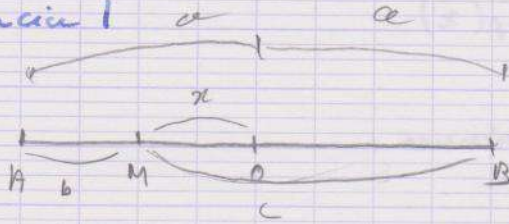


Série 2 Exercice 1



$$V(z) = V_A(b) + V_B(c) \\ = \frac{kq}{b} + \frac{kq}{c}$$

$$b = a - x$$

$$c = a + x$$

$$V(x) = \frac{kq}{a-x} + \frac{kq}{a+x} = kq \left(\frac{1}{a-x} + \frac{1}{a+x} \right)$$

Champs - force $\vec{F} = q\vec{E}$ } $\vec{E} = -\text{grad } V$
 potentiel - énergie $E_p = qV$ } $\vec{F} = -\text{grad } E_p$

$$= kq \left(\frac{2a}{(a-x)(a+x)} \right)$$

$$= kq \left(\frac{2a}{a^2 - x^2} \right)$$

$$E_p(x) = q'V(x) \\ = kq'q \left(\frac{2x}{a^2 - x^2} \right)$$

$$E_p'(x) = kq'q \left(\frac{4ax}{(a^2 - x^2)^2} \right)$$

$$= kq'q = \frac{2x}{(a^2 - x^2)^2}$$

$$E_p'(x=0) = 0$$

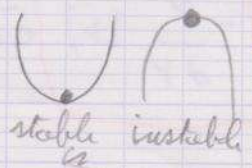
↳ extrême en 0.

$$E_p''(x) = 4kq'q'a \frac{a^4 + 2a^2x^2 - 3x^4}{(a^2 - x^2)^4}$$

$$E_p''(x)|_{x=0} = \frac{4kq'q'a}{a^3}$$

si $q' > 0$ stable

si $q' < 0$ instable.



On dirait 1 fort pour
 passer le 0 puis
 encair pour passer

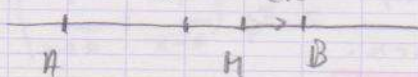
$$4) \vec{F}_e = - \text{grad } E_p(x)$$

Coordonnées cartésiennes.

$$\text{grad} \begin{pmatrix} \partial/\partial x \\ \partial/\partial y \\ \partial/\partial z \end{pmatrix}$$

$$\vec{F}_e = - \frac{\partial}{\partial x} E_p(x) \vec{e}_x$$

$$\vec{F}_e = -k k q q' \frac{ax}{(a^2 - x^2)^2} \vec{e}_x$$



Exercice 2

1 - Champ électrique créé en M.

$$\vec{E}(M) = - \text{grad } V(r)$$

Coordonnées sphériques

$V(r)$ ne dépend que de r
donc $\vec{E}(M)$ ne va dépendre
que de r également.

$$\text{grad} \begin{pmatrix} \partial/\partial r \\ \frac{1}{r} \partial/\partial \theta \\ \frac{1}{r \sin \theta} \partial/\partial \phi \end{pmatrix}$$

$$\vec{E}(M) = \boxed{- \frac{\partial}{\partial r} (V)} \vec{e}_r$$

$\vec{E}(M)$ dirigé suivant $\vec{e}_r$

$$\vec{E}(M) = \frac{\partial}{\partial r} V(r) \vec{e}_r$$

$$\frac{\partial}{\partial r} V(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\partial}{\partial r} \frac{1}{r} = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2}$$

(5)

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[(-1) r^{-2} e^{-r/a_0} + \frac{1}{r} \left(-\frac{1}{a_0} \right) e^{-r/a_0} \right]$$

$$= - \frac{q e^{-r/a_0}}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r^2} + \frac{1}{a_0 r} \right)$$

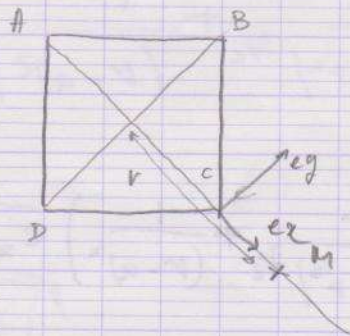
$$\vec{E}(M) = \underbrace{\frac{q e^{-r/a_0}}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r^2} + \frac{1}{a_0 r} \right)}_{>0} \vec{e}_r$$

$\vec{E}(M)$ est dans le $\vec{e}_r$ sens que $\vec{e}_r$ car.

$$e^{-r/a_0} > 0$$

$$\frac{1}{r^2} + \frac{1}{a_0 r} > 0.$$

Exercice 3.



Champs créés par A en M.

$$\vec{E}_{A/B} = \frac{kq}{r^2} \vec{e}_x$$

$$\vec{E}_{A/M} = \frac{kq}{c^2} \vec{e}_x = \frac{kq}{(a+b)^2} \vec{e}_x$$

$$\vec{E}_{B/M} = \frac{kq}{cb^2} \vec{e}_b = \frac{kq}{a^2+b^2} \vec{e}_b$$

$$\vec{E}_{C/M} = \frac{kq}{rc^2} \vec{e}_x = \frac{kq}{(r-a)^2} \vec{e}_x$$

$$\vec{E}_{D/M} = \frac{kq}{a^2+r^2} \vec{e}_d$$

$$\begin{aligned}\vec{E} &= \vec{E}_{A/m} + \vec{E}_{B/m} + \vec{E}_{C/m} + \vec{E}_{D/m} \\ &= \frac{kq}{(a+r)^2} \vec{e}_x + \frac{kq}{a^2+r^2} \vec{e}_b + \frac{kq}{(r-a)^2} \vec{e}_x + \frac{kq}{a^2+r^2} \vec{e}_d\end{aligned}$$

On espère en fonction des valeurs numériques
mais seulement sur la composante $\vec{e}_x$
car sur $\vec{e}_y$ ça va s'annuler car
la figure est symétrique.

$$\begin{aligned}\vec{E}_R &= \frac{kq}{(a+r)^2} \vec{e}_x + \frac{kqr}{(a^2+r^2)^{3/2}} \vec{e}_x + \cancel{E_{C/m}^y \vec{e}_y} \\ &+ \frac{kq}{(r-a)^2} \vec{e}_x + \frac{kqr}{(a^2+r^2)^{3/2}} \vec{e}_x + \cancel{E_{D/m}^y \vec{e}_y}\end{aligned}$$

$$\vec{E}_R = kq \left(\frac{1}{(a+r)^2} + \frac{2r}{(a^2+r^2)^{3/2}} + \frac{1}{(r-a)^2} \right) \vec{e}_x$$

Exercice 3/11

Exercice 3

$$1. \vec{E}_R = kq \left(\frac{1}{(a+r)^2} + \frac{2r}{(a^2+r^2)^{3/2}} + \frac{1}{(r-a)^2} \right) \vec{e}_x$$

$$2. \vec{E} = -\vec{\text{grad}} V \Rightarrow V(r) = -\int dr E^R$$

on veut $E^R = \vec{E} \cdot \vec{e}_x$

$$V(r) = -\int dr \left(kq \left(\frac{1}{(a+r)^2} + \frac{2r}{(a^2+r^2)^{3/2}} + \frac{1}{(r-a)^2} \right) \right)$$

$$\bullet \int dr \frac{1}{(a+r)^2} = -\frac{1}{a+r}$$

$$\bullet \int dr \frac{2r}{(a^2+r^2)^{3/2}} = -\frac{2}{(a^2+r^2)^{1/2}}$$

$$\bullet \int dr \frac{1}{(r-a)^2} = -\frac{1}{r-a}$$

Se souvenez les intégrer

6

Exercice 3 (suite 2)

2 (suite) - Évaluation.

$$V(r) = +kq \left[+\frac{1}{a+r} + \frac{2}{(a^2+r^2)^{1/2}} + \frac{1}{r-a} \right]$$

$$3- r \gg a \quad r+a \sim r$$

$$r^2+a^2 \sim r^2$$

$$\text{Donc } V(r) \sim kq \left[\frac{1}{r} + \frac{2}{r} + \frac{1}{r} \right] = \frac{4kq}{r}$$

Rappel cours

$$\begin{cases} \vec{F} = q\vec{E} \\ \vec{E}_p = qV \end{cases} \quad \vec{E} = -\vec{\text{grad}} V$$

$$\vec{F} = -q\vec{\text{grad}} V_p$$

$$\begin{aligned} \vec{E} &= -\vec{\text{grad}} V(r) \\ &= -\frac{d}{dr} V(r) \vec{e}_r \\ &= -4k \frac{q}{r^2} \vec{e}_r \\ &= -k \frac{4q}{r^2} \vec{e}_r \\ &= -k \frac{Q}{r^2} \vec{e}_r \end{aligned}$$