

TD N°3 : Chaleur et entropie

- 1- Un poisson rouge nage dans un aquarium à 20°C. Pendant un moment, de fait de son métabolisme, le poisson transfère 120 J à l'eau. Quelle variation d'entropie cela entraîne-t-il ?

Solution :

$$\Delta S = \frac{Q}{T} = \frac{120 \text{ J}}{292 \text{ K}} = 0.41 \text{ J/K}$$

- 2- Deux corps de masses égales ($m=50 \text{ g}$), l'un en cuivre l'autre en fer, tous les deux à la même température initiale ($T_i = 10^\circ\text{C}$) reçoivent la même quantité de chaleur ($Q = 600 \text{ cal}$). Le quel de deux atteindra une température finale plus élevée ? pourquoi ? ($C_{Fe} = 0.11 \frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}}$, $C_{Cu} = 0.093 \frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}}$)

Solution :

On calcule à partir de la quantité de chaleur de combustion reçue par chaque métal la température finale :

$$Q_{fer} = m_{fer} C_{fer} (T_f - T_i) \rightarrow T_f = \frac{Q_{fer}}{m_{fer} C_{fer}} + T_i = \frac{600 \text{ cal}}{50 \text{ g} \cdot 0.11 \frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}}} + 10^\circ\text{C} = 119^\circ\text{C}$$

$$Q_{cuivre} = m_{cuivre} C_{cuivre} (T_f - T_i) \rightarrow T_f = \frac{Q_{fer}}{m_{cuivre} C_{Cu}} + T_i = \frac{600 \text{ cal}}{50 \text{ g} \cdot 0.093 \frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}}} + 10^\circ\text{C} = 139^\circ\text{C}$$

Le cuivre, puisque sa capacité calorifique est inférieure il possède une moindre inertie thermique : se réchauffe plus vite.

- 3- Quelle est la quantité de chaleur nécessaire pour convertir 10 g de glace à -20°C en vapeur à 100°C ? ($C_{eau} = 4185 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$, $C_{glace} = 2090 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$, $L_{fusion} = 3.34 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$, $L_{vapor} = 2.25 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$)

Solution :

Calculons la quantité de chaleur pour chaque étape :

I. De -20°C à 0°C : $Q_1 = 0.01 \text{ kg} \cdot 2090 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}} (0 - (-20))^\circ\text{C} = 418 \text{ J}$

II. A 0°C pour liquéfier la glace : $Q_2 = 0.01 \text{ kg} \cdot 3.34 \cdot 10^5 \frac{\text{J}}{\text{kg}} = 3340 \text{ J}$

III. De 0°C à 100°C : $Q_3 = 0.01 \text{ kg} \cdot 4185 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}} (100 - 0)^\circ\text{C} = 4185 \text{ J}$

IV. A 100°C pour évaporer l'eau : $Q_4 = 0.01 \text{ kg} \cdot 2.25 \cdot 10^6 \frac{\text{J}}{\text{kg}} = 22500 \text{ J}$

La chaleur totale nécessaire pour convertir 10 g de glace à -20°C en vapeur à 100°C est :

$$Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = 30460 \text{ J}$$

- 4- On mélange, dans un récipient adiabatique, 1 kg de mercure à 100°C et 40 g de glace à 273 K , sous une pression atmosphérique normale. Toute la glace fond et la température finale est de 0°C . Calculer la chaleur massique du mercure, sachant que la chaleur latente de fusion de la glace est de 334000 J/kg .

Solution :

On calcule la chaleur totale dans le processus de mélange de ces deux substances : comme le système est isolé on a :

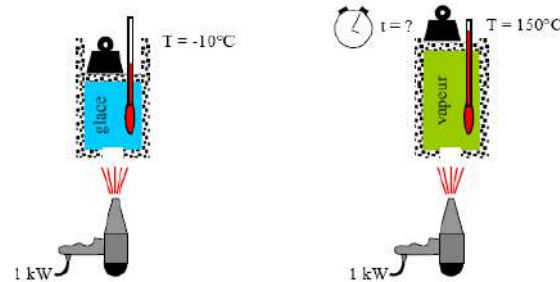
$$Q_{Hg} = -Q_{glace}$$

$$m_{Hg} C_{Hg} (0 - 100)K = -m_{glace} L_{fusion}$$

$$1 \text{ kg } C_{Hg} (-100)K = -0.04 \cdot 3.34 \cdot 10^5 \frac{J}{kg}$$

$$C_{Hg} = \frac{-0.04 \text{ kg } 3.34 \cdot 10^5 \frac{J}{kg}}{1 \text{ kg } (-100)K} = 133.6 \frac{J}{kg K}$$

- 5- On possède 1kg de glace dans une enceinte fermée par un couvercle coulissant. Cette glace est à -10°C . La chaleur latente (massique) de fusion (passage glace $\rightarrow$ liquide) est $L_{fusion} = 333 \frac{kJ}{kg K}$ et la chaleur de vaporisation (passage liquide $\rightarrow$ vapeur) est $L_{vaporisation} = 2257 \frac{kJ}{kg K}$. La capacité calorifique massique de l'eau (sous pression constante) est $C_{glace} = C_{eau} = C_{vapeur} = 4,18 \frac{kJ}{kg K}$



- Quelle est la chaleur totale Q_{tot} à apporter pour changer cette glace en de l'eau à 20°C ?
- On veut obtenir de la vapeur à 150°C sous pression atmosphérique (1 atm), quelle chaleur supplémentaire doit-on fournir ?
- Combien de temps prendrait-il pour réaliser les deux transformations précédentes si l'on disposait d'un dispositif de chauffage de 1 kW de puissance ? Combien de temps aurait pris la simple transformation réalisée en a) ?

Solution :

- a- On calcule la chaleur totale comme l'addition des différentes chaleurs au cours de la transformation, en premier place pour aller de -10°C à 0°C , deuxièmement la chaleur nécessaire pour faire fondre la glace (chaleur latente de fusion) et finalement la quantité nécessaire pour monter jusqu'à 20°C :

$$Q = Q_{-10^\circ \rightarrow 0^\circ} + Q_L + Q_{0^\circ \rightarrow 20^\circ}$$

On remplace par les expressions selon chaque type de chaleur :

$$Q = m C_p \Delta T_{-10^\circ \rightarrow 0^\circ} + m L_{fusion} + m C_p \Delta T_{0^\circ \rightarrow 20^\circ}$$

$$Q = 1 \text{ kg} \times 4,18 \cdot 10^3 \frac{J}{kg K} \times 10 K + 1 \text{ kg} \times 333 \cdot 10^3 \frac{J}{kg K} + 1 \text{ kg} \times 4,18 \cdot 10^3 \frac{J}{kg K} \times 20 K$$

$$\boxed{Q = 458 \text{ kJ}}$$

- b- Pour ce processus notons-nous que d'abord on doit réchauffer l'eau à 100°C pour pouvoir l'évaporer et ensuite chauffer la vapeur à 150°C :

$$Q_{sup} = m C_p \Delta T_{20^\circ \rightarrow 100^\circ} + m L_{vap} + m C_p \Delta T_{100^\circ \rightarrow 150^\circ}$$

$$Q_{sup} = 1 \times 4,18 \cdot 10^3 \frac{J}{kg K} 80 K + 1 \times 2257 \cdot 10^3 \frac{J}{kg K} + 1 \times 4,18 \cdot 10^3 \frac{J}{kg K} 50 K$$

$$\boxed{Q_{sup} = 2,80 \text{ MJ}}$$

- c- La chaleur totale de deux transformations est donc

$$Q_T = Q + Q_{sup} = \boxed{3.26 \text{ MJ}}$$

Si l'on dispose d'une puissance $P = 1 \text{ kW}$, cette énergie est apportée en une durée :

$$\Delta T = \frac{Q}{P} = \frac{3.26 \text{ MJ}}{1 \text{ kW}} = \frac{3.26 \cdot 10^6 \text{ J}}{10^3 \frac{\text{J}}{\text{s}}}$$

$$\Delta T = 3.26 \cdot 10^3 \text{ s} = \boxed{54 \text{ min } 19 \text{ s}}$$

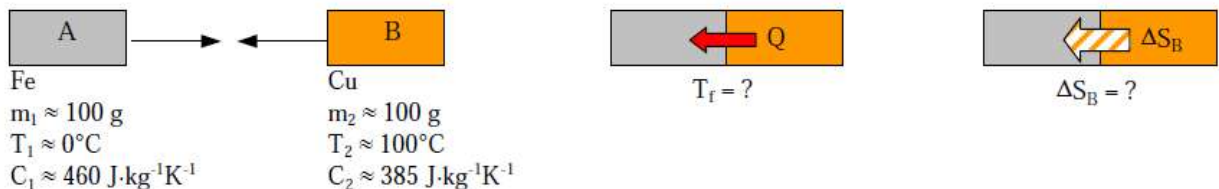
Pour la transformation effectuée en a- (pas de vaporisation), il faudrait :

$$\Delta T = \frac{Q}{P} = \frac{458 \text{ kJ}}{1 \text{ kW}} = \frac{458 \cdot 10^3 \text{ J}}{10^3 \frac{\text{J}}{\text{s}}}$$

$$\Delta T = 458 \text{ s} = \boxed{7 \text{ min } 38 \text{ s}}$$

On voit bien la vaporisation absorbe beaucoup d'énergie et prend en conséquence plus de temps!

- 6- On possède un morceau de fer froid A de masse $m_1 = 100 \text{ g}$ à la température $T_1 = 0^\circ\text{C}$. On le met en contact thermique avec un morceau de cuivre chaud B de masse $m_2 = 100 \text{ g}$ à la température $T_2 = 100^\circ\text{C}$. On donne pour le fer $C_1 = 460 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$ et pour le cuivre $C_2 = 385 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$. Les 2 morceaux A + B forment un système isolé (pas d'échange d'énergie avec l'extérieur).



- a- En appliquant le premier principe relatif au système A + B montrer que $Q_A = -Q_B$, c'est-à-dire que la chaleur perdue par un morceau est intégralement gagnée par l'autre.
« Le premier principe ne nous permet pas de savoir si la chaleur échangée par le corps chaud Q_B est telle que $Q_B > 0$ ou < 0 . Le second principe va nous prouver que $Q_B < 0$ (la chaleur est perdue par le corps le plus chaud). »
- b- Calculer la température finale T_f des 2 corps en équilibre thermique.
- c- Si l'on souhaite réaliser un dissipateur thermique (pour évacuer la chaleur perdue par un composant électronique), a-t-on intérêt à prendre du zinc ($C_{Zn} = 389 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$) ou de l'aluminium ($C_{Al} = 896 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$) ?
- d- Calculer la variation d'entropie ΔS_B du corps chaud. Le corps a-t-il perdu ou reçu de l'entropie ?
- e- Est-ce que la transformation est réversible ?

Solution :

- a- Le premier principe établie pour le système A + B :

$$\Delta U_{A+B} = W_{A+B} + Q_{A+B}$$

Alors, puisque le système n'échange pas d'énergie thermique ou mécanique (les morceaux ne se déforment pas) avec l'extérieur (système isolé) il n'y a pas de variation de l'énergie interne, donc :

$$W_{A+B} = 0 \quad \text{et} \quad Q_{A+B} = 0$$

Comme $Q_{A+B} = Q_A + Q_B = 0$ on a bien $Q_A = -Q_B$

- b- Calculons tout d'abord les quantités de chaleur Q_A et Q_B pour obtenir T_f

$$Q_A = m_1 C_1 (T_f - T_1)$$

$$Q_B = m_2 C_2 (T_f - T_2)$$

En a) on a vu que $Q_A = -Q_B$ donc :

$$m_1 C_1 (T_f - T_1) = -m_2 C_2 (T_f - T_2)$$

On isole donc T_f :

$$T_f = \frac{m_1 C_1 T_1 + m_2 C_2 T_2}{m_1 C_1 + m_2 C_2}$$

$$T_f = \frac{0.1 \text{ kg} \times 460 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \times 273 \text{ K} + 0.1 \text{ kg} \times 385 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \times 373 \text{ K}}{0.1 \text{ kg} \times 460 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} + 0.1 \text{ kg} \times 385 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}}$$

$$T_f = 318.5 \text{ K} = 45^\circ \text{C}$$

C'est le métal qui possède la plus forte capacité thermique (à masses égales) qui "tire" vers lui la température finale de l'ensemble. Avec 2 morceaux de métal identiques on aurait eu $T_f = 50,0^\circ \text{C}$.

- c- Si nous voulons évacuer la chaleur, c'est-à-dire, tirer vers le composant la température, vu ce qu'on a dit avant en b), il vaut mieux prendre de l'aluminium car sa capacité thermique est plus élevée : sa température va moins varier ($\approx$ température ambiante) que celle du morceau de zinc. Noter que les dissipateurs thermiques sont souvent de l'aluminium justement.

- d- Nous allons calculer la variation d'entropie ΔS_B du corps chaud B. On écrit alors :

$$\Delta S_B = \int_{T_2}^{T_f} \frac{\delta Q}{T} = \int_{T_2}^{T_f} \frac{m_2 C_2 dT}{T}$$

$$\Delta S_B = m_2 C_2 \int_{T_2}^{T_f} \frac{dT}{T} = m_2 C_2 \ln\left(\frac{T_f}{T_2}\right)$$

$$\Delta S_B = 0.1 \text{ kg} \times 385 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \times \ln\left(\frac{318.5 \text{ K}}{373 \text{ K}}\right) = -6.07 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

Que signifie qu'il y a une perte d'entropie (le système B s'ordonne)

- e- Pour établir l'irréversibilité de la transformation, il suffit de calculer la variation d'entropie du système ΔS_{A+B} et voir que $\Delta S_{A+B} \neq 0$, plus précisément $\Delta S_{A+B} > 0$ car $A + B$ est un système isolé.

Comme on a calculé ΔS_B en d), il nous reste que calculer ΔS_A :

$$\Delta S_A = \int_{T_1}^{T_f} \frac{\delta Q}{T} = \int_{T_1}^{T_f} \frac{m_1 C_1 dT}{T}$$

$$\Delta S_A = m_1 C_1 \int_{T_1}^{T_f} \frac{dT}{T} = m_1 C_1 \ln\left(\frac{T_f}{T_1}\right)$$

$$\Delta S_A = 0.1 \text{ kg} \times 460 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \times \ln\left(\frac{318.5 \text{ K}}{273 \text{ K}}\right) = 7.09 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

Donc comme $\Delta S_{A+B} = \Delta S_A + \Delta S_B$ on a :

$$\Delta S_{A+B} = 7.09 \frac{\text{J}}{\text{K}} - 6.07 \frac{\text{J}}{\text{K}} = 1.02 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

$$\Delta S_{A+B} > 0$$

Que nous dit que la transformation est irréversible, comme on s'en doutait !

- 7- Pour refroidir 1 litre de jus d'orange pris à 30 °C on introduit une certaine masse de glace à 0°C. On admet qu'il n'y a échange de chaleur qu'entre la glace et le jus de fruit (rien ne se perd vers l'extérieur).

- a- Calculer la masse de glace nécessaire pour que la température finale de l'ensemble soit de 10 °C.
b- Calculer la variation d'entropie du jus d'orange. Analyser le résultat.

$$\rho_{jus\ orange} = 1330 \frac{kg}{m^3}, C_{jus\ orange} = 414 \frac{J}{kg\ K}, C_{eau} = 4.19 \cdot 10^3 \frac{J}{kg\ K} \text{ et } L_{fusion\ glace} = 3.33 \cdot 10^5 \frac{J}{kg}$$

Solution :

- a- Premièrement on calcule la masse de jus d'orange à partir de la masse volumique :

$$\rho_{jus} = \frac{m_{jus}}{V_{jus}} = 1330 \frac{kg}{m^3} = \frac{m_{jus}}{10^{-3} m^3} \rightarrow m_{jus} = 1.33\ kg$$

Ensuite on calcule la chaleur perdue par le jus d'orange au cours de son refroidissement de 30°C à 10°C

$$Q_{jus} = m_{jus} C_{jus} (T_f - T_i) = 1.33\ kg \cdot 414 \frac{J}{kg\ K} (10 - 30)K$$

$$Q_{jus} = -11000\ J = -1.1 \cdot 10^4\ J$$

Pour la masse de glace, elle fond d'abord et puis l'eau provenant de cette fusion passe de 0 °C à 10 °C. Il y a deux processus : le premier un changement d'état de solide vers le liquide et le deuxième un réchauffement de l'eau fondue. On additionne tous les deux :

$$Q_{fusion} = m_{glace} L_f = m_{glace} 333 \cdot 10^3 \frac{J}{kg}$$

$$Q_{échauffement} = m_{glace} C_{glace} (T_f - T_i) = m_{glace} 4.19 \cdot 10^3 \frac{J}{kg\ K} (10 - 0)K = m_{glace} 4.19 \cdot 10^4 \frac{J}{kg}$$

$$Q_{fusion} + Q_{échauffement} = m_{glace} 3.33 \cdot 10^5 \frac{J}{kg} + m_{glace} 4.19 \cdot 10^4 \frac{J}{kg} = m_{glace} 3.749 \cdot 10^5 \frac{J}{kg}$$

Comme il n'y a pas de pertes vers l'extérieur :

$$Q_{jus} + Q_{fusion} + Q_{échauffement} = 0$$

$$Q_{fusion} + Q_{échauffement} = -Q_{jus}$$

$$m_{glace} 3.749 \cdot 10^5 \frac{J}{kg} = 1.1 \cdot 10^4\ J$$

$$m_{glace} = 0.0293\ kg = 30\ g$$

- b- A partir de l'expression d'entropie :

$$\Delta S = \int m C_{jus} dT = m C_{jus} \int \frac{dT}{T} = m C_{jus} \ln \left(\frac{T_f}{T_i} \right) = 1.33\ kg \cdot 414 \frac{J}{kg\ K} \ln \left(\frac{10 + 273}{30 + 273} \right) = \boxed{-37.6 \frac{J}{K}}$$

Le signe négatif de la variation d'entropie confirme un refroidissement du jus d'orange.

- 8- Un morceau de zirconium de 300 g à 200°C est introduit dans une cuve adiabatique remplie d'un demi-litre d'une huile industrielle à 50°C. Le système évolue vers l'équilibre. ($C_{Zr} = 0.27 \frac{kJ}{kg\ K}$, $C_{huile} = 2 \frac{kJ}{kg\ K}$, $\rho_{huile} = 800 \frac{kg}{m^3}$)

- a- Calculer la température d'équilibre atteinte par le système (eau-zirconium)
b- Déterminer la chaleur d'évaporation de l'huile sachant que pour évaporer le 50% de son volume on doit réchauffer ceci pendant une demi-heure avec une résistance de 15 W.
c- Calculer la variation d'entropie pour le morceau de zirconium. Expliquer le résultat obtenu.

- d- Calculer la variation d'entropie si 10 litres d'huile s'évaporant a une température de 180°C. Expliquer le résultat obtenu.

Solution :

Comme le système est adiabatique : $Q_{totale} = Q_{Zr} + Q_{huile} = 0 \rightarrow Q_{Zr} = -Q_{huile}$

La température d'équilibre se calcule comme à partir de la relation $Q_{Zr} = -Q_{huile}$

$$m_{Zr} C_{Zr} (T_e - T_{iZr}) = -m_{huile} C_{huile} (T_e - T_{ihuille})$$

$$T_e = \frac{m_{Zr} C_{Zr} T_{iZr} + m_{huile} C_{huile} T_{ihuille}}{m_{Zr} C_{Zr} + m_{huile} C_{huile}}$$

$$T_e = \frac{0.3 \text{ kg } 0.27 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} 473 \text{ K} + 0.4 \text{ kg } 2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} 323 \text{ K}}{0.3 \text{ kg } 0.27 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} + 0.4 \text{ kg } 2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}} = \boxed{335 \text{ K} = 63^\circ \text{C}}$$

Si la puissance énergétique donnée à l'huile est de 15 W, veut dire que la chaleur donnée au bout d'une demi-heure est de :

$$P = \frac{Q}{\Delta t} \rightarrow Q = P \Delta t = 15 \frac{\text{J}}{\text{s}} 30 \text{ min} = 15 \frac{\text{J}}{\text{s}} 30 \cdot 60 \text{ s} = 27 \text{ kJ}$$

Donc la chaleur d'évaporation se calcule à partir de la relation de chaleur latente, sachant que seulement une 50 % du volume de l'huile s'est évaporée :

$$Q = m L \rightarrow L_{\text{évaporation}} = \frac{Q}{m} = \frac{27 \text{ kJ}}{0.2 \text{ kg}} = \boxed{135 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}}$$

La variation d'entropie pour le zirconium se calcule :

$$\Delta S = m_{Zr} C_{Zr} \ln \left(\frac{T_f}{T_i} \right) = 0.4 \text{ kg } 0.27 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} \ln \left(\frac{335 \text{ K}}{473 \text{ K}} \right) = \boxed{-37.25 \frac{\text{J}}{\text{K}}}$$

Ce résultat explique le refroidissement du morceau de zirconium et le passage vers un état plus ordonné à niveau atomique.

Pour la variation d'entropie dans un processus de changement de phase, comme celui-ci, car il s'agit d'une évaporation, on a :

$$\Delta S = \frac{m_{huile} L_{huile}}{T_{cte}} = \frac{8 \text{ kg } 135 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}}{453 \text{ K}} = \boxed{2.38 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}}$$

Dans ce cas, l'entropie augment de manière considérable puisque on a donné une grande quantité d'énergie à l'huile pour qu'elle puisse évaporer et ainsi désordonner son état a niveau atomique.

- 9- On appelle simplement "univers" le système composé du système étudié et de son extérieur, de cette manière l'univers forme un système isolé (aucune interaction avec un autre système). On possède un morceau d'aluminium froid A de masse $m = 100 \text{ g}$ (système étudié) à la température $T_1 = 10^\circ \text{C}$. On le met en contact thermique avec l'air ambiant B de température $T_2 = 20^\circ \text{C}$ (extérieur du système étudié). On donne pour l'aluminium $C = 896 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$ et on suppose C de l'air ambiant infini.
- Calculer la variation d'entropie ΔS_A du morceau d'aluminium.
 - Calculer la variation d'entropie ΔS_B de l'air ambiant.
 - Déduire la variation d'entropie ΔS_{A+B} de "l'univers" (système isolé). Est-ce que la transformation est réversible ?

Solution :

- a- Si on met en contact l'aluminium avec l'air ambiant, la température finale de celui-ci est celle de l'air (C de l'air infinie, tirer tout la chaleur de l'aluminium !) Donc $T_f = T_2 = 20^\circ\text{C} = 293\text{ K}$
Calculons alors la variation d'entropie pour le morceau de métal :

$$\begin{aligned}\Delta S_A &= \int_{T_1}^{T_2} \frac{\delta Q}{T} = \int_{T_1}^{T_2} \frac{m C dT}{T} \\ \Delta S_A &= m C \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = m C \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) \\ \Delta S_A &= 0.1\text{ kg} \times 896 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \times \ln\left(\frac{293\text{ K}}{283\text{ K}}\right) = 3.11 \frac{\text{J}}{\text{K}}\end{aligned}$$

- b- Pour calculer l'entropie de l'air ambiant on utilise simplement :

$$\Delta S_B = \frac{Q_B}{T_2}$$

Car B (l'air ambiant est en ce cas un thermostat). Et on a $Q_B + Q_A = 0$ car le système $A + B$ est isolé donc
 $Q_B = -Q_A$

$$\Delta S_B = -\frac{Q_A}{T_2} \quad \text{où} \quad Q_A = m C (T_f - T_1)$$

Donc

$$\begin{aligned}\Delta S_B &= -\frac{m C (T_f - T_1)}{T_2} \\ \Delta S_B &= -\frac{0.1\text{ kg} \times 896 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} (293\text{ K} - 283\text{ K})}{293\text{ K}} = -3.06 \frac{\text{J}}{\text{K}}\end{aligned}$$

- c- La variation totale d'entropie du système $A + B$ est directe car $\Delta S_{A+B} = \Delta S_A + \Delta S_B$

$$\Delta S_{A+B} = 3.11 \frac{\text{J}}{\text{K}} - 3.06 \frac{\text{J}}{\text{K}} = 0.05 \frac{\text{J}}{\text{K}} > 0$$

Que démontre l'irréversibilité de la transformation.