

TD 8 : Codage de Huffman.

①

Exercice 1 :

1) 0 10 11 → code instantané réversible) voir notions dans cours
→ peut être obtenu par la méthode de Huffman.

ex: si l'on attribue les probabilités suivantes aux symboles: 0,6; 0,3; 0,1

0,6	0	0,6	0
0,3	10	0,4	1
0,1	11		

2) 00 01 10 110 → instantané réversible (code compact).

→ celui-ci ne peut être obtenu par la méthode d'Huffman. En effet, la plus grande longueur de code (ici 110) est attribuée par paire de codes. D'autre part, dans la méthode d'Huffman, le 1er code n'a qu'1 bit (0 ou 1) ici ce n'est pas le cas.

3) 01 10 → instantané réversible

→ ne peut pas être obtenu par la méthode d'Huffman car le code obtenu pour 2 symboles est 0 et 1.

4) 0 10 110 011 $\rightarrow$ instantané non réversible
 $\hookrightarrow$ pas possible par la méthode
 de Huffman à cause du
011)

Exercice 2 :

e_1	0,5	1	0,5	1	0,5	0
e_2	0,25	0 1	0,25	0 0	0,5	1
e_3	0,125	0 0 0	0,25	0 1		
e_4	0,125	0 0 1				

$\leftarrow$ on remonte le code.

Longueur moyenne du code :

$$L = 0,5 + 0,25 \times 2 + 0,125 \times 6 = 1,75 \text{ codes/symboles}$$

Redondance : $R = 1 - \frac{H(X)}{L}$

$$H(X) = -0,5 \log_2 0,5 - 0,25 \log_2 0,25 - 2 \times 0,125 \log_2 0,125$$

$$H(X) = -0,5(\log_2 1 - \log_2 2) - 0,25(\log_2 1 - \log_2 4) - 0,25(\log_2 1 - \log_2 8)$$

$$= 0,5 + 0,5 + 0,75 = 1,75 \text{ sh/symbole}$$

$$\rightarrow R = 1 - \frac{1,75}{1,75} = 0\%$$

Exercice 3 :

(2)

1. Codage de Shannon-Fano.

e_1	0,4	0	0
e_2	0,2	0	1
e_3	0,15	1	0
e_4	0,15	1	1
e_5	0,1	1	1

Longueur moyenne du code :

$$L_1 = \sum_k P_k l_k = 0,4 \times 2 + 0,2 \times 2 + 0,15 \times 2 + 0,15 \times 3 + 0,1 \times 3$$

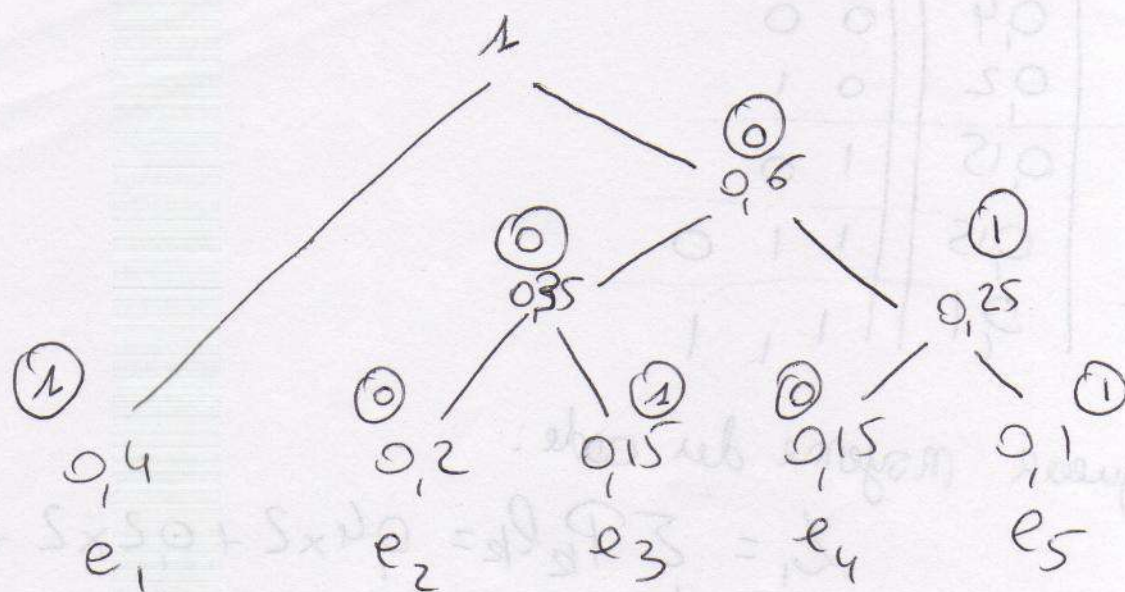
$$\rightarrow L_1 = \underline{2,25 \text{ codes/symbs}}$$

2). $\pi = 2$ (canal binaire).

probas soulignées
= somme encadrée

e_1	0,4	1	0,4	1	0,4	1	0,6
e_2	0,2	0 0 0	<u>0,25</u>	0 1	<u>0,35</u>	0 0	<u>0,4</u>
e_3	0,15	0 0 1	<u>0,2</u>	0 0 0	<u>0,25</u>	0 1	↓
e_4	0,15	0 1 0	<u>0,15</u>	0 0 1	1		fin.
e_5	0,1	0 1 1					

Autre méthode: l'Arbre.



$e_1: 1$

$e_2: 000$

$e_3: 001$

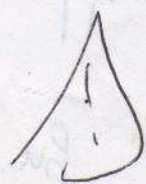
$e_4: 010$

$e_5: 011$

longueur moyenne du
code:

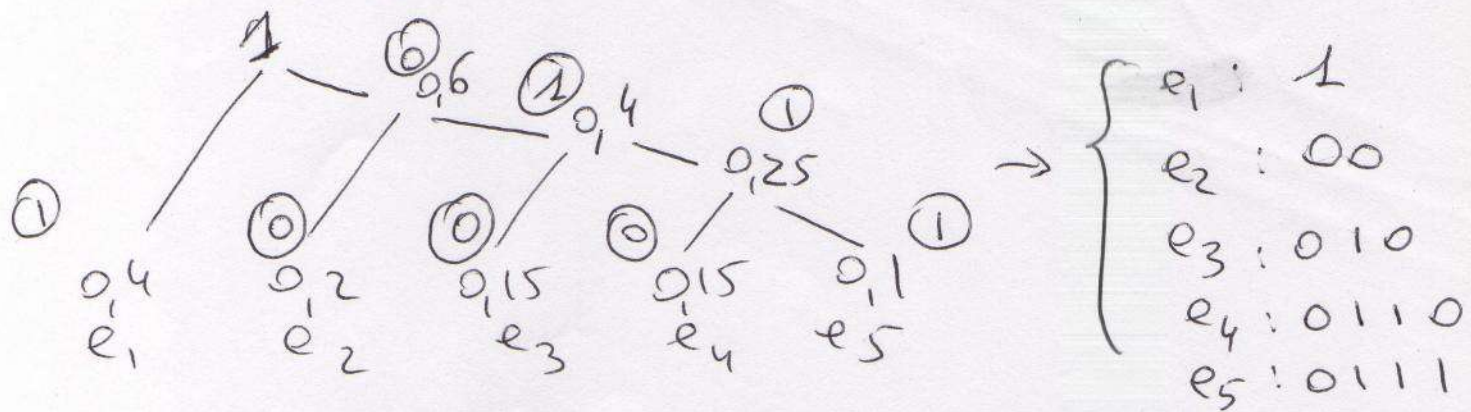
$$L_2 = 1 \times 0,4 + 0,2 \times 3 + 0,15 \times 3 + 0,15 \times 3 + 0,1 \times 3$$

$$\rightarrow L_2 = 2,2 \text{ codes/symb.}$$



Il faut que le code soit réversible (on ne peut pas avoir par exemple 11 pour e_2) et le plus compact possible.

Exemple : avec l'arbre on pourrait obtenir le code suivant: (3)



→ ce code n'est pas le plus compact car

$$L_2' = 1 \times 0,4 + 0,2 \times 2 + 0,15 \times 3 + 0,15 \times 4 + 0,1 \times 4$$

$$\rightarrow L_2' = 2,25 \text{ codes/symb} > L_2$$

Conclusion : le gain obtenu avec le code d'Huffman (par rapport à Shannon - Fano) peut-être mineur devant l'augmentation de la complexité de l'algorithme de codage / décodage (et la difficulté de trouver un code le plus compact possible) → en résumé, dans ces cas, on recommande d'utiliser le codage de Shannon-Fano.

Redondance. $R = 1 - \frac{H(X)}{L_2}$

$$H(X) = -0,4 \log_2(0,4) - 0,2 \log_2(0,2) - 2 \times 0,15 \log_2(0,15) - 0,1 \log_2(0,1)$$

$$H(X) = 2,1 \text{ sh/symb.}$$

$$R = 1 - \frac{2,1}{2,2} = 0,05 \rightarrow \boxed{5\%}$$

Code Huffman

[illegible]