

Correction Exercice 2 TD 7 :

①

1) quelle est la probabilité pour que l'un d'entre-nous ait un groupe A, O, B ou AB? probabilité d'avoir un rhésus $\oplus$ ou $\ominus$?

	O	A	B	AB
Rh ⁺	37%	38,1%	6,2%	2,8%
Rh ⁻	7%	7,2%	1,2%	0,5%

$$a) P(A) = P(A_+) + P(A_-) = 0,453 = 45,3\%$$

$$P(O) = P(O_+) + P(O_-) = 0,440 = 44,0\%$$

$$P(B) = P(B_+) + P(B_-) = 0,074 = 7,4\%$$

$$P(AB) = P(AB_+) + P(AB_-) = 0,033 = 3,3\%$$

$$b) P(Rh_+) = P(A_+) + P(B_+) + P(O_+) + P(AB_+) = 0,841 = 84,1\%$$

$$P(Rh_-) = P(A_-) + P(B_-) + P(O_-) + P(AB_-) = 0,159 = 15,9\%$$

c) Si quelqu'un a un facteur Rhésus $\oplus$, la probabilité de son groupe sanguin est:

$$P(O | Rh_+) = \frac{P(O_+)}{P(Rh_+)} = \frac{37}{84,1} = 0,440$$

$$P(A | Rh_+) = \frac{P(A_+)}{P(Rh_+)} = 0,453 = \frac{38,1}{84,1}$$

$$P(B | Rh_+) = \frac{P(B_+)}{P(Rh_+)} = 0,074 = \frac{6,2}{84,1}$$

$$P(AB | Rh_+) = \frac{P(AB_+)}{P(Rh_+)} = 0,033 = \frac{2,8}{84,1}$$

$\Rightarrow$ le groupe sanguin le plus probable est le $\textcircled{A}$.

Est-ce que les groupes sanguins (G) et Rhésus (Rh) indépendants?

→ pour cela il faut comparer $P(G \cap Rh)$ et $P(G) \times P(Rh)$ $\downarrow$ proba conjointe.

ex: $P(A) = 45,3\%$ $\rightarrow P(A) \times P(Rh+) = 38,1\%$
 $P(Rh+) = 84,1\%$ $\parallel$
 $P(A \cap Rh+)$

Conclusion: ils sont indépendants.

2) Coder ensemble le système ABO et le système Rhésus nécessite de concevoir un code pour un alphabet de 8 symboles.

A+	0,381	0	1	0	0	0	0	1 ^{er} bloc
O+	0,370	1	0	0	0	0	0	2 ^{ème} bloc
A-	0,072	1	1	0	0	0	0	3 ^{ème} bloc + différenciation
O-	0,070	1	1	0	1	0	0	4 ^{ème} bloc
B+	0,062	1	1	1	0	0	0	5 ^{ème} bloc
AB+	0,028	1	1	1	1	0	0	
B-	0,012	1	1	1	1	1	0	
AB-	0,005	1	1	1	1	1	1	différenciation

$$\Rightarrow L = 0,381 + 0,370 \times 2 + 0,072 \times 4 + 0,070 \times 4 + 0,062 \times 4 + 0,028 \times 5 + 0,012 \times 6 + 0,005 \times 6$$

$$\Rightarrow L \approx 2,18 \text{ bits/personne}$$

l'autre solution consiste à coder séparément le système ABO et Rhésus.

(2)

A	0,453	0	← 1 ^{er} bloc
O	0,440	1	← 2 ^{ème} bloc
B	0,074	1	← 3 ^{ème} bloc
AB	0,033	1	← 3 ^{ème} bloc
		1	← 1 ^{er} bloc
		1	← 2 ^{ème} bloc
		1	← 3 ^{ème} bloc

$$\begin{array}{r} + \begin{array}{c|c} 0,841 & 0 \\ \hline 0,159 & 1 \end{array} \\ - \end{array}$$

le système ABO nécessite alors:

$$L' = 0,453 + 0,440 \times 2 + 0,074 \times 3 + 0,033 \times 3$$

$$L' = 1,65 \text{ bits/patient.}$$

et le système Rhésus : 1 bit/patient.

$$\text{soit au total } L_{\text{tot}} = 1,65 + 1 = 2,65 \text{ bits/patient}$$

Conclusion: Il est plus intéressant de coder ensemble les systèmes ABO et Rhésus plutôt que séparément.

Cette différence est due au codage du système

Rhésus qui nécessite 1 bit/patient alors que son

$$\text{entropie n'est que de } \left[H(x) = - (0,841 \log_2 0,841 + 0,159 \log_2 0,159) = 0,83 \right. \\ \left. \text{sh/symbols} \right]$$