

I. Etude des additionneurs

➤ Demi-additionneur

Table de vérité d'un bit sur l'autre :

a_i	b_i	R_i	S_i
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

Equations logiques des sorties :

$$S_i = a_i \oplus b_i$$

$$R_{i+1} = a_i . b_i$$

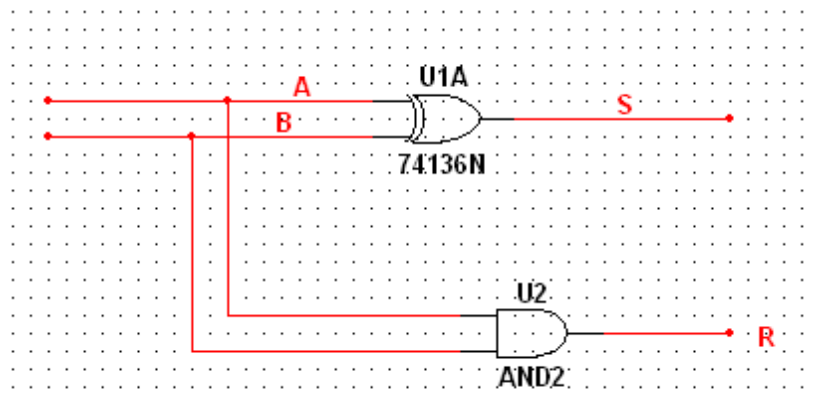


Schéma logique d'un demi-additionneur

➤ Additionneur complet

Table de vérité d'un additionneur complet :

A_i	B_i	R_{i-1}	R_i	Σ_i
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

Equations d'un additionneur complet :

$$\Sigma_i = a_i \oplus b_i \oplus r_i$$

$$R_{i+1} = a_i.b_i + R_i(a_i\bar{b}_i + \bar{a}_i b_i)$$

$$R_{i+1} = a_i.b_i + R_i(a_i \oplus b_i)$$

En partant de deux équations de demi-additionneurs, on obtient l'équation d'un additionneur complet. En effet, un additionneur complet effectue la somme de trois éléments binaires a, b et r (retenue entrante) et a deux sorties : S, la somme et R, la retenue. Le demi-additionneur possède également ces deux sorties. On peut d'ailleurs voir dans le schéma ci-dessous qu'un additionneur complet est composé de deux demi additionneurs et d'une porte logique (la porte logique OU).

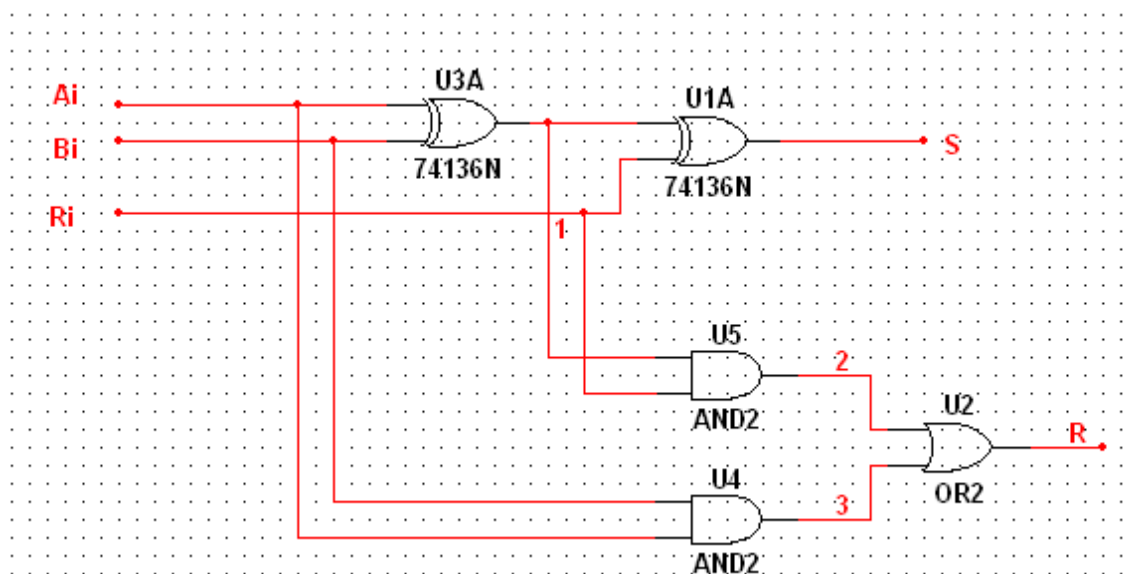


Schéma logique du circuit



Schéma fonctionnel du circuit

➤ Additionneur à propagation de retenue

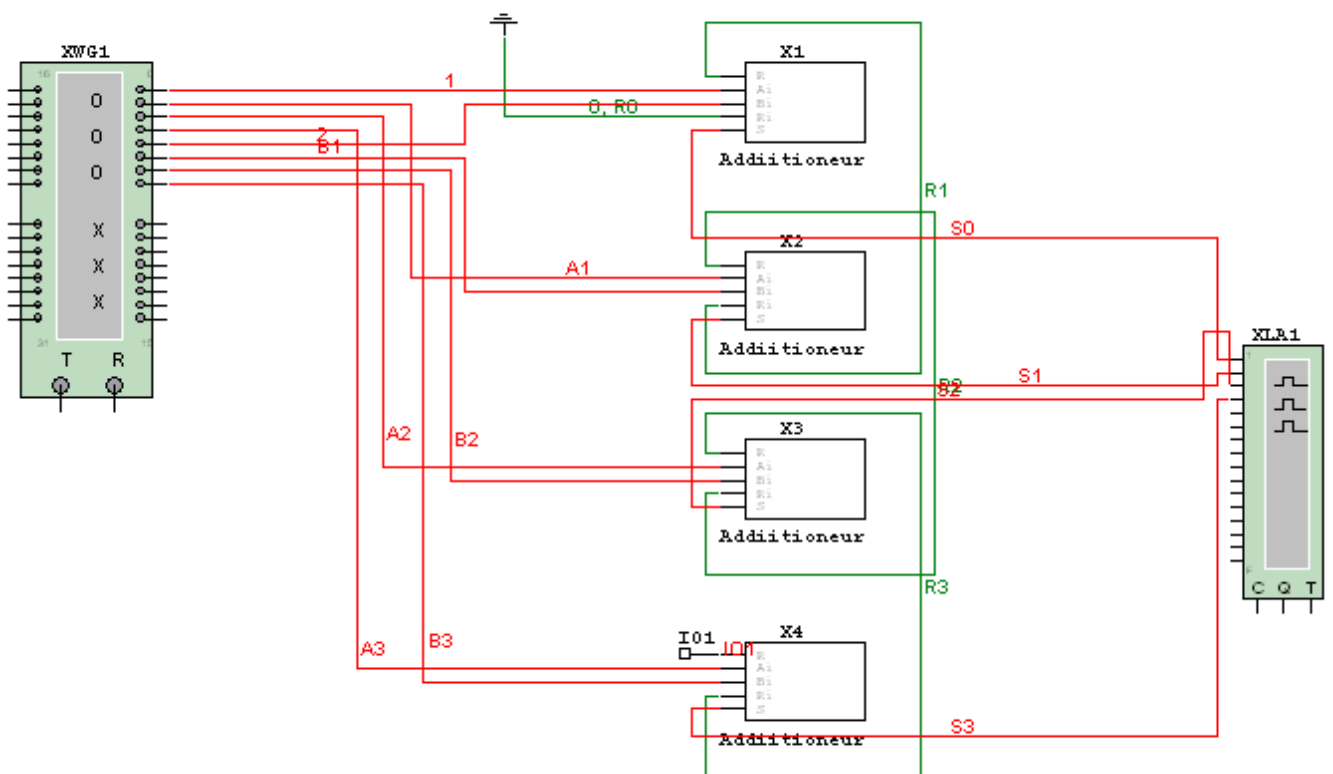


Schéma d'un additionneur de deux mots de trois bits avec trois additionneurs complets

➤ Additionneur à retenue anticipée

On a :

$$G_i = A_i \cdot B_i$$

$$P_i = A_i + B_i$$

Calcul de R_{i+1}

$$R_{i+1} = R_i \cdot A_i + A_i \cdot B_i + R_i \cdot B_i$$

$$R_{i+1} = R_i (A_i + B_i) + A_i \cdot B_i$$

$$R_{i+1} = R_i (P_i) + G_i$$

$$R_0 = 0$$

$$R_1 = G_0 + R_0 \cdot P_0$$

$$R_2 = G_1 + (G_0 + R_0 \cdot P_0) \cdot P_1 = G_1 + G_0 \cdot P_1 + R_0 \cdot P_1 \cdot P_1$$

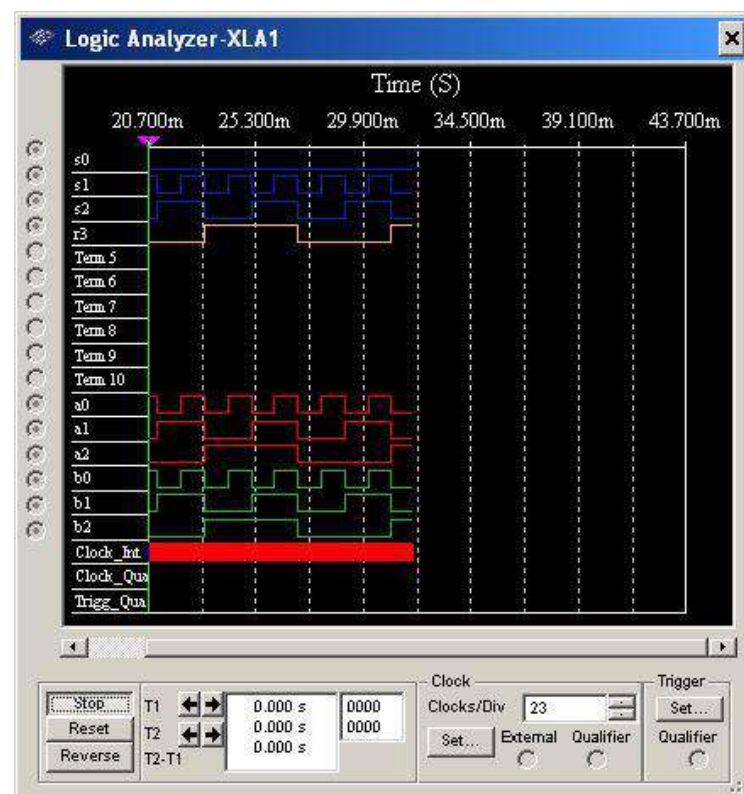
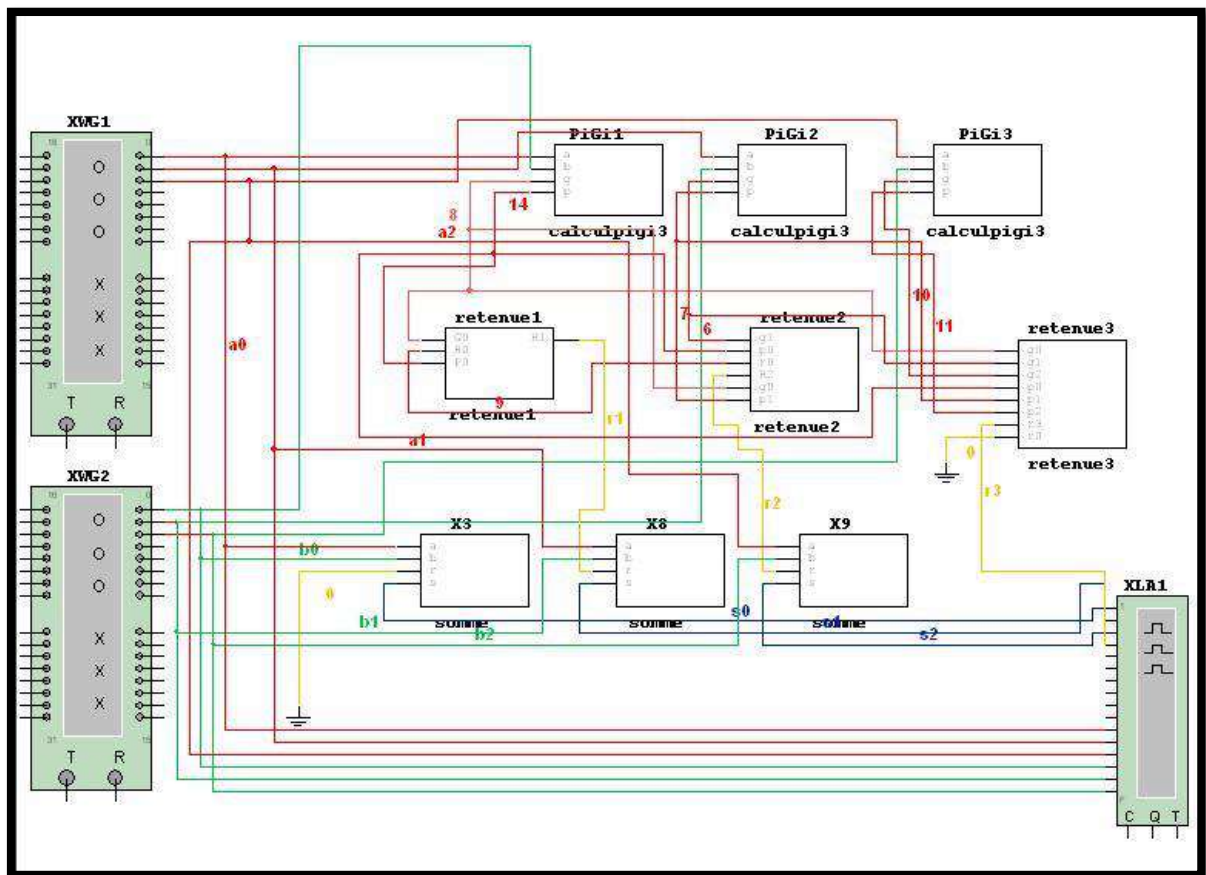
$$R_3 = G_2 + (G_1 + (G_0 + R_0 \cdot P_0) \cdot P_1) \cdot P_2 = G_2 + G_1 \cdot P_2 + G_0 \cdot P_1 \cdot P_2 + R_0 \cdot P_1 \cdot P_1 \cdot P_2$$

$$S_0 = P_0$$

$$S_1 = (R_0 \oplus a_1 \oplus b_1)$$

$$S_2 = (R_1 \oplus a_2 \oplus b_2)$$

$$S_3 = (R_2 \oplus a_2 \oplus b_2)$$



Logic Analyser d'un additionneur à retenue anticipée

Comparaison des deux méthodes

Additionneur à retenue anticipée		Additionneur à propagation de retenue	
Avantage	Défaut	Avantage	Défaut
- Calcul toutes les retenues en parallèle: - Permet de remédier au défaut de l'additionneur à propagation de retenue car il n'a pas besoin de calculer les retenues intermédiaires. - Le temps de propagation est donc plus rapide.	- Le schéma est bien plus imposant que l'additionneur à propagation de retenue, donc il a un besoin de place plus important.	- Structure répétitive quatre fois la même chose (sous circuit). - Besoin de place moindre.	- Résultat dépendant du nombre d'additionneurs donc des mots à additionner (la première retenue est délivrée après la première addition et ainsi de suite). Le temps de propagation est donc lent.

➤ Additionneur sur 8 bits

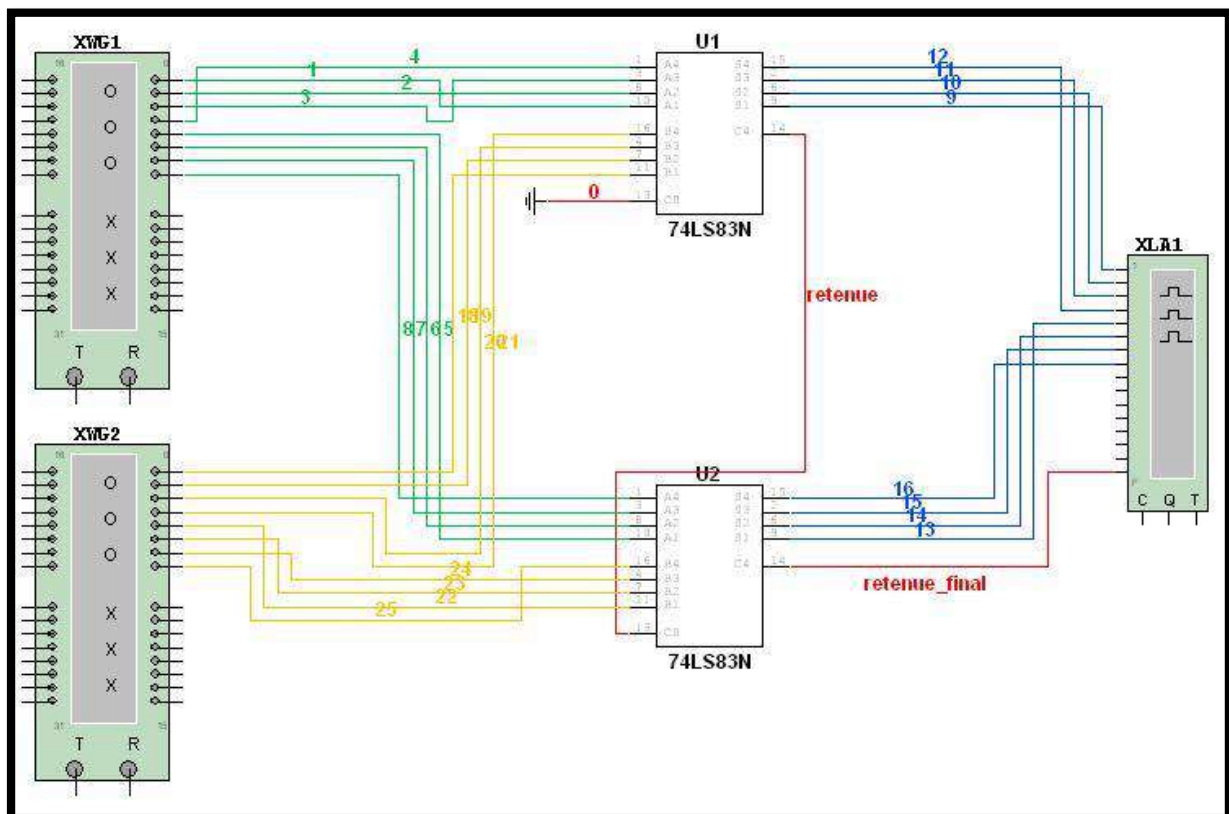
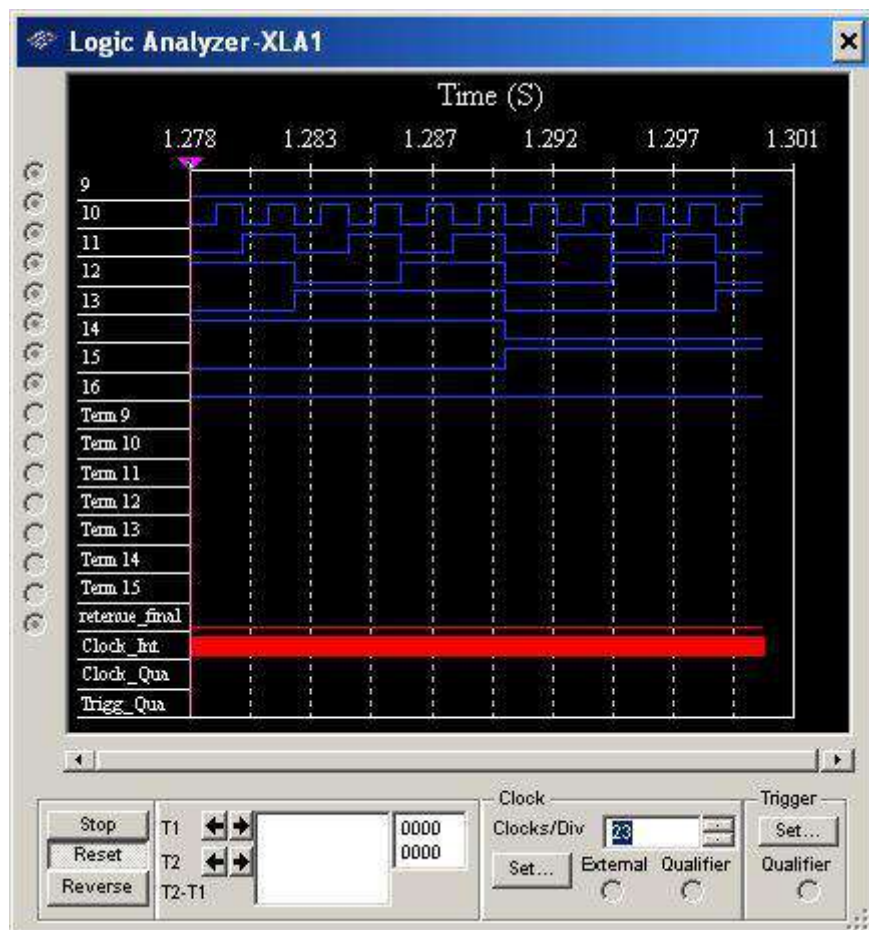


Schéma d'un additionneur 8 bits avec les bits A (verts) et les bits B (jaune), ainsi que la retenue initiale qui est reliée à la masse. La retenue du premier additionneur va se retrouver comme étant la retenue initiale du second additionneur pour obtenir la retenue finale de l'addition.



Logic Analyser d'un additionneur sur 8 bits avec les 8 bits de sortie (bleus) et le bit de retenue (rouge)

II. Réalisation d'additionneur soustracteur

Demi-soustracteur

A et B sont deux éléments binaires, R la retenue éventuelle de la soustraction et S la somme.

Nous effectuons le calcul suivant : $S=B-A$

On obtient la table de vérité suivante :

A	B	R	S
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0

Après lecture sur les 1 et simplification nous obtenons les équations de R et S suivantes :

$$R = A \cdot \bar{B}$$

$$S = \bar{A} \cdot B + A \cdot \bar{B} = A \oplus B$$

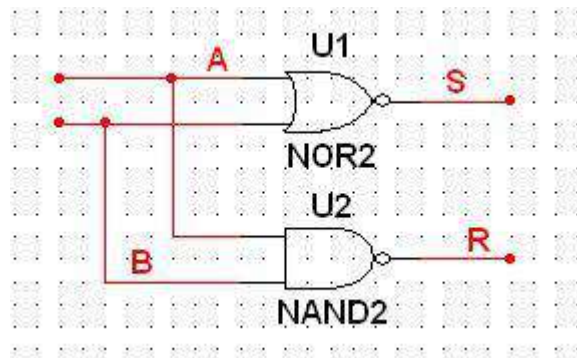


Schéma logique du demi-soustracteur

Soustracteur complet

A	B	r	R	S
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	1	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1

Table de vérité du soustracteur complet avec A, B, r les trois variables d'entrées, R la retenue éventuelle de la soustraction et S la somme du calcul. Nous obtenons fréquemment des nombres négatifs pour la variable S il faut donc passer par le complément à deux.

AB \ r	0	1
00		1
01		
11		1
10	1	1

