

EFREI- L1 et PL1 Algèbre : nombres et structures 2011-2012

Le programme d'algèbre « Nombres et structures » se déroule pendant le premier semestre L1 ou PL1; il comporte l'étude de l'algèbre générale, au sens classique, avec un accent sur l'arithmétique.

Les objectifs de connaissances et de savoir-faire poursuivis sont l'apprentissage de l'algèbre comme discipline scientifique en développant des concepts, des résultats, des méthodes formatrices du raisonnement et des connaissances nécessaires en informatique.

L'enseignement comprend :

- en L1, 12 séances de cours magistraux de une heure et demi, et 12 séances TD de 2h, en petits groupes.
- en PL1, 15 séances de Cours-TD de 4 heures.

Un Contrôle Ecrit et deux Devoirs Ecrits surveillés permettent d'évaluer l'acquisition et la maîtrise des connaissances. Une évaluation continue est également pratiquée en TD.

Un Travail d'Autonomie et d'Initiative permet d'approfondir en groupes de 4 étudiants un sujet mathématique avec un développement informatique pratique associé.

Le programme détaillé est le suivant:

1. Logique et ensembles

assertions, connecteurs, table de vérité, prédicat, quantificateurs
implication, équivalence, négation, contraposition
ensembles, parties d'un ensemble, égalité, vide, inclusion;
opérations élémentaires: réunion, intersection, différence;
lois de De Morgan; fonction caractéristique d'un ensemble
ensembles usuels; produit cartésien; cardinal

2. Corps des complexes

propriétés de $\mathbb{C}$; représentation algébrique et trigonométrique;
racines nièmes d'un complexe
module, argument; exponentielle complexe; formules de Moivre et d'Euler
résolution dans $\mathbb{C}$ des équations polynomiales de degré 2
applications à la géométrie

3. Polynômes et Fractions Rationnelles

définition sur $\mathbb{R}$ et $\mathbb{F}_2$; addition, multiplication et divisions ; dérivation
PGCD, PPCM ;algorithme d'Euclide ; racines; factorisation; relations entre coefficients et racines
fractions rationnelles, décomposition en éléments simples

4. Structures algébriques (abordées au fur et à mesure de leurs utilisations)

lois de composition; groupes, groupes finis à 2 ou 3 éléments;
sous-groupes; sous-groupe engendré, ordre et cycle; sous-groupes de $(\mathbb{Z}, +)$;
anneaux, corps ; corps fini .
groupe symétrique

5. Applications et relations

application, égalité, surjection, injection, bijection, réciproque, identité
permutation, restriction, prolongement. Composition, involution.
relation, réflexivité, transitivité, symétrie, antisymétrie
équivalence, classe d'équivalence, ensemble quotient. Ordre.
application monotone

6. Dénombrements

Bijection entre ensembles, équipotence ; nombre de parties d'un ensemble
applications de E dans F ; arrangement, permutation, combinaison;
triangle de Pascal, binôme de Newton
solutions entières de $u_1 + \dots + u_p = n$

7. Arithmétique

divisibilité, congruence; étude de $\mathbb{Z}/m\mathbb{Z}$; divisibilité;
nombres premiers; factorisation première; PGCD, PPCM;
théorèmes de Bezout et de Gauss; algorithme d'Euclide
système de numération: base, représentation des nombres entiers et décimaux
introduction à la cryptologie

Professeur: Jacques GUALINO

e-mail : jacques.gualino@m4x.org

Chargés de Travaux Dirigés : P. SORTAIS, X. VITTORI

