

I. Introduction

1) Définition

- C'est une ondulat° (variat° d'une certaine forme)
- C'est une variat° d'une entité physique d'une certaine forme
- Une onde est dite harmonique, si elle se répète identique à elle-même

ex: onde sinusoïdale

2) Différente natures d'ondes

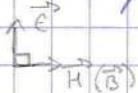
Ondes mécaniques

Produit par l'oscillation d'un corps - ex: oscillation de ressort, pendule

Ondes électromagnétiques

Produit par l'oscillation du champ électromagnétique (E, H)

ex: radar, ondes radio, ondes lumineuses



3) Création d'une onde et forme

Création

L'onde est créée par un OSCILLATEUR, qui fait osciller l'entité physique:

- exemple:
- oscillation d'un ressort
 - circuit L-C (bobine, condensateur)
 - laser - Hase
 - magnétron

Forme de l'onde

- * Onde stationnaire: demeure sur le plan où elle est créée
- * Onde progressive: se déplace dans l'espace (direct° de propagat°)
- ** Onde plane: front d'onde plan (progressive, alors le front d'onde est plan)
- ** Onde sphérique: le front d'onde est une sphère
- *** Onde longitudinale: oscillation dans le sens de propagation
- Onde transversale: oscillation perpendiculaire (normale) au sens de propagat°

4) Onde harmonique

Théorème de Fourier

Tout phénomène harmonique (périodique) est constitué d'onde sinusoïdale

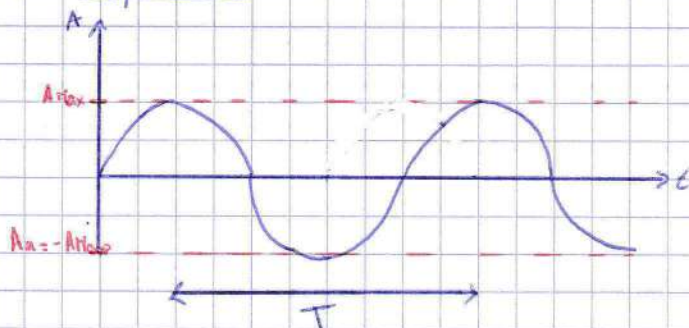
Onde sinusoïdale

est l'élément de base de tt phénomène harmonique

5) Onde sinusoïdale progressive

Forme temporelle

Amplitude

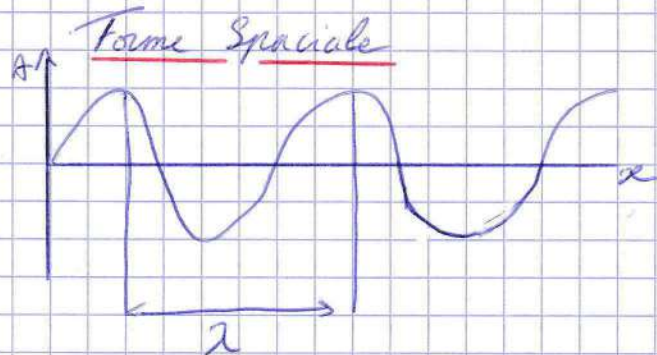


- Rmq:
- Amplitude maximale (minimale) = "Amplitude Amax"
 - Temps d'un cycle complet = "Période temporelle", périodique
 - à $t=0$, l'amplitude peut être $\neq 0$

On définit le nbr de cycle par seconde (unité de f)

$$f = \frac{1}{T} \text{ (fréquence)}$$

T: en seconde
f: en Hertz



On définit le nbr de cycle par mètre (vitesse spatiale)

$$k = \frac{1}{\lambda}$$

λ : longueur d'onde (m)
 k : (cycle/m) (Hz)
 nbr d'onde par mètre
 "fréquence"
 "nbr d'onde"

Double périodicité

Dans une onde progressive se propageant ds un milieu homogène ($c = \text{constante}$)
 (c : célérité ou "vitesse")

Rmq: Dans une onde, il y a propagation d'énergie, mais pas de matière.
 (D'où l'usage de célérité au lieu de vitesse)

★ Relation importante

$$f = \frac{1}{T} \quad T(\text{s}) \quad f(\text{Hz})$$

$$\lambda = c \cdot T = \frac{c}{f} \quad c: \text{constante } c(\text{m/s}) \quad T(\text{s}) \quad \lambda(\text{m})$$

$$k = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{cT} = \frac{f}{c} \quad k(\text{m}^{-1})$$

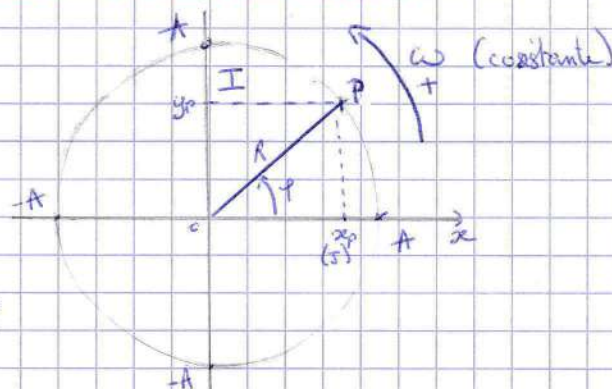
λ dépend de la célérité de l'onde ds le milieu.

Phase

φ : angle en (rad)

$\omega = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t}$ vitesse angulaire (rad/s)

$$\varphi = \omega t$$



Lorsque P décrit le cercle de rayon R
 I oscille autour de O.

$$\sin \varphi = \frac{OP}{R} = \frac{y_p}{R} = \frac{y_p}{A}$$

$$\Rightarrow y_p = A \sin \varphi \quad \text{on pose } y_p = y \text{ (amplitude I)}$$

$$\Rightarrow y = A \sin \varphi \quad A: \text{amplitude max} \\ \varphi: \text{phase temporelle (rad)}$$

$$\varphi = \omega \cdot t$$

$$y = A \sin(\omega t)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

$$y = A \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right) = A \sin 2\pi f t$$

Rmq: Si on a une phase à l'origine des tps
 (en angle) φ_0 , alors la forme devient

$$y = A \sin\left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_0\right) = A \sin(2\pi f t + \varphi_0)$$

φ_0 : phase à l'origine des tps ou tout
 simplement phase (rad)

Forme mathématique d'une onde progressive

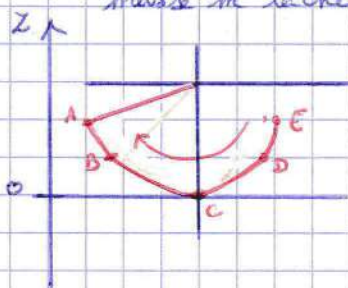
$$y = \sin A \left(\frac{2\pi}{T} t - \frac{2\pi}{\lambda} x + \varphi_0 \right)$$

↑
retard

II Système oscillants

1) Pendule simple

Un pendule simple est constitué d'une masse m de très petite taille oscillant à une distance ℓ de l'axe.
masse m lâchée en A.



A	$V_A = 0$ $E_{CA} = 0$ $E_{PA} = mgz_A$	B	$V_B \neq 0$ $E_{CB} \neq 0$ $E_{PB} \neq 0$	C	$V_C \neq 0$ $E_{CC} \neq 0$ $E_{PC} = 0$	D	$V_D \neq 0$ $E_{CD} \neq 0$ $E_{PD} \neq 0$
E	$V_E = 0$ $E_{CE} = 0$ $E_{PE} = mgz_E$						

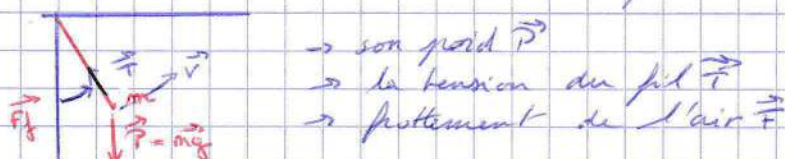
Une oscillation est un aller retour (ici $A \rightarrow E \rightarrow A$)
Ce mvt a lieu autour de la position d'équilibre (ici C)
C'est une oscillation mécanique.

L'écart à l'équilibre est mesurée par l'angle σ entre le fil et la position d'équilibre; c'est l'abscisse angulaire en radians.

L'amplitude max est l'angle max atteint par le pendule.

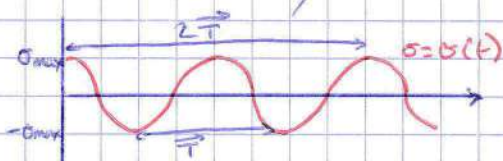
Régime d'oscillation

Le pendule est soumis à 3 forces.



On distingue 3 types d'oscillation;

* oscillation périodique si les forces de frottement sont négligeables

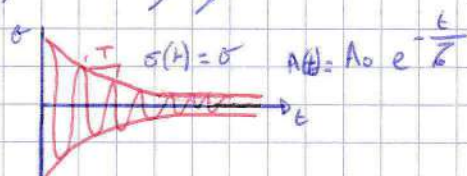


$$\text{Période } T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

ℓ longueur du fil
 $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

lorsque les oscillations sont petites $\sigma \ll 1$

* oscillation pseudo périodique si les forces de frottement ne sont pas négligeables (mais qu'elles restent petites)



Dans ce cas T est pseudo périodique
on peut parler d'oscillations amorties.

* oscillation aperiodique si la force de frottement est très importante



2) Résultat sur les équations différentielles linéaires, du 2nd ordre, sans 2nd membre :

- linéaire : contient y, y', y'' pas $y^2, e^{yt}, (y')^4$
- 2nd ordre : contient y''

Elles s'écrivent sous la forme : $(E) ay'' + by' + cy = 0$

$a \neq 0$
pas de 2nd membre

où $y = y(t)$ est l'inconnue

On écrit l'équation caractéristique : $(E) ar^2 + br + c = 0$

Discriminant : $\Delta = b^2 - 4ac$

1^{er} cas : $\Delta > 0$

2 solutions : $r_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ $r_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$

Solution générale (E) : $y(t) = Ae^{r_1 t} + Be^{r_2 t}$

$(A, B \in \mathbb{R})$

2^{ème} cas : $\Delta = 0$

1 solution : $r = \frac{-b}{2a}$

Solution générale (E) : $y(t) = (At + B)e^{rt}$

3^{ème} cas : $\Delta < 0$

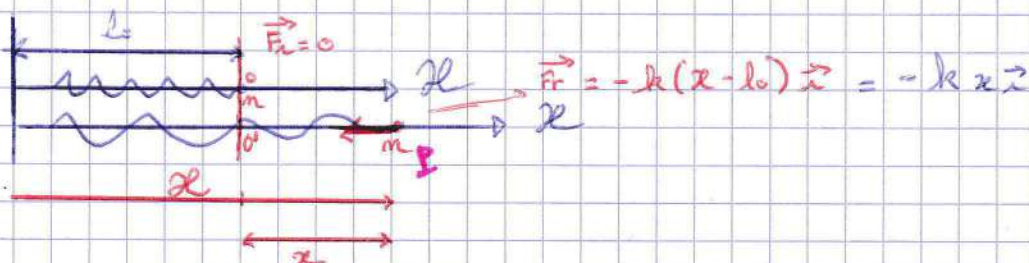
2 solutions complexes conjuguées : $r_1 = \frac{-b - i\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{\lambda - i\omega}{2a}$ $r_2 = \frac{-b + i\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{\lambda + i\omega}{2a}$

Solution générale (E) : $y(t) = (A \cos \omega t + B \sin \omega t) e^{\lambda t}$

$\omega = \frac{\sqrt{-\Delta}}{2a}$ $\lambda = \frac{-b}{2a}$ $-\Delta > 0$

3) Système masse - ressort

Une masse m glisse sans frottement horizontale le long de l'axe $(O, \vec{x})$. Elle est accrochée à un ressort * de longueur à vide $l_0(m)$ et * de constante de raideur k ($N \cdot m^{-1}$)



Finalement la force de rappel du ressort est =

$$\vec{F}_r = -kx\vec{i}$$

où x est mesurée à partir de la position
 $x > 0$ le ressort s'allonge
 $x < 0$ le ressort est contracté

Ainsi si la masse m est lâchée à partir de la position $x = x_m$

- elle repasse par O' avec une certaine vitesse
- elle continue vers la gauche jusqu'à $x = -x_m$
- puis elle retourne vers O'
- etc...

La masse m oscille autour de sa position d'équilibre O' .

mise en équation:

2^{ème} Loi de Newton pour la masse m :

$$m\vec{a} = \sum \vec{F}_{ext}$$

$$\text{à l'axe } \vec{i}: m x'' = -kx$$

avec $\vec{OP} = x\vec{i}$
 $\vec{v}(P) = x'\vec{i}$
 $\vec{a} = x''\vec{i}$

$$mx'' + kx = 0$$

c'est l'équation différentielle du mvt.

Rmq elle est de la forme $ax'' + bx' + cx = a$

avec $\begin{cases} a = m \\ b = 0 \\ c = k \end{cases}$

$$(\Delta) = mx'' + kx = 0 \quad \Delta = 0 - 4mk < 0 \quad \alpha = \frac{0 - i\sqrt{4mk}}{2m}$$

$$\alpha = \frac{-0 - i\sqrt{4mk}}{2m} = -i\sqrt{\frac{4mk}{4m^2}} = -i\sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\alpha = i\sqrt{\frac{k}{m}}$$

Solution générale: $x(t) = (A \cos \omega t + B \sin \omega t) e^{\alpha t}$

avec $\begin{cases} \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \\ \alpha = 0 \end{cases}$

Finalement: $x(t) = (A \cos \omega t + B \sin \omega t) e^{\alpha t}$ $A, B = \text{cte}$

* $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ est la pulsation

On peut écrire $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$

f : fréquence Hz T : période s

$$x(t) = x_m \cos\left(\frac{2\pi t}{T} + \varphi\right)$$

x_m amplitude
 φ déphasage

* Cas avec frottement fluide

Aux forces précédentes s'ajoute une force de frottement fluide proportionnelle à la vitesse

$$\vec{f}_f = -\lambda \vec{v}$$

Ds ce cas l'équation différentielle du mvb devient :

$$m x'' - \lambda x' + kx = 0$$

1er cas $\Delta > 0$ $\lambda^2 > 4mk$ frottements forts

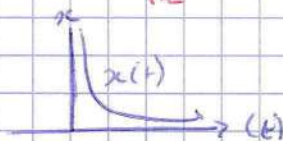
$$r_1 = \frac{\lambda - \sqrt{\lambda^2 - 4mk}}{2m} < 0$$

$$r_2 = \frac{\lambda + \sqrt{\lambda^2 - 4mk}}{2m} < 0$$

$$x(t) = A e^{-\frac{\lambda}{2m}t} + B e^{-\frac{\lambda}{2m}t}$$

$$\begin{aligned} \tau_1 &= \frac{1}{\alpha} = \frac{2m}{\lambda - \sqrt{\lambda^2 - 4mk}} \\ \tau_2 &= \frac{1}{\alpha} \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{tps} \\ \text{caractéristique} \\ \text{d'atténuation} \end{array} \right\}$$

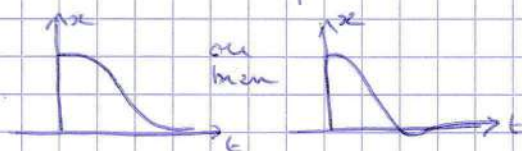
Le régime est aperiodique - il n'y a aucune oscillation -



2eme cas $\Delta = 0$

1 solut: $r = -\frac{\lambda}{m}$ $x(t) = (A + Bt) e^{-\frac{\lambda}{m}t}$

Le mvb est aperiodique c'est le cas critique pour 1 fois sur l'axe



3eme cas $\Delta < 0$

$(\lambda^2 < 4mk)$ Les solutions complexes conjuguées :

$$r_1 = \frac{-\lambda - i\sqrt{4mk - \lambda^2}}{2m}$$

$$r_2 = \frac{-\lambda + i\sqrt{4mk - \lambda^2}}{2m}$$

$$x(t) = (A \cos \omega t + B \sin \omega t) e^{-\alpha t}$$

amplitude décroît au cours du tps

ω : pseudo pulsation de l'oscillateur $\omega = \frac{\sqrt{4mk - \lambda^2}}{2m}$

$$\alpha = \frac{\lambda}{2m} \rightarrow R(m)$$

T: pseudo-période de l'oscillateur $T = \frac{2\pi}{\omega}$

f: pseudo fréquence de l'oscillateur $f = \frac{1}{T}$

Enfin $\tau = \frac{1}{\alpha}$ tps caractéristique d'amortissement

$$x(t) = X_m \cos(\omega t + \varphi) e^{-\alpha t}$$

X_m amplitude φ déphasage

$$x(t) = \underbrace{X_m \cos(\omega t + \varphi)}_{\text{périodique}} \underbrace{e^{-\frac{t}{\tau}}}_{\text{décroissante}}$$

mouvement est pseudo périodique

Famille Système oscillants

Vérification: par rapport à la courbe précédent le $\hat{m}$ mvt se produit linéairement + tard (il y a $t_0 = 1$ seconde de décalage)

$$\text{de } X_m \cos(\omega t_0 + \varphi) = X_m \cos(0)$$

$$\omega t_0 + \varphi = 0$$

$$\varphi = -\omega t_0$$

$$\varphi = -\frac{2\pi}{T_0} t_0$$

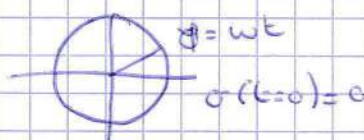
$$T_0 = 4s$$

$$t_0 = 1s$$

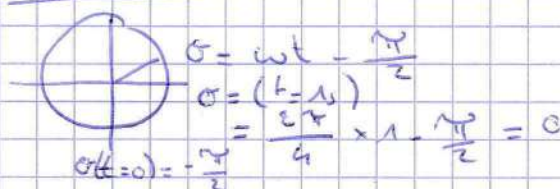
$$\varphi = -\frac{2\pi}{4} \times 1 = -\frac{\pi}{2}$$

Interprétation

Courbe 1



Courbe 2



Initialement

$$x(t=0) = 0 \leftarrow \text{sur graph}$$

$$x'(t=0) \neq 0 \leftarrow \text{d'après graph}$$

$$x'(t) = \omega_0 X_m \cos(\omega_0 t)$$

$$\text{de } x'(t=0) = \omega_0 X_m \underbrace{\cos(0)}_{=1}$$

$$x'(t=0) = \omega_0 X_m$$

$$\underline{\text{AN}} \quad x'(t=0) = \frac{2\pi}{T_0} \times X_m$$

$$= \frac{2\pi}{4} \times (4,5 \times 10^{-2})$$

$$x'(t=0) = \frac{2,25\pi}{100} \text{ m.s}^{-1}$$

De même l'accélération

4) Énergie dans le cas sans frottement

Position: $x(t) = X_m \cos(\omega t + \varphi)$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Vitesse: $\dot{x}(t) = -\omega X_m \sin(\omega t + \varphi)$

Énergie potentielle élastique: $E_p = \frac{1}{2} k x^2$

donc $E_p(t) = \frac{1}{2} k [X_m \cos(\omega t + \varphi)]^2$

$$E_p(t) = \frac{1}{2} k X_m^2 \cos^2(\omega t + \varphi)$$

L'énergie potentielle dépend du temps

Énergie cinétique $E_c = \frac{1}{2} m v^2$

$$E_c = \frac{1}{2} m \dot{x}(t)^2$$

donc $E_c(t) = \frac{1}{2} m [-\omega X_m \sin(\omega t + \varphi)]^2$

$$= \frac{1}{2} m \omega^2 X_m^2 \sin^2(\omega t + \varphi)$$

L'énergie cinétique dépend du temps

Énergie mécanique $E_m = E_c + E_p$

$$E_m = \frac{1}{2} m \omega^2 X_m^2 \sin^2(\omega t + \varphi) + \frac{1}{2} k X_m^2 \cos^2(\omega t + \varphi)$$

$$= \frac{1}{2} m \frac{k}{m} X_m^2 \sin^2(\omega t + \varphi) + \frac{1}{2} k X_m^2 \cos^2(\omega t + \varphi)$$

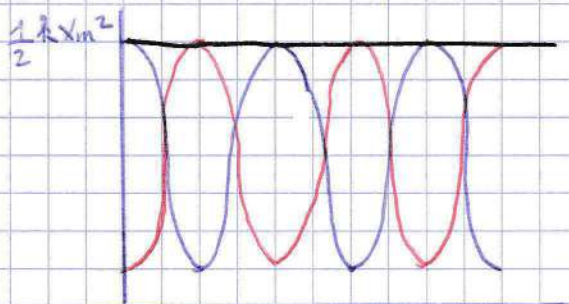
$$= \frac{1}{2} k X_m^2 (\sin^2(\omega t + \varphi) + \cos^2(\omega t + \varphi))$$

$= 1$

$$E_m = \frac{1}{2} k X_m^2$$

L'énergie mécanique ne dépend pas du temps.

Tracé ds le cas où la masse est lâchée en $x = X_m$ à $t = 0$
de $\varphi = 0$



énergie mécanique
~~énergie potentielle~~

énergie cinétique

III propagation d'ondes

1) Propagation de une direction

* Onde le long d'une corde

⇒ On agite une extrémité (à $x=0$) de la corde, le signal crée se propage le long de la corde. On suppose qu'il n'y a pas de réflexion à l'autre extrémité:

à l'instant t :



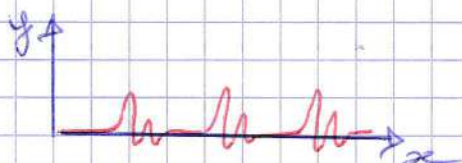
longitudinale $\neq$ transversale
progression $\neq$ stationnaire
périodique
sinusoidal

L'onde est:

- transversale car le mouvement d'un point de la corde ($\parallel$ à y) est $\perp$ à la direction de propagation ($\parallel$ à x)
- progressive au cours du tps l'onde se déplace (vers la droite)
- non périodique: il n'y a pas de motif répété périodique
- non sinusoidal (car non périodique)

⇒ ~~De~~ les mêmes conditions, on agite maintenant l'extrémité (à $x=0$) de manière périodique de le tps:

à l'instant t :



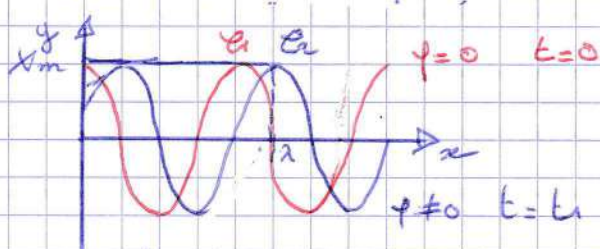
L'onde est transversale, progressive et

- périodique: il y a bien un motif répété périodique
- non sinusoidal le tracé de la corde n'est ni un sinus ni un cosinus.

⇒ ~~De~~ les mêmes conditions, l'extrémité ($x=0$) est agitée de manière sinusoidal de le tps.

$$y(x=0, t) = X_m \cos(\omega t + \varphi)$$

à l'instant t :



$$\omega t = 2\pi \quad f = \frac{2\pi}{T}$$

ω = pulsation rad.s^{-1}
 f = fréquence Hz ou s^{-1}
 T = période en s

$$\varphi \neq 0 \quad t = t_1 \quad y(x, t_1) = X_m \cos(\omega t_1 - kx)$$

E : représente la corde à $t=0$
 E_1 : représente la corde à $t=t_1 > 0$, (légèrement + tard) l'onde s'est déplacée vers la droite.

L'onde est transversale, progressive, périodique et sinusoidale.

Caractéristique de l'onde: $y(x, t) = X_m \cos(\omega t - kx + \varphi)$

X_m amplitude de l'onde

φ déphasage

$\omega = 2\pi f$ où f est la fréquence

k nbr d'onde ($\text{rad} \cdot \text{m}^{-1}$ ou m^{-1})

λ la longueur d'onde ou longueur d'une période [m]
c'est la période spatiale.

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

célérité c

question: au bout de combien de tps le point A passe par un max à nouveau?

réponse: T une période s'est déplacée vers la droite de la distance λ .

La vitesse de propagation est la distance parcourue $= \frac{\lambda}{T}$

$$c = \frac{\lambda}{T}$$

c : célérité [$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$]

λ : longueur d'onde [m]

T : période [s]

Relation de dispersion

$$\lambda = cT \quad T = \frac{\lambda}{c}$$

Lorsque $c = \text{cte}$ le milieu n'est pas dispersif.

Rem. $T = \frac{1}{f}$ dépend de la fréquence de la source

c la vitesse de propagation est caractéristique du milieu
 λ dépend de c et T .

Suite III Propagation d'ondes

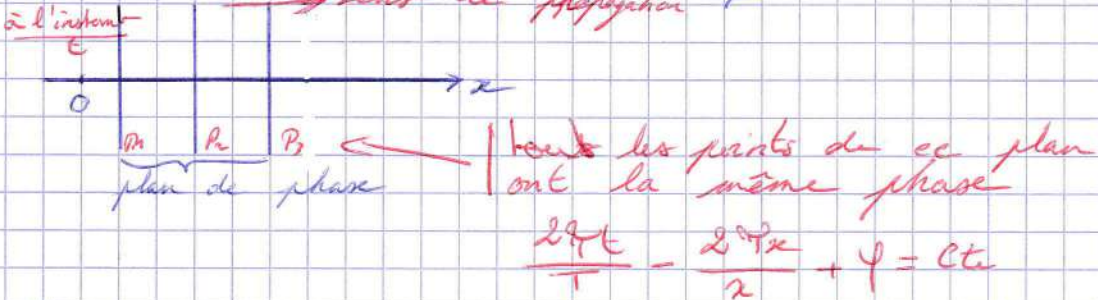
d) En acoustique

a) onde acoustique plane

Schemma $x(t) = a \cos(\omega t - kx + \varphi)$
 ou bien $x(t) = A \cos(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda})$

ou bien $x(t) = A \cos(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda})$

à l'instant $\rightarrow$ sens de propagation 2



Con α si ha una onda plane progressive, longitudinal periodica sinusoidale.

Longitudinale: le mvt à lieu (ds la direction z) ds le sens de propagation.

Caractéristique commune aux ondes mécaniques qui se propagent dans un gaz ou un liquide

A l'interface de 2 fluides (à la surface de l'eau).
longitudinale.

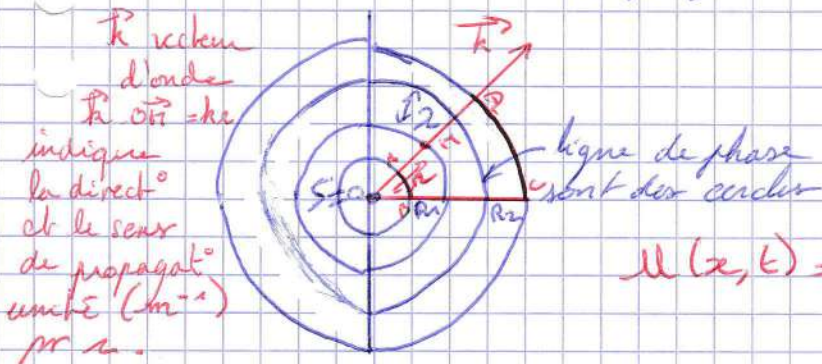
Les ondes mécaniques dans un solide peuvent être longitudinales ou transversales (ex: ondes sismiques)

L'énergie (moyenne sur une période) est proportionnelle au carré de l'amplitude.

Elle reste constante au cours de la propagation selon x .

b) Endes circulaire

ex: source de vibration est placée en S, une onde circulaire se propage à la surface de l'eau.



On a ici une onde circulaire non longitudinale, progressive périodique et sinusoïdale par rapport au tps.

$$u(x,t) = A(x) \cos(\omega t - kx + \dots)$$

Ray r est la distance entre un point r et l'origine o ,
de n les points situés à la même distance de o , forment
l'onde en m tps. Tous les points d'un même cercle

Rmg si on avait $A(x) = Ct$ alors la densité d'énergie est inhomogène sur une période et proportionnelle à A^2 serait constante, et l'arc CD aurait + d'énergie que l'arc AB : AB SURDE.

Conclusion $A(x)$ est une fonction décroissante de x .

L'amplitude de l'onde décroît lors de la propagation sans pour autant qu'il y ait de perte d'énergie notable diminution de l'amplitude

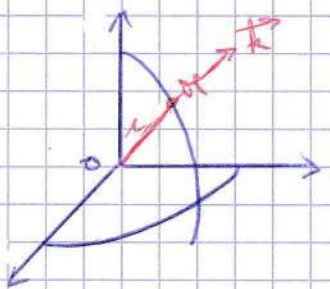
Tracé à un instant t



L'onde reste périodique en t et x .
L'onde est pseudo périodique en x .

c) Ondes ^{acoustiques} sphériques

Une source sonore S est placée en O .



$$r = |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

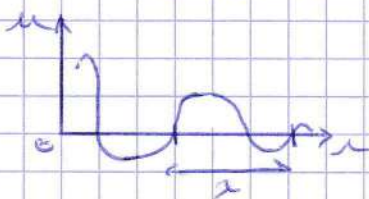
Le déplacement de r lors du passage de l'onde est très petit :

$$u(r, t) = \frac{A}{r} \cos(\omega t - kr + \varphi)$$

Rmq À un instant t , l'expression ne dépend que de r , les points situés à la même distance de O ont la même valeur de u : ils sont en phase ; les surfaces de phase sont des sphères : on parle d'ondes sphériques.

Rmq d'amplitude $\frac{A}{r}$ décroît en $\frac{1}{r}$. De l'énergie proportionnelle sur 1 période à la surface d'une sphère ($4\pi r^2$) croît en r^2 . $\frac{A^2}{r^2}$ décroît en $\frac{1}{r^2}$. Le produit des deux est constant de π les sphères centrées sur O sont traversées par la même énergie.

Tracé à l'instant t

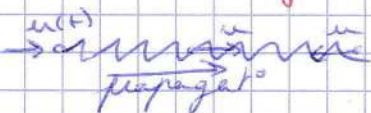


L'onde est périodique sinusoidale par rapport au temps.

L'onde est pseudo périodique en espace.

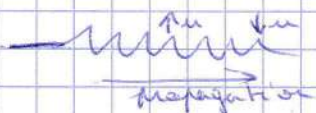
Résumé : ici l'onde est progressive, longitudinale, périodique sinusoidale par rapport au t , pseudo périodique en espace et sphérique.

Onde longitudinale



déplacement $\vec{u}$ parallèle à la direct° de propagat° ($\vec{u} \parallel \vec{k}$)

Onde transversale



déplacement $\vec{u} \perp$ direct° de propagat° ($\vec{u} \perp \vec{k}$)

Systèmes oscillants

Fiche résumé à compléter

Système masse ressort non amorti (sans frottement)

Equation différentielle : $m x'' + k x = 0$

Solution générale :

$$x(t) = A \cos(\omega_0 t) + B \sin(\omega_0 t) \quad A, B = \text{Ctes}$$

$$x(t) = X_m \cos(\omega_0 t + \phi) \quad X_m, \phi = \text{Ctes}$$

$$x(t) = X_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \phi\right)$$

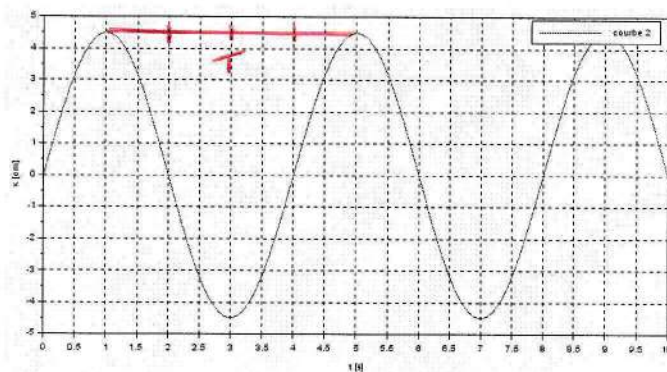
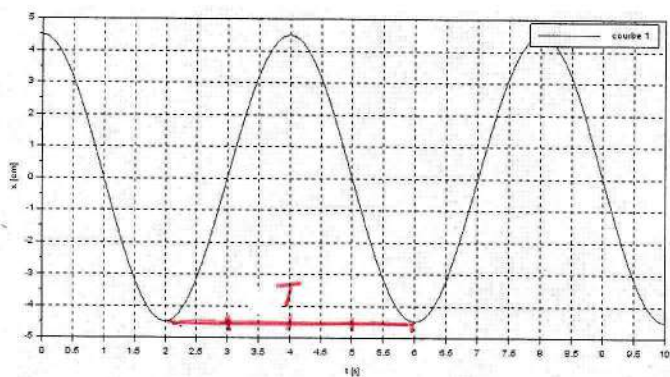
Caractéristiques

ω_0 pulsation propre de l'oscillateur : $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

T_0 période propre de l'oscillateur : $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$

f_0 fréquence propre de l'oscillateur : $f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{\omega_0}{2\pi}$

Allure du mouvement



Caractéristiques du mouvement :

Sur les deux courbes le mouvement est : (*) *périodique*

Pour la courbe (1) :

$T_0 = 4 \text{ s} \rightarrow$ sur ligne

$X_m = 4,5 \text{ cm}$

$\phi = 0 \text{ rad} \rightarrow$ correspondance au tracé du $\cos(\omega t)$ (position initiale)

Initialement $x(t=0) = 4,5 \text{ cm} = X_m$
 $x'(t=0) = 0 \text{ cm/s}$

Donc la masse est : (**) *lâchée*

la vitesse initiale est nulle

Pour la courbe (2) : $x(t) = X_m \sin(\omega t)$
 $= X_m \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$

$T_0 = 4 \text{ s}$

$X_m = 4,5 \text{ cm}$

$\phi = -\frac{\pi}{2}$

Initialement $x(t=0) = 0 \text{ cm}$

$x'(t=0) \neq 0 \text{ cm/s}$

Donc la masse est : (**) *lâchée*

(*) : périodique, pseudo périodique, apériodique critique, apériodique.

(**) : lancée, lâchée.

Vérification : par rapport à la courbe précédent le m. mvt se produit légèrement

Système masse ressort amorti (avec frottements fluides)

Equation différentielle : $m x'' + \lambda x' + k x = 0$

Discriminant : $\Delta = \lambda^2 - 4mk$

Solution générale :

1^{er} cas $\Delta = \lambda^2 - 4mk > 0$

$$x(t) = A e^{r_1 t} + B e^{r_2 t} \quad A, B = \text{Ctes}$$

$$x(t) = A e^{-\frac{t}{\tau_1}} + B e^{-\frac{t}{\tau_2}}$$

Caractéristiques

$\lambda^2 > 4mk$: amortissement fort

$$r_1 = \frac{-\lambda - \sqrt{\lambda^2 - 4mk}}{2m} < 0; \text{ et } r_2 = \frac{-\lambda + \sqrt{\lambda^2 - 4mk}}{2m} < 0$$

$$\tau_1 = -\frac{1}{r_1}; \quad \tau_2 = -\frac{1}{r_2} \text{ temps caractéristiques d'amortissement}$$

2ème cas $\Delta = \lambda^2 - 4mk = 0$

$$x(t) = (A + B t) e^{r t} \quad A, B = \text{Ctes}$$

$$x(t) = (A + B t) e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$\lambda^2 = 4mk$: amortissement critique

$$r = \frac{-\lambda}{2m} < 0$$

$$\tau = -\frac{1}{r} \text{ temps caractéristique d'amortissement}$$

3ème cas $\Delta = \lambda^2 - 4mk < 0$

$$x(t) = (A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t)) e^{-\alpha t} \quad A, B = \text{Ctes}$$

$$x(t) = X_m \cos(\omega t + \phi) e^{-\alpha t} \quad X_m, \phi = \text{Ctes}$$

$$x(t) = X_m \cos(\omega t + \phi) e^{-\frac{t}{\tau}} \quad X_m, \phi = \text{Ctes}$$

$\lambda^2 < 4mk$: amortissement faible

$$\omega \text{ pseudo pulsation de l'oscillateur : } \omega = \frac{\sqrt{4mk - \lambda^2}}{2m}$$

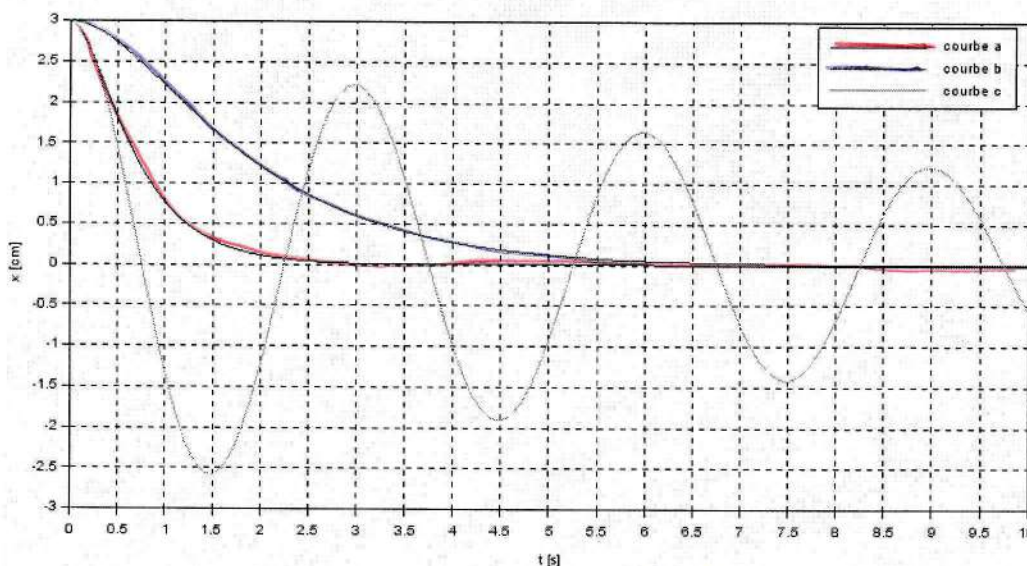
$$T \text{ pseudo période de l'oscillateur : } T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$f \text{ pseudo fréquence de l'oscillateur : } f = \frac{1}{T}$$

$$\alpha = \frac{\lambda}{2m} > 0$$

$$\tau = \frac{1}{\alpha} \text{ temps caractéristique d'amortissement}$$

Allure du mouvement



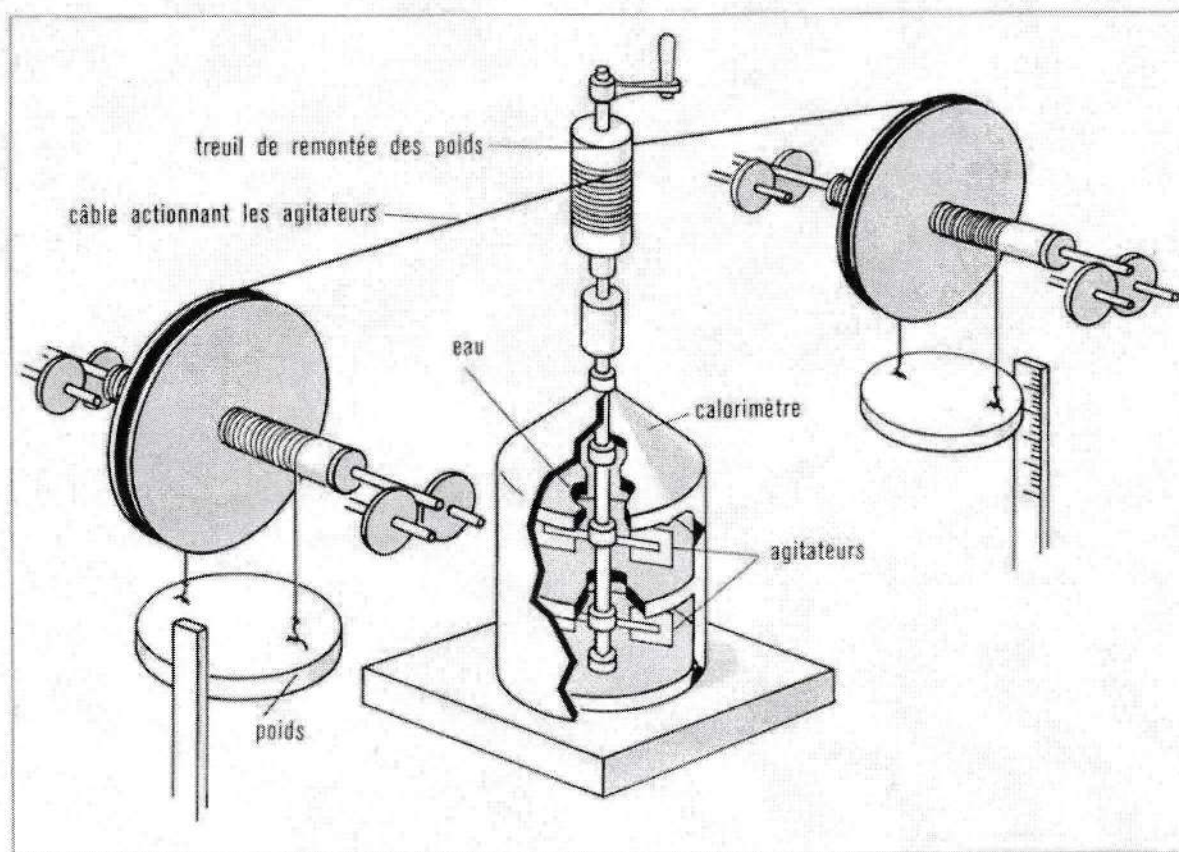
Sur la courbe (a) le mouvement est : (*) ... *apériodique* ...

Sur la courbe (b) le mouvement est : (*) ... *apériodique critique (pas très visible)* ...

Sur la courbe (c) le mouvement est : (*) ... *pseudo-périodique* ...

Sur les 3 courbes, initialement la masse est : (**) ... *lâchée* ...

Schéma de l'expérience de Joule.



Données : * chaque masse vaut $m_1 = m_2 = 25 \text{ kg}$
 * initialement elles sont à la hauteur $H_i = 2 \text{ m}$
 * finale elles sont à la hauteur $H_f = 0 \text{ m}$ } dénivellé $H = 2 \text{ m}$
 * la masse d'eau est $m_e = 1 \text{ kg}$
 * la température initiale $T_i = 20^\circ \text{C}$

a) Faire un bilan d'énergie

b) En déduire la variation de température ΔT , puis la température finale T_f

c) Quels sont les énergies négligées ?

Bilan d'énergie

$$E_{p_i} + U_i = E_{p_f} + U_f$$

$$\Delta U = U_f - U_i = E_{p_i} - E_{p_f}$$

$$\Delta U = \Delta E_p$$

$$\Delta E_p = m g H \times 2$$

$$= 25 \times 10 \times 2 \times 2$$

$$= 1000 \text{ J}$$

Rmq les frottements de l'eau ont permis de produire de la chaleur de l'eau.

b) $Q = cm \Delta T$ $\Delta T = \frac{Q}{cm}$ ANNE $\frac{1000}{4186} = 0,24^\circ \text{C}$

$$T_f = 0,24^\circ \text{C}$$

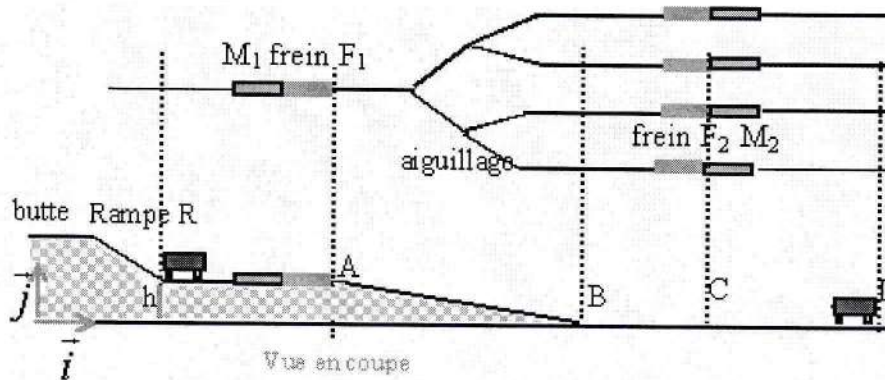
c) frottement (air)

Le ralentissement causé par les agitateurs est tel que l'énergie cinétique des masses m_1 et m_2 sont très faible négligeable

Exercice : gare de triage

Dans tout le problème le wagon est assimilé à un point matériel, et on prend $g = 9,80 \text{ m/s}^2$.

Dans une gare de triage, les wagons sont séparés au sommet d'une butte. Ils descendent un à un la rampe R et ils sont ensuite aiguillés vers une voie de garage où ils devront arriver au contact d'autres wagons pour former un nouveau train. Cette opération, appelée le "tir au but" par les professionnels, utilise des freins de voie F1 et F2.



$h = 1\text{m}$ est la dénivellation entre les points A et B.

La rampe située à l'amont du point A permet de donner au wagon une vitesse importante, cette vitesse est ensuite réduite une première fois par le dispositif de mesure et de frein ($M1, F1$).

La vitesse peut à nouveau être réduite par le dispositif de mesure et de frein ($M2, F2$). Sauf indication contraire, ce frein est désactivé.

1) Etude sans frottement

Pour cette question on néglige tous les frottements.

Le wagon sort du premier système de freinage avec la vitesse $v_A = 8\text{m/s}$.

Déterminer v_D , sa vitesse d'arrivée en D.

2) Etude avec frottement

Les roues du wagon présentent une résistance au roulement de sorte que de l'énergie mécanique est perdue. On admet que le nouveau bilan d'énergie s'écrit :

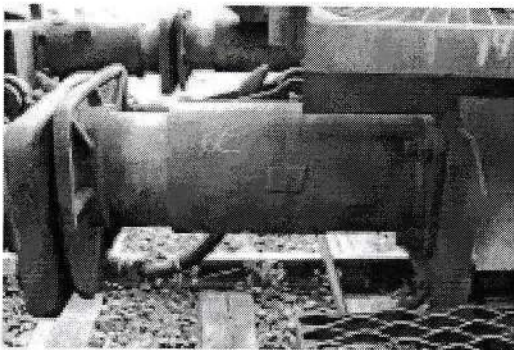
$$\text{Energie mécanique finale} = \text{Energie mécanique initiale} + W_L$$

Avec : $W_L = -r mL$ où : $L = 800\text{m}$ est la longueur de rail parcourue,
 m la masse du wagon,
 $r = 0.03 \text{ N/kg}$ le coefficient de résistance mesuré par le dispositif $M1$.

Déterminer v_{D2} , la nouvelle vitesse d'arrivée en D. Peut-on négliger la résistance au roulement des roues ?

3) Absorption de l'énergie

Le dispositif de mesure et de frein ($M2, F2$) mesure la masse du wagon $m = 40 \text{ tonnes}$ et permet d'ajuster la vitesse d'arrivée en D : $v_D = 1,2\text{m/s}$.



Un tampon de train renferme un ressort de raideur k .

Lors de l'arrêt en D l'énergie cinétique restante est répartie sur 4 tampons à ressort de manière égale.

Déterminer l'énergie absorbée par un tampon. Sur un tampon on mesure une contraction de 5cm , calculer la raideur du ressort.

FEUILLE D'EXERCICE

Exercice : gare de triage

1. Etude sans frottement

$$v_A = 8 \text{ m/s}$$

Déterminer v_D vitesse d'arrivée. Énergie mécanique conservée
 $E_{mA} = E_{mD}$

$$\frac{1}{2} m v_D^2 = \frac{1}{2} m v_A^2 + mgh$$

$$v_D^2 = v_A^2 + 2gh$$

$$v_D = \sqrt{v_A^2 + 2 \times (9,80) \times 1}$$
$$= \sqrt{8^2 + 2 \times (9,80) \times 1}$$
$$\approx 9,14 \text{ m/s}$$

$$v_D = v_B = 9,14 \text{ m/s}$$

2. Etude avec frottement - Résistance au roulement.

Ds ce cas, il n'y a pas conservation de l'énergie méca -
Le bilan d'énergie :

$$E_{mca \text{ finale}} = E_{mca \text{ initiale}} + W_f$$

$$\frac{1}{2} m v_D^2 = \frac{1}{2} m v_A^2 + -rml$$

$$v_D = \sqrt{v_A^2 + 2gh - 2rL}$$

$$2 \cdot rml = -2 \times 0,03 \times 800 = -48$$

$$E_{mD} = E_{mA} - mrl$$

$$\frac{1}{2} m v_D^2 + mgh = \frac{1}{2} m v_A^2 + mgh - mrl$$

$$v_D^2 = v_A^2 + 2gh - 2rL$$

$$v_D = \sqrt{v_A^2 + 2gh - 2rL}$$
$$= \sqrt{8^2 + 2 \times 9,80 - 2(24)}$$
$$= \sqrt{35,6}$$
$$v_D \approx 5,97 \text{ m/s}$$

Rmq si $L = 8000 \text{ m}$

L'AV est impossible v_D négatif

En réalité le wagon n'atteint pas le point A, il s'arrête av.

3. Énergie absorbée

Rpl énergie potentielle élastique d'un ressort

$$E_p = \frac{1}{2} kx^2 \quad k: \text{constant de raideur du ressort.}$$

x: variation longueur du ressort.

Énergie absorbée par 1 ressort

Av $\rightarrow$ $E = \frac{1}{2} kx^2$
 $E_p = 0$
 $E_i = \frac{1}{2} m v^2$

Ap $\rightarrow$ $E = \frac{1}{2} kx^2$
 $E_p = 0$
 $E_i = 0$

L'énergie mécanique se conserve

$$E_m(\text{art}) = E_m(\text{ap})$$
$$E_c(\text{art}) + E_p(\text{art}) = E_c(\text{ap}) + E_p(\text{ap})$$

$$\frac{1}{2} m V_0^2 + 0 = 0 + 4 \times E_p$$

h (hauteur)

$$\text{Donc } E_p = 2 m V_0^2$$
$$= 2 \times 40000 \times (1,2)^2 / 8$$
$$= 115200 \text{ J} = 7200 \text{ J}$$

Énergie d'un ressort

$$E_p = \frac{1}{2} k d^2$$

$$k = \frac{2 E_p}{d^2}$$

$$k = \frac{2 \times 115200}{(5 \times 10^{-2})^2}$$

$$k = 9,216 \times 10^6 \text{ N.m}^{-1}$$

TD 5 - Oscillateurs

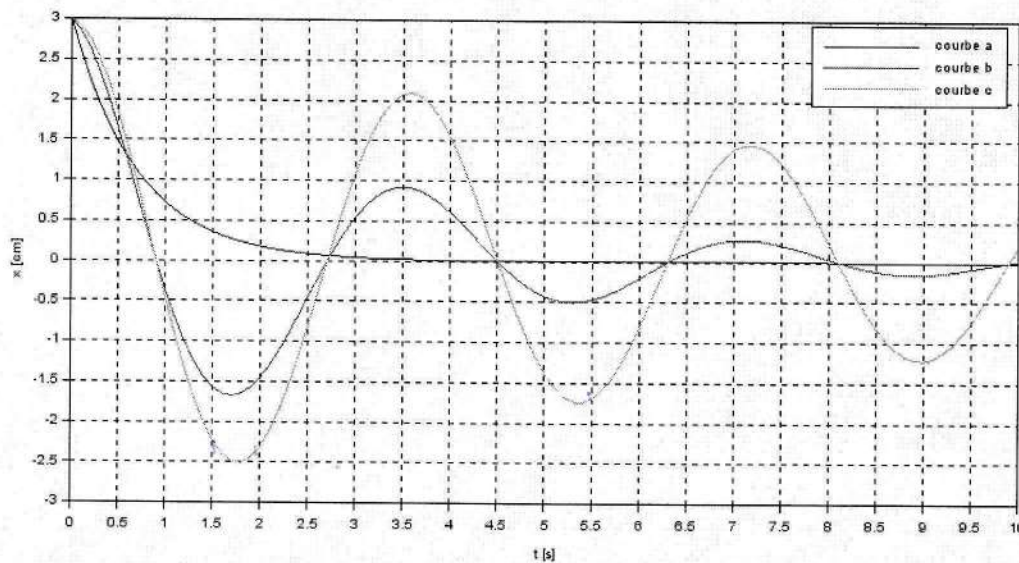
Exercice 1 Suspension d'un vélo

La suspension d'un vélo a pour fonction d'atténuer les oscillations verticales de la selle. Elle se compose d'un ressort et d'un amortisseur réglable.

La selle et le cycliste seront modélisés par un point matériel M de masse $m = 70$ kg, repéré par la variable $x(t)$, sur lequel s'exerce l'action d'un ressort de constante de raideur k inconnue ainsi qu'une force de frottement fluide :

$$\vec{f}_f = -\lambda \vec{v} \quad \text{où } \vec{v} \text{ est la vitesse de M.}$$

Le réglage de l'amortisseur permet à λ de prendre les valeurs successives λ_1 , λ_2 , et λ_3 où $\lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3$. On obtient les courbes suivantes :



1.a S'agit-il d'oscillations amorties ? Expliquer.

1.b Associer à chaque courbe un coefficient de frottement λ . À quel type de relaxation correspond chaque courbe ?

2.a. Mesurer la pseudo-période T de la courbe c.

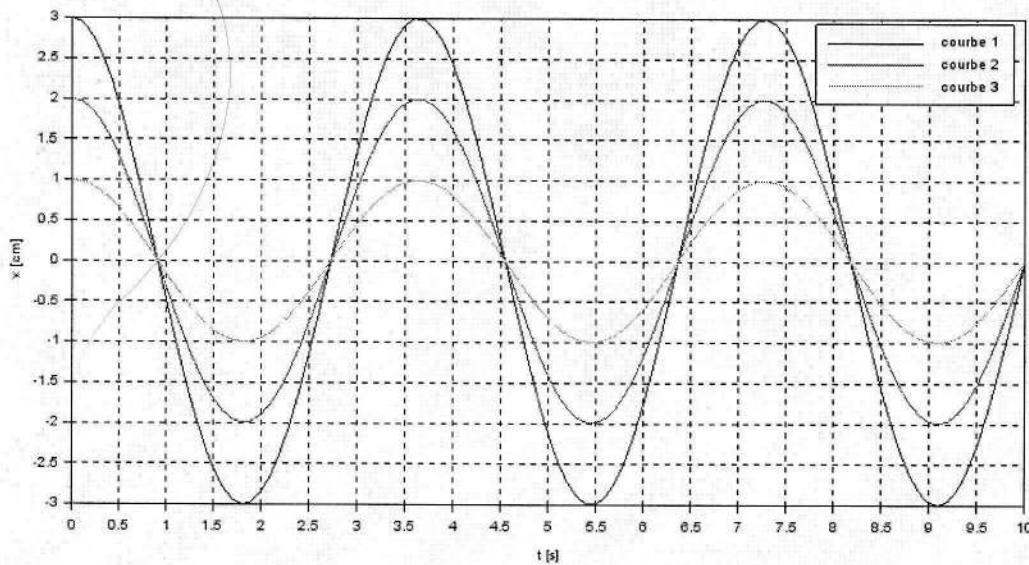
2.b En supposant que cette pseudo-période T et la période propre $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ peuvent être confondues, déterminer la constante de raideur k .

Exercice 2 Propriétés d'un oscillateur non amorti

Un oscillateur masse-ressort horizontal est constitué ressort de raideur $k = 1,5 \text{ N.m}^{-1}$ et d'une masse ponctuelle $m = 0,50 \text{ kg}$ dont la position est repérée par l'abscisse x .

On cherche à étudier l'influence de l'amplitude des oscillations sur leur période. Pour cela, le solide est écarté de sa position d'équilibre de différentes longueurs X_m puis lâché sans vitesse initiale.

Les courbes décrivant $x(t)$ pour les trois différents essais sont les suivantes :



1.a de quel type d'oscillations s'agit-il ,

1.b Que dire alors de l'énergie mécanique du système ,

2. Les courbes sont modélisables par :

$$x(t) = X_m \cos(2 \pi t / T_0 + \phi)$$

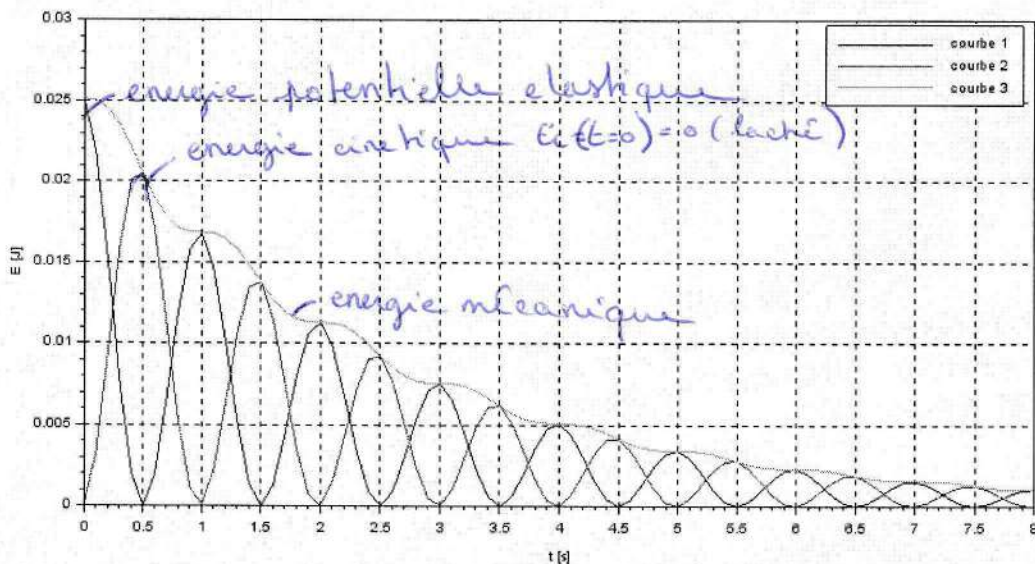
2.a Proposer une valeur de ϕ satisfaisante pour les trois courbes.

2.b Déterminer la valeur de X_m pour chaque courbe.

2.c La période propre T_0 dépend-elle de X_m ?

Exercice 3 Étude énergétique d'un oscillateur amorti

Les courbes représentant l'évolution temporelle des énergies potentielle, mécanique et cinétique d'un oscillateur amorti, initialement au repos, sont données ci-dessous, mais on a oublié de les étiqueter.



1.a À quel type de régime correspond la relaxation de l'oscillateur ?

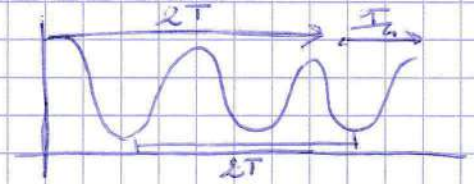
1.b Déterminer la valeur de la pseudo-période T des oscillations.

2. Quelle est la cause de l'évolution temporelle de l'énergie mécanique du système ?

3. Faire correspondre à chaque courbe une énergie. Justifier.

TD5 Oscillateurs

Exercice 1



1.a. Le mouvement est amorti dans les 3 cas : son amplitude décroît

1.b. On donne $\lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3$

- * λ_1 correspond à peu de frottement, la courbe correspondante est la moins atténuée soit la courbe c - mvt pseudo périodique
- * λ_2 correspond à une augmentation du frottement, λ_2 correspond à la courbe b, mvt pseudo périodique atténuation + importante que c
- * λ_3 correspond au plus gd frottement c'est la courbe a - mvt aperiodique

2.a. Pseudo période

Sur la courbe c, $2T + \frac{1}{2}T$ avec $T \approx 3,7s$ un tel point est possible si l'origine est mal calée
 Pour obtenir une plus grande précision
 $2,25T = 9s$ de $T = \frac{9}{2,25} = 4s$

On reprend le calcul sans utiliser l'origine

$$2T = 9 - 1,75 \quad T = \frac{7,25}{2} = 3,625s$$

2.b. On suppose que $T \approx T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

Calculer k:

On écrit $\frac{T_0}{2\pi} = \sqrt{\frac{m}{k}}$ donc $\left(\frac{T_0}{2\pi}\right)^2 = \frac{m}{k}$

$$k = \frac{m}{\left(\frac{T_0}{2\pi}\right)^2}$$

$$k = \frac{4\pi^2 m}{T_0^2}$$

AN: $k = \frac{4\pi^2 \times 70}{(3,6)^2}$

$$k = 213 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$$

Exercice 2

1.a. Ce sont des oscillations périodiques (il n'y a pas d'amortissement, il n'y a pas de frottement).

1.b. La seule force qui travaille ici est la force de rappel du ressort qui est conservatrice
 (elle est associée à une énergie potentielle élastique : il n'y a pas de frottement) $\Rightarrow$ l'énergie mécanique est constante
 ($C_m(t) = C(t)$)

2. Position $x(t) = X_m \cos(2\pi t/T_0 + \varphi)$

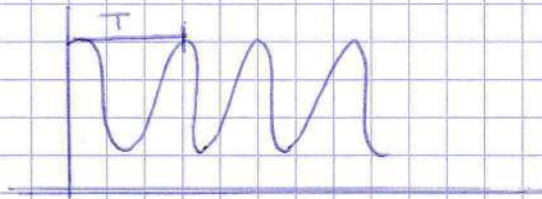
2a. Déphasage φ

Les 3 courbes sont en phase avec $\cos(2\pi t/T_0)$ donc on prend $\varphi = 0$

2.b Amplitude

courbe 1 : $X_m = 3 \text{ cm}$
courbe 2 : $X_m = 2 \text{ cm}$
courbe 3 : $X_m = 1 \text{ cm}$

2.c Période



$$T = 3,6 \text{ s}$$

On trouve $T_0 = 3,6 \text{ s}$ pour les 3 courbes
 X_m et T_0 sont indépendants.

Exercice 3.

- 1.a - regime sous-amorté pseudo périodique
b - pseudo périodique : $T = 1,4 \text{ s}$

- énergie extension et énergie contraction sont égales
De la période de 2 extensions max prend 2π .

2. L'énergie mécanique diminue au cours du tps car elle diminue à cause des frottements au cours du mov.
Les frottements dissipent l'énergie sous forme de chaleur.

3. Correspondance des 3 courbes

Initialement l'oscillateur est au repos (= la masse est lâchée)
donc l'énergie cinétique initiale est nulle $E_c(t=0) = 0$
→ On choisit courbe 2 (c'est la seule qui vérifie cette condition)

On peut que l'énergie mécanique est la somme de l'énergie cinétique et l'énergie potentielle

→ On choisit la courbe 3

Il reste la courbe 1 qui est de la courbe de l'énergie potentielle élastique.

TD 6 – Propagation d'ondes

Exercice 1 Corde *fait*

Une corde sur laquelle se propagent des ondes avec une célérité $c=10 \text{ m.s}^{-1}$ est excitée par un vibreur à la fréquence 50 Hz.

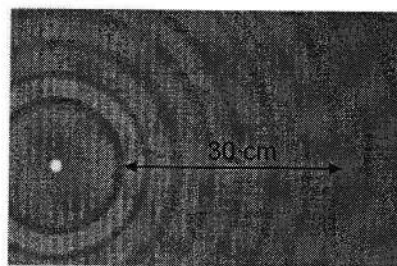
- Donner la période de l'onde :
- Donner la longueur d'onde :
- Si la célérité double, alors :
 - la période double
 - la fréquence double
 - la longueur d'onde double

Exercice 2 Gouttes d'eau *fait*

Un robinet libère une goutte d'eau toutes les deux 2 secondes.

Utiliser le tracé ci-contre pour préciser :

- La longueur d'onde $\lambda = \dots$
- La célérité $c = \dots\dots\dots$



Exercice 3 Effet Doppler : voir la page suivante

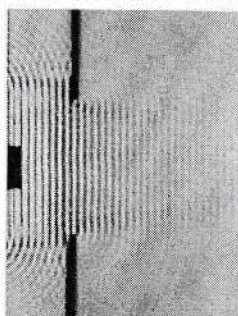
Exercice 4 Le gendarme mélomane

Un gendarme mélomane est frôlé par une voiture qui klaxonne. Revenu de son émotion, il affirme que la note émise est passée du do dièse 4 au si bémol 3 (soit de 544 à 466Hz). Il aimerait savoir si la vitesse de la voiture dépassait les 90km/h autorisés.

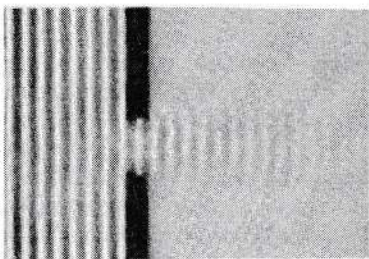
Aidez-le....trouvez aussi la fréquence du klaxon

Exercice 5 Diffraction

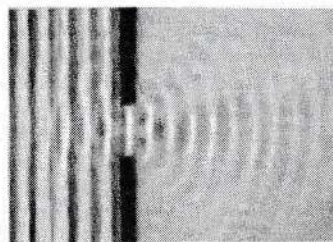
Diffraction d'une onde à la surface de l'eau de longueur d'onde λ par un diaphragme de taille d :



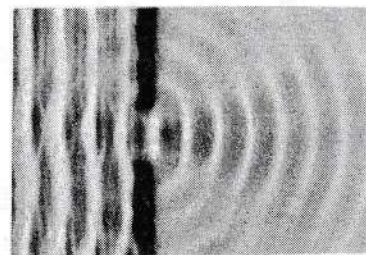
a)



b)



c)



d)

Compléter :

- De a) à d) le rapport λ / d *augmente... (de diffraction →)*

Question de cours :

- Lorsque $\lambda \ll d$, alors *pas de diffraction (figure a)*
- Lorsque $\lambda \approx d$, alors *diffraction $\sigma = \frac{\lambda}{d}$ (b et c)*
- Lorsque $\lambda \gg d$, alors *diffraction totale ($\approx d$)*

Exercice 6 ondes sonores audibles

Les ondes sonores audibles par l'homme ont une fréquence comprise entre 20 Hz et 20 kHz.

- En prenant une célérité $c = 340 \text{ m.s}^{-1}$, indiquer la plage de longueurs d'onde associée :

$$\lambda_{20\text{Hz}} = c \cdot T = c/f = 340/20 = 17 \text{ m}$$

$$\lambda_{20\text{kHz}} = c \cdot T = c/f = 340/20 \cdot 10^3 = 17 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 17 \text{ mm}$$

- Comment nommer les ondes sonores de fréquence $< 20\text{Hz}$ *infrasons*
- Comment nommer les ondes sonores de fréquence $> 20\text{kHz}$ *ultrasons*

Exercice 7 ondes lumineuses visibles

Les ondes lumineuses visibles par l'homme ont une longueur d'onde comprise entre 400 nm et 800 nm.

- En prenant une célérité $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$, indiquer la plage de fréquences et de périodes associée :
- Comment nommer les ondes lumineuses de longueur d'onde $< 400 \text{ nm}$ 3. de longueur d'onde $> 800 \text{ nm}$

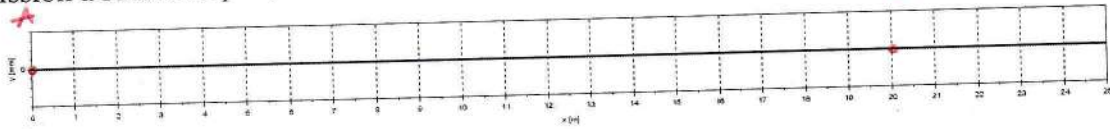
Exercice 3 Effet Doppler

Entre les temps $t_1=0$ et $t_2=0.5$ s le véhicule arrêté A émet une onde sonore de fréquence $f=440$ Hz.

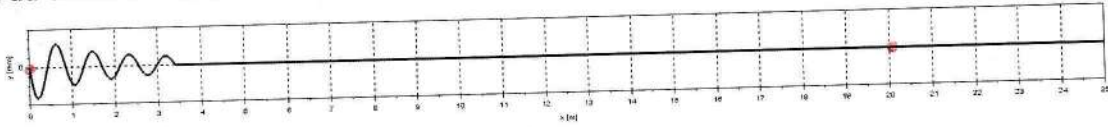
Un observateur C est situé à $d = 20$ m de A.

Les courbes ci-dessus représentent la progression de l'onde sonore à différents instants.

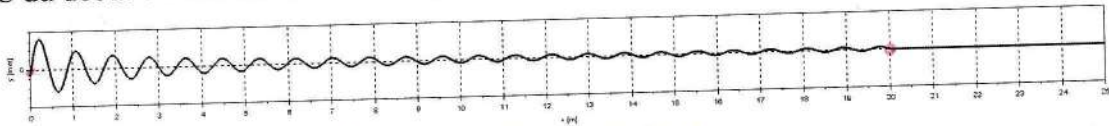
Début d'émission à l'instant $t_1 = 0$



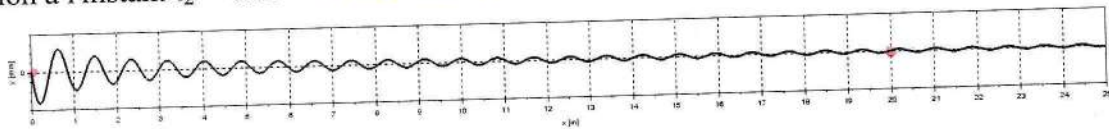
Progression du début d'émission



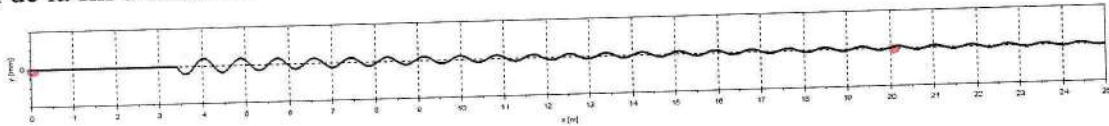
Arrivée en C du début d'émission à l'instant $t_{c1} = ?$



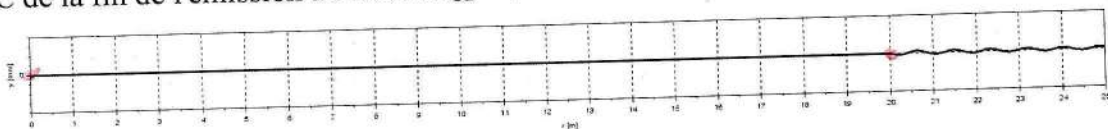
Fin d'émission à l'instant $t_2 = 0.5$ s



Progression de la fin d'émission



Arrivée en C de la fin de l'émission à l'instant $t_{c2} = ?$



A1. Placer les points A et C sur toutes les figures

A2. Quel est le nombre de périodes N_A émises par A ?

$$N_A = f \times (t_2 - t_1) \quad \text{AN: } N_A = 440 \times (0.5 - 0) = 220 \text{ périodes}$$

Quel est le nombre de périodes N_C observées par C ?

$$N_C = N_A = 220 \text{ périodes}$$

A3. Déterminer $t_{c1} = t_1 + \frac{\text{distance}}{\text{vitesse}}$

$$\text{AN: } t_{c1} = 0 + \frac{20}{340} = 0,059 \text{ s}$$

A4. Déterminer $t_{c2} = t_2 + \frac{\text{distance}}{\text{vitesse}}$

$$\text{AN: } t_{c2} = 0,5 + \frac{20}{340} = 0,558 \text{ s}$$

A5. Déterminer la durée de la réception $\Delta t_{\text{obs}} = t_{c2} - t_{c1} = 0,5$ s

A6. En déduire la fréquence observée $f_{\text{obs}} = N_C / \Delta t_{\text{obs}} = \frac{220}{0,5} = 440 \text{ Hz}$

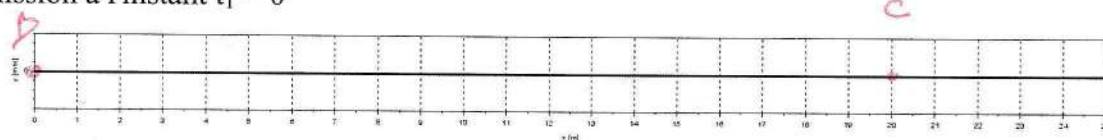
La fréquence observée = La fréquence émise

Entre les temps $t_1=0$ et $t_2=0,5s$ le véhicule B émet une onde sonore de fréquence $f=440Hz$.

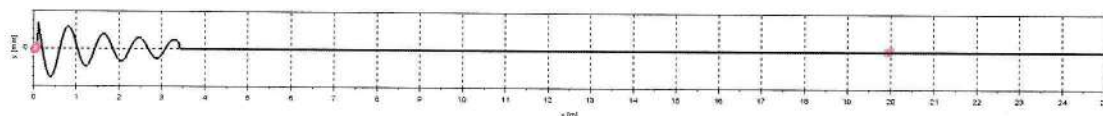
Le véhicule B avance vers C à une vitesse $v = 20 m.s^{-1}$ vers C situé à $d = 20m$ de B.

Les courbes ci-dessus représentent la progression de l'onde sonore à différents instants.

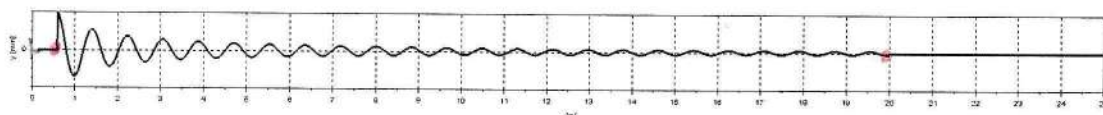
Début d'émission à l'instant $t_1 = 0$



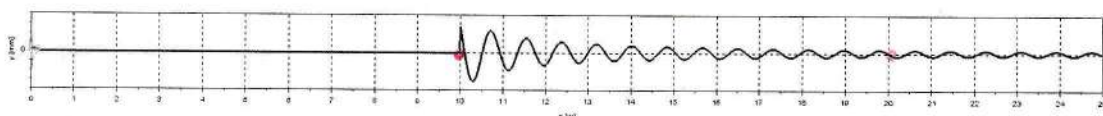
Progression du début d'émission



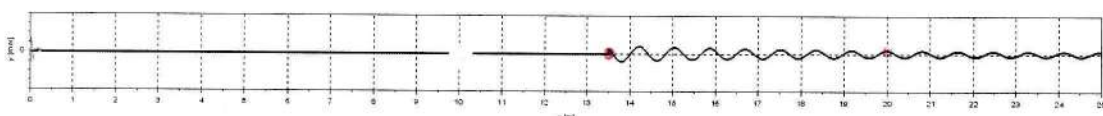
Arrivée en C du début d'émission à l'instant $t_{C1} = ?$



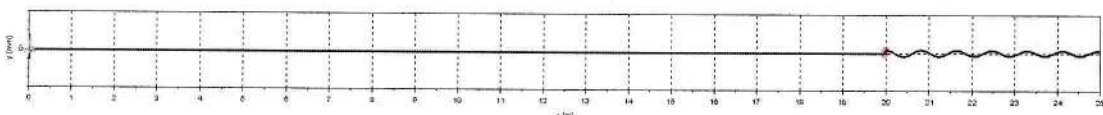
Fin d'émission à l'instant $t_2 = 0,5s$



Progression de la fin d'émission



Arrivée en C de la fin de l'émission à l'instant $t_{C2} = ?$



B1. Placer les points B et C sur toutes les figures

B2. Quel est le nombre de périodes N_B émises par B ? $N_B = 440 \times 0,5 = 220$ périodes

Quel est le nombre de périodes N_C observées par C ? $N_C = N_B = 220$ périodes.

B3. Déterminer $t_{C1} = t_1 + \frac{d}{c}$ AN: $t_{C1} = 0,058 s$

B4. Déterminer la position de B à $t=t_2$: $x_B(t=t_2) = \dots$ $x_B(t=t_2) = v(t_2 - t_1) = 20 \times 0,5 = 10 m$ (← figure)

Déterminer $t_{C2} = t_2 + \frac{d - x_B(t=t_2)}{c}$ AN: $t_{C2} = 0,5 + \frac{10}{340} = 0,5295 s$

B5. Déterminer la durée de la réception $\Delta t_{obs} = t_{C2} - t_{C1} = \dots$ $0,5295 - 0,058 = 0,4715 s$

B6. En déduire la fréquence observée $f_{obs} = N_C / \Delta t_{obs} = 220 / 0,47 = 468 Hz$ $> 440 Hz$ (466 Hz) + aigu

B7. Reprendre tous les calculs sous forme littérale pour donner l'expression de la fréquence observée :

$$f_{obs} = \frac{N_C}{\Delta t_{obs}} = \frac{f(t_2 - t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{c \times (t_2 - t_1)}{c \times \left[t_2 + \frac{d - v(t_2 - t_1)}{c} \right] - \left[t_1 + \frac{d}{c} \right]}$$

$$= \frac{c(t_2 - t_1)}{c t_2 + d - v(t_2 - t_1) - c t_1 - d} = \frac{c(t_2 - t_1)}{c(t_2 - t_1) - v(t_2 - t_1)} \quad f_{obs} = \frac{c}{c - v} \quad f_{em}$$

DS - Propagation d'onde

Exercice 3. Effet Doppler

$$f_{\text{obs}} = \frac{c}{c-v} f_{\text{em}}$$

Lorsque la source se rapproche de l'observateur à la vitesse v
 $f_{\text{obs}} > f_{\text{em}}$

Si la source s'éloigne : v , on utilise $f_{\text{obs}} = \frac{c}{c+v} f_{\text{em}}$
 $f_{\text{obs}} < f_{\text{em}}$

Exercice 4

$$\begin{aligned} 544 &= \\ 466 &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v &= \\ f_{\text{em}} &= \end{aligned}$$

phase 1: le véhicule s'approche $f_1 = 544 \text{ Hz}$
 $f_1 = \frac{c}{c-v} f_{\text{em}} \quad (1)$

phase 2: le véhicule s'éloigne $f_2 = 466 \text{ Hz}$
 $f_2 = \frac{c}{c+v} f_{\text{em}} \quad (2)$

$$(1) f_{\text{em}} = \frac{c-v}{c} f_1 \quad (2) f_{\text{em}} = \frac{c+v}{c} f_2$$

$$\text{De } \frac{c-v}{c} f_1 = \frac{c+v}{c} f_2$$

$$\begin{aligned} c f_1 - v f_1 &= c f_2 + v f_2 \\ c f_1 - c f_2 &= v f_2 - v f_1 \end{aligned}$$

$$c(f_1 - f_2) = v(f_2 - f_1)$$

$$v = \frac{f_1 - f_2}{f_1 + f_2} c$$

$$\underline{\text{AN}} \quad v = \frac{544 - 466}{544 + 466} \times 340 = 0,077 \times 340$$

$$v = 26,26 \text{ m.s}^{-1}$$

$$\text{En km/h : } v = 3,6 \times 26,26 = 94,56 \text{ km/h}$$

Vitesse autorisée dépassée!

$$\underline{\text{RD}} \quad 1 \text{ m.s}^{-1} \rightarrow \frac{3600}{1000} \text{ km/h}$$

$$\text{Puis d'après (1) : } f_{\text{em}} = \frac{c-v}{c} f_1$$

$$\underline{\text{AN}} \quad f_{\text{em}} = \frac{340 - 26,26}{340} \times 544 = 502 \text{ Hz}$$

fréquence de l'alarme

Exercice 7

1) Longueur d'onde $\lambda \in [400 \text{ nm} ; 800 \text{ nm}]$

2) fréquences

$$f_{400 \text{ nm}} = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{400 \cdot 10^{-3}} = 7,5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

$$f_{800 \text{ nm}} = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{800 \cdot 10^{-3}} = 1,33 \text{ Hz}$$

$$T_{400 \text{ nm}} = \frac{1}{f_{400 \text{ nm}}} = 1,33 \cdot 10^{-15} \text{ s}$$

$$T_{800 \text{ nm}} = 2,67 \cdot 10^{-16} \text{ s}$$