + u_y v_y + u_z v_z$$

Rmq si on travaille ds le plan.

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \end{pmatrix} \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{u} \cdot \vec{v} = u_x v_x + u_y v_y$$

Pro



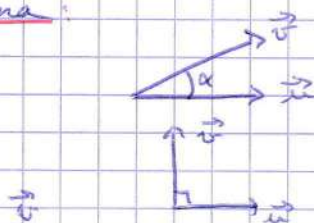
$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \cos \alpha$$

Rmq: si $\alpha = 90^\circ$, alors $\cos \alpha = 0$ dc $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$

Pro Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ 2 vecteurs non nuls.

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow \vec{u} \perp \vec{v}$$

Schema:



$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \cos \alpha > 0$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$



$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \cos \alpha < 0$$

Mécanique et Énergie

1) Travail d'une force

Une force exercée sur un point matériel peut lui communiquer de l'énergie: c'est le travail de cette force.



Déplacement $d\vec{r} = d\vec{r} \left(\frac{dx}{dy} \right)$ avec $\vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

Travail $dW = \vec{F} \cdot d\vec{r}$

Lorsque le point M se déplace de A à B, le travail de la force $\vec{F}$ est défini par:

$$W_{AB}(\vec{F}) = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

Cas particuliers



$$\vec{F} \cdot d\vec{r} = 0$$

la force ne travaille pas.



$\vec{F} \cdot d\vec{r} > 0$
la force fournit un travail moteur



$\vec{F} \cdot d\vec{r} < 0$
le travail est négatif
c'est un travail résistant

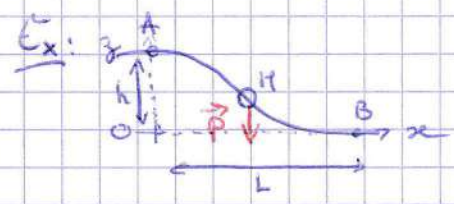
* Cas Particulier Important



Le calcul de $W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r}$ nécessite le calcul d'une intégrale le long d'une courbe (intégrale curviligne)

Lorsque la fonction $\vec{F}$ est constante le résultat s'obtient + facilement.

Lorsque $\vec{F} = \vec{C}_i$ c-à-d / direct ° de / sens constant / intensité constante
alors $W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{AB}$ ($\vec{F}$ scalaire $\vec{AB}$)



$\vec{AB} = \begin{pmatrix} L \\ -h \end{pmatrix}$ selon $\vec{x}, \vec{z}$
le poids: $\vec{P} = \begin{pmatrix} 0 \\ -mg \end{pmatrix}$

Le travail du poids $\vec{P}$ lors du déplacement de A à B est:

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = \vec{P} \cdot \vec{AB}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ -mg \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} L \\ -h \end{pmatrix} = 0 + mgh \quad [= 0 \times L + (-mg) \times (-h)]$$

Le travail utilisé pour aller de A à B n'a pas d'effet sur le vecteur du travail.

L'unité du Système International (S.I.) pour le travail est le joule [J]

* Énergie Cinétique

Pour un point matériel M l'énergie cinétique ne dépend que de sa masse et de sa vitesse

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \quad [J]$$

m : masse
 v : $\|\vec{v}\|$ module de la vitesse

* Théorème du Travail

Lorsque ^{un objet} une mobile se déplace d'un point A à un point B la variation d'énergie cinétique est égale au travail de toutes les forces extérieures.

$$E_{cB} - E_{cA} = \sum_{A \rightarrow B} W(\vec{F}_{ext})$$

Rpl lorsque $W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_{ext}) > 0 \Rightarrow$ TRAVAIL MOTEUR $E_c \nearrow$
 $W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_{ext}) < 0 \Rightarrow$ TRAVAIL RESISTANT $E_c \searrow$

Application : on reprend le dernier schéma

Avec : vitesse nulle en A

$$v_A = 0$$

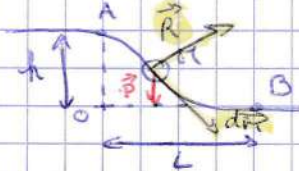
$$m = 30 \text{ kg}$$

$$g = 10 \text{ m.s}^{-2}$$

$$h = 20 \text{ m}$$

$$L = 1200 \text{ m}$$

Déterminer la vitesse en B.



Hyp : pas de frottement avec la surface

En l'absence de frottement, la réaction du sol $\vec{R}$ est $\perp$ au déplacement $d\vec{R}$
donc $\vec{R} \cdot d\vec{R} = 0$ $\vec{R}$ ne travaille pas

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{R}) = 0$$

Le théorème du travail s'écrit :

vitesse nulle en A

$$E_{CB} - E_A = W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) + W_{A \rightarrow B}(\vec{R})$$

$$\frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 = \vec{P} \cdot \vec{AB} + 0$$

$$\text{De } \frac{1}{2} m v_B^2 = \left(\begin{matrix} 0 \\ -mg \end{matrix} \right) \cdot \left(\begin{matrix} L \\ -h \end{matrix} \right)$$

$$\text{D'où } \frac{1}{2} m v_B^2 = 0 \times L + (-mg) \times (-h)$$

$$\frac{1}{2} m v_B^2 = mgh$$

$$v_B^2 = 2gh$$

$$v_B = \sqrt{2gh}$$

On trouve la formule classique de la chute libre $\left\{ \begin{matrix} v \parallel Ah!! \end{matrix} \right.$

AN

$$v_B = \sqrt{2 \times 10 \times 20}$$

$$= \sqrt{400}$$

$$= 20 \text{ m.s}^{-2}$$

Energie potentielle

L'énergie potentielle est de l'énergie qui peut potentiellement être utilisée

Certains objets sont associés à une "énergie potentielle" (on dit qu'ils "ont" une énergie potentielle) d'autres non.

Ex: a) Le poids est associé à l'énergie potentielle de pesanteur :



$$\vec{P} = -mg \vec{k}$$

$$E_p \text{ poids} = mgz (+Cte)$$

b) La force de rappel d'un ressort



Le ressort n'est pas déformé

la longueur à vide



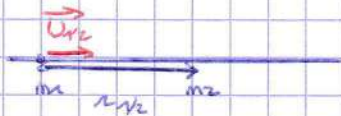
k = constante de raideur du ressort en N.m^{-1}
(caractéristique du ressort)

Cette force est associée à l'énergie potentielle élastique

$$E_p \text{ ressort} = \frac{1}{2} kx^2 (+Cte)$$

Rmq: Dans ce cas la force est dirigée vers le bas niveau d'énergie potentielle.
 Cette remarque est très générale, la force associée à une énergie potentielle est toujours dirigée vers une diminution de son énergie potentielle.

c) force d'attraction universelle



La force d'attraction exercée par m_1 sur m_2 :

$$\vec{F}_{1 \rightarrow 2} = G \frac{m_1 m_2}{r_{12}^2} \vec{u}_{12}$$

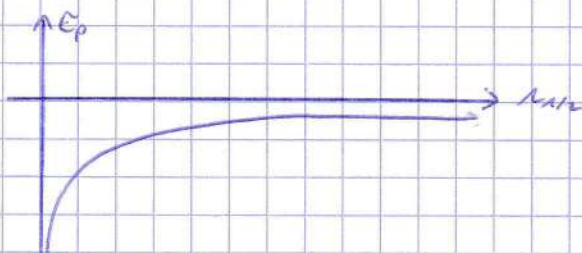
↓ attraction

Avec: masse m_1 et m_2
 G la Cte de gravitation universelle
 r_{12} la distance entre m_1 et m_2
 $\vec{u}_{12}$ le vecteur unitaire dirigé de m_1 et m_2

Cette force dérive de l'énergie potentielle de gravitation

$$E_p \text{ gravitation} = -G \frac{m_1 m_2}{r_{12}} + Cte$$

Allure du tracé avec $Cte = 0$



$E_p \text{ gravitation} \leq 0$ (→ Choix $Cte = 0$)

$E_p \nearrow$ lorsque $r_{12} \nearrow$

d) Les forces de frottement ne sont pas associées à une énergie potentielle. Ce sont des forces non conservatives. Le frottement convertit de l'énergie mécanique en énergie thermique.

Relation travail - énergie potentielle

Soit une force $\vec{F}$ associée à une énergie potentielle E_p .



Alors le travail de F est:

$$W_{A \rightarrow B}(F) = -(E_p(B) - E_p(A))$$

Il est opposé à la variation d'énergie potentielle

Ainsi lorsque $W_{A \rightarrow B}(F) > 0$, l'énergie potentielle diminue.

$W_{A \rightarrow B}(F) < 0$, $E_p \nearrow$ TRAVAIL RESISTANT

TRAVAIL
MOTEUR

Conservation de l'énergie mécanique

L'énergie mécanique est la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle. $E_m = E_c + E_p$

Conservation

Lorsque toutes les forces qui travaillent possèdent une E_p potentielle, E_m lors d'un déplacement $A \rightarrow B$ est conservée.

$$E_m(B) = E_m(A) \\ \text{cad } E_c(B) + E_p(B) = E_c(A) + E_p(A)$$

Dans ce cas, on dit que toutes les forces sont conservatives.

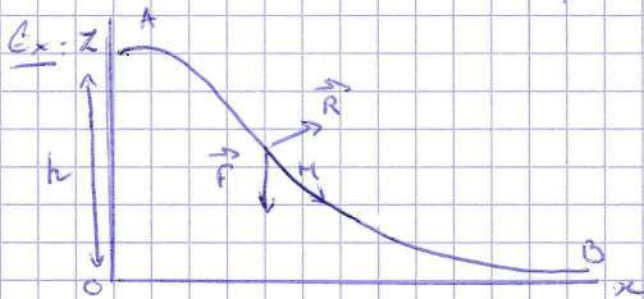
Si il existe une partie des forces qui n'est pas d'énergie potentielle, on peut encore écrire :

$$E_m(B) = E_m(A) + W_{A \rightarrow B} \text{ (force ss potentiel)} \\ \text{cad } E_c(B) + E_p(B) = E_c(A) + W_{A \rightarrow B} \text{ (force ss potentiel)}$$

Cela permet de traiter le cas mixte :

* une partie des forces n'a pas d'énergie potentielle de on calcule $W_{A \rightarrow B}$ de ces forces.

* l'autre partie des forces possède une E_p



H de masse m est soumise à :
- la réaction du sol glacieux : $\vec{R}$
- le poids $\vec{P} = -mg \vec{k}$
 $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$
 $h = 20 \text{ m}$

1) Préciser l'énergie méca en A

$$E_c(A) = 0$$

$$E_p(A) = mgh$$

$$\text{Donc } E_m(A) = 0 + mgh = mgh$$

2) Exprimer l'énergie méca en B

$$E_c(B) = \frac{1}{2} m v_B^2$$

$$E_p(B) = 0 \quad (z_B = 0)$$

$$\text{Donc } E_m(B) = \frac{1}{2} m v_B^2 + 0$$

3) Déterminer v_B

La seule force qui travaille est le poids, elle est conservative, de l'énergie méca se conserve :

$$E_m(B) = E_m(A)$$

$$\frac{1}{2} m v_B^2 = mgh$$

$$v_B = \sqrt{2gh}$$

$$\text{AN: } v_B = \sqrt{2 \times 10 \times 20} =$$

$$= 20 \text{ m.s}^{-1}$$

On retrouve le même résultat qu'avec le théorème du travail, mais le calcul est + simple.