

Sujet 2

- 1) Résoudre $7k + 2 = 0[4]$ à l'aide d'un tableau.
- 2) Calculer, grâce à l'algorithme d'Euclide, le pgcd de 236 et 37.

- 3) Soit $f: \mathbb{R} \rightarrow [3, +\infty[$, $x \rightarrow x^2 + 3$. Soit $y \in [3, +\infty[$, quels sont ses antécédents par f ?
- 4) f est-elle injective?

Am plus 1

$$\begin{array}{r}
 9 \rightarrow 1 \\
 16 \rightarrow 0 \\
 23 \rightarrow 3 \\
 30 \rightarrow 2 \\
 37 \rightarrow 1 \\
 44 \rightarrow 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 370 \\
 150 \\
 35 \\
 \hline
 185 \\
 37 \\
 \hline
 222
 \end{array}$$

x5

x6

$$\begin{array}{r}
 37 \\
 6 \\
 \hline
 42 \\
 180 \\
 \hline
 222
 \end{array}$$

7 *35*

les
bellouche
groupes

Contrôle de nombres et structure

Exercice 1 :

20

Pour résoudre $7b + 2 = 0 [4]$, on fait un tableau.

Si $b = 0 [4]$	alors $7b + 2 = 2 [4]$
$b = 1 [4]$	$7b + 2 = 1 [4]$
$b = 2 [4]$	$7b + 2 = 0 [4]$
$b = 3 [4]$	$7b + 2 = 3 [4]$

Il y a donc un ensemble de solution pour lequel $7b + 2 = 0 [4]$. Cet ensemble est l'ensemble des nombres tel que $b = 2 [4]$.

Exercice 2 :

The diagram shows the steps of the Euclidean algorithm for finding the GCD of 236 and 37. It starts with a division of 236 by 37, yielding a quotient of 6 and a remainder of 14. Then, 37 is divided by 14, yielding a quotient of 2 and a remainder of 9. Next, 14 is divided by 9, yielding a quotient of 1 and a remainder of 5. Then, 9 is divided by 5, yielding a quotient of 1 and a remainder of 4. Finally, 5 is divided by 4, yielding a quotient of 1 and a remainder of 1. The final remainder 1 is highlighted with a red box. Arrows indicate the flow from one division step to the next, showing how the remainder of one step becomes the dividend of the next.

$$\begin{array}{r} 236 : 37 = 6 \text{ r } 14 \\ 37 : 14 = 2 \text{ r } 9 \\ 14 : 9 = 1 \text{ r } 5 \\ 9 : 5 = 1 \text{ r } 4 \\ 5 : 4 = 1 \text{ r } 1 \end{array}$$

Le P.G.C.D est le dernier reste non nul obtenu.
Donc $\text{P.G.C.D}(236; 37) = 1$. Ils sont donc premiers entre eux.

Exercice 3 :

les antécédents de y par f sont tous les nombres de l'ensemble $\mathbb{R}$

$$y = x^2 + 3 \quad (\Leftrightarrow) \quad x^2 = y - 3 \quad (\Leftrightarrow) \quad x = \pm \sqrt{y - 3}$$

avec $y \in [3; +\infty[$

Exercice 4 :

Une fonction est injective si chaque élément de l'ensemble d'arrivée $([3; +\infty[)$ a au plus 1 antécédent dans l'ensemble de départ. Or, ici 2 et -2 ont la même image.

En effet :

$$f(2) = 2^2 + 3 = 7$$

$$f(-2) = (-2)^2 + 3 = 7$$

Donc 7 a au moins 2 antécédents, la fonction n'est donc pas injective.