

DEVOIR ECRIT N°1

N'oubliez pas d'indiquer votre groupe de TD sur votre copie.

Les documents et la calculatrice sont interdits.

Le sujet comporte 4 pages dont 3 pages d'annexe.

La qualité de l'argumentation sera très largement prise en compte dans l'exercice n°2.

Exercice n°1 :

Soit la matrice $A = \begin{bmatrix} 14 & -2 & -2 \\ -3 & 15 & 1 \\ -1 & 1 & 19 \end{bmatrix}$

1. Déterminer les valeurs propres de A.
2. Déterminer un vecteur propre unitaire associé à la plus petite valeur propre de A.

Exercice n°2 :

Les données suivantes sont issues de la base de données de l'OCDE ; elles portent sur l'année 2007.

Les individus sont 21 pays de l'Union Européenne ; les variables sont 10 variables démographiques, économiques et sociales :

- **POP** : population totale du pays en ~~centaines~~ de milliers
- **FEC** : taux de fécondité, soit le nombre moyen d'enfants par femme âgée de 15 à 49 ans
- **JEU** : pourcentage de jeunes de moins de 15 ans
- **AGE** : pourcentage des 65 ans et plus
- **ESP** : espérance de vie à la naissance, en années.
- **TT** : durée moyenne annuelle effective du travail, en heures, par actif occupé
- **CHOM** : taux de chômage dans la population active
- **PIB** : PIB par habitant en parité de pouvoir d'achat
- **TPARE** : pourcentage du temps partiel dans l'emploi total
- **RED** : dépenses en recherche et développement, en pourcentage du PIB.

1. Quel titre pourrait-on donner à cette étude ?
2. Expliquer pourquoi il est possible de réaliser une ACP de ces données et pourquoi il est nécessaire de réaliser une ACP centrée et réduite. ✓
3. Analyser la matrice de corrélation.
4. On choisit trois axes pour faire l'analyse. Déterminer la qge associée à ce choix. Quelle est la part d'information perdue ? ✓
5. Analyser la matrice de saturations et représenter les cercles de corrélations. ✓
6. Quels sont les pays à sélectionner pour l'analyse ? Pourquoi ? ✓
7. Représenter graphiquement les points sélectionnés et réaliser l'analyse des données. ✓

ANNEXE

Vous pourrez rendre les annexes avec votre copie si nécessaire.

Données initiales :

	POP	FEC	JEU	AGE	ESP	TT	CHOM	PIB	TPART	RED
Autriche	8 315	1,4	15,5	17,0	80,1	1635	4,4	36775	17,2	2,5
Belgique	10 626	1,8	16,9	17,1	79,8	1560	7,5	34653	18,3	1,9
République tchèque	10 323	1,4	14,3	14,5	77,0	1985	5,3	23995	3,5	1,5
Danemark	5 457	1,8	18,5	15,5	78,4	1577	3,8	36343	17,7	2,6
Estonie	1 343	1,6	14,9	16,9	73,0	1999	4,7	20613	6,8	1,1
Finlande	5 289	1,8	17,0	16,5	79,5	1710	6,9	35346	11,7	3,5
France	61 707	2,0	18,3	16,5	81,0	1553	8,3	33574	13,4	2,0
Allemagne	82 247	1,4	13,8	19,9	80,0	1431	8,4	34690	22,2	2,5
Grèce	11 193	1,4	14,3	18,6	79,5	2122	8,3	27793	7,8	0,6
Hongrie	10 050	1,3	15,2	16,1	73,3	1988	7,4	18774	2,8	1,0
Irlande	4 339	2,0	20,4	10,8	79,7	1631	4,6	44566	20,3	1,3
Italie	59 336	1,4	14,0	20,0	81,4	1817	6,1	31011	15,1	1,2
Luxembourg	480	1,6	18,2	14,0	79,4	1515	4,2	82457	12,7	1,6
Pays-Bas	16 382	1,7	18,0	14,6	80,2	1390	3,2	39585	36,1	1,7
Pologne	38 116	1,3	15,6	13,4	75,4	1976	9,6	16312	10,1	0,6
Portugal	10 608	1,3	15,4	17,3	79,1	1727	8,1	22638	10	1,2
Slovaquie	5 398	1,3	16,0	11,9	74,3	1776	11,2	20265	2,6	0,5
Slovénie	2 010	1,3	13,9	15,9	78,3	1956	4,8	26672	7,8	1,4
Espagne	44 874	1,4	14,6	16,6	81,0	1636	8,3	31469	10,9	1,3
Suède	9 148	1,9	16,9	17,4	81,0	1615	6,1	36785	14,4	3,6
Royaume-Uni	60 975	1,9	17,6	16,0	79,5	1673	5,3	34957	23	1,8

Statistiques élémentaires :

	POP	FEC	JEU	AGE	ESP	TT	CHOM	PIB	TPART	RED
maximum :	82247	2,0	20,4	20	81,4	2122	11,2	82457	36,1	3,6
minimum :	480	1,3	13,8	10,8	73,0	1390	3,2	16312	2,6	0,46
écart type :	24271	0,3	1,8	2,2	2,5	202,1	2,075	13338	7,74	0,85
moyenne :	21820	1,6	16,2	16,0	78,6	1727	6,5	32823	13,55	1,68

Données centrées et réduites

	POP	FEC	JEU	AGE	ESP	TT	CHOM	PIB	TPART	RED
Autriche	-0,121	-0,171	-0,084	0,098	0,131	-0,100	-0,221	0,065	0,103	0,220
Belgique	-0,101	0,197	0,094	0,103	0,105	-0,181	0,105	0,030	0,134	0,055
République tchèque	-0,103	-0,121	-0,225	-0,151	-0,142	0,278	-0,126	-0,144	-0,283	-0,038
Danemark	-0,147	0,233	0,287	-0,056	-0,019	-0,163	-0,284	0,058	0,117	0,225
Estonie	-0,184	0,054	-0,154	0,086	-0,494	0,293	-0,189	-0,200	-0,190	-0,148
Finlande	-0,149	0,219	0,099	0,045	0,078	-0,019	0,042	0,041	-0,052	0,462
France	0,359	0,330	0,265	0,043	0,210	-0,188	0,189	0,012	-0,004	0,093
Allemagne	0,543	-0,179	-0,284	0,382	0,122	-0,320	0,200	0,031	0,244	0,219
Grèce	-0,096	-0,138	-0,227	0,252	0,078	0,426	0,189	-0,082	-0,162	-0,285
Hongrie	-0,106	-0,223	-0,119	0,005	-0,468	0,282	0,095	-0,230	-0,303	-0,185
Irlande	-0,157	0,392	0,511	-0,509	0,096	-0,104	-0,200	0,192	0,190	-0,103
Italie	0,337	-0,171	-0,256	0,389	0,246	0,097	-0,042	-0,030	0,044	-0,130
Luxembourg	-0,192	0,028	0,252	-0,198	0,069	-0,229	-0,242	0,812	-0,024	-0,028
Pays-Bas	-0,049	0,122	0,222	-0,141	0,140	-0,364	-0,347	0,111	0,636	0,007
Pologne	0,147	-0,235	-0,063	-0,255	-0,283	0,269	0,326	-0,270	-0,097	-0,288
Portugal	-0,101	-0,214	-0,092	0,128	0,043	0,000	0,168	-0,167	-0,100	-0,122
Slovaquie	-0,148	-0,282	-0,025	-0,400	-0,380	0,053	0,494	-0,205	-0,309	-0,316
Slovénie	-0,178	-0,231	-0,270	-0,016	-0,031	0,247	-0,179	-0,101	-0,161	-0,061
Espagne	0,207	-0,153	-0,193	0,059	0,210	-0,098	0,189	-0,022	-0,075	-0,107
Suède	-0,114	0,262	0,090	0,137	0,210	-0,121	-0,042	0,065	0,024	0,496
Royaume-Uni	0,352	0,279	0,173	0,000	0,078	-0,059	-0,126	0,035	0,267	0,034

Matrice de corrélations

	POP	FEC	JEU	AGE	ESP	TT	CHOM	PIB	TPART	RED
POP	1,000	-0,030	-0,193	0,442	-0,096	-0,266	0,318	0,365	0,187	0,034
FEC	-0,030	1,000	0,820	-0,180	0,412	-0,481	-0,421	0,373	-0,317	0,530
JEU	-0,193	0,820	1,000	-0,566	0,538	-0,558	-0,344	0,226	-0,170	0,277
AGE	0,442	-0,180	-0,566	1,000	-0,144	0,013	0,073	0,365	-0,170	0,297
ESP	-0,096	0,412	0,538	-0,144	1,000	-0,598	-0,482	0,486	-0,647	0,324
TT	-0,266	-0,481	-0,558	0,013	-0,598	1,000	0,227	-0,600	0,309	-0,551
CHOM	0,318	-0,421	-0,344	0,073	-0,482	0,227	1,000	-0,204	0,466	-0,339
PIB	0,365	0,373	0,226	0,365	0,486	-0,600	-0,204	1,000	-0,676	0,496
TPART	0,187	-0,317	-0,170	-0,170	-0,647	0,309	0,466	-0,676	1,000	-0,517
RED	0,034	0,530	0,277	0,297	0,324	-0,551	-0,339	0,496	-0,517	1,000

Valeurs propres

λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5	λ_6	λ_7	λ_8	λ_9	λ_{10}
4,266	2,177	1,090	0,770	0,632	0,435	0,312	0,200	0,075	0,042

Matrice de saturations

	axe 1	axe 2	axe 3
POP	-0,028	0,696	0,587
FEC	0,763	-0,243	0,277
JEU	0,699	-0,558	0,396
AGE	-0,040	0,881	-0,221
ESP	0,791	-0,107	-0,122
TT	-0,764	-0,157	-0,412
CHOM	-0,590	0,248	0,469
PIB	0,707	0,548	0,030
TPART	-0,711	-0,204	0,545
RED	0,698	0,299	-0,081

Composantes principales

	Axe 1		Axe 2			Axe 3		
	coord.	qlt	coord.	qlt	cum.	coord.	qlt	cum.
Autriche	0,168	0,148	0,129	0,087	0,235	-0,240	0,304	0,539
Belgique	0,203	0,323	0,028	0,006	0,329	0,122	0,116	0,445
République tchèque	-0,251	0,244	-0,114	0,050	0,294	-0,339	0,443	0,738
Danemark	0,419	0,543	-0,250	0,193	0,736	0,021	0,001	0,737
Estonie	-0,464	0,396	-0,279	0,144	0,540	-0,210	0,081	0,621
Finlande	0,396	0,436	0,044	0,005	0,442	-0,118	0,039	0,481
France	0,341	0,268	0,191	0,084	0,353	0,477	0,524	0,877
Allemagne	0,011	0,000	0,779	0,799	0,799	0,243	0,078	0,877
Grèce	-0,432	0,407	0,187	0,076	0,483	-0,279	0,170	0,653
Hongrie	-0,711	0,809	-0,229	0,084	0,893	0,000	0,000	0,893
Irlande	0,559	0,377	-0,639	0,491	0,869	0,159	0,031	0,899
Italie	-0,146	0,048	0,573	0,730	0,778	-0,082	0,015	0,793
Luxembourg	0,735	0,498	-0,309	0,088	0,586	-0,257	0,061	0,647
Pays-Bas	0,443	0,527	-0,192	0,099	0,626	0,107	0,031	0,657
Pologne	-0,750	0,770	-0,196	0,053	0,823	0,318	0,138	0,961
Portugal	-0,220	0,298	0,144	0,128	0,426	-0,108	0,072	0,499
Slovaquie	-0,741	0,558	-0,427	0,186	0,743	0,345	0,121	0,865
Slovénie	-0,214	0,147	0,004	0,000	0,147	-0,483	0,747	0,895
Espagne	-0,106	0,053	0,338	0,543	0,596	0,100	0,048	0,644
Suède	0,550	0,614	0,169	0,058	0,672	-0,129	0,034	0,705
Royaume-Uni	0,209	0,149	0,049	0,008	0,157	0,355	0,431	0,589