

Mai 2016

L2, DE Maths pour Info

DE : Mathématiques pour l'informatique

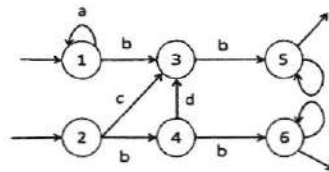
Sans documents, sans calculatrice. Tout raisonnement doit être explicité.

Prière de ne pas utiliser l'encre rouge, de ne pas écrire en caractère microscopiques, et de laisser les marges d'au moins 2 cm autour du texte pour la correction.

Exercice 1.

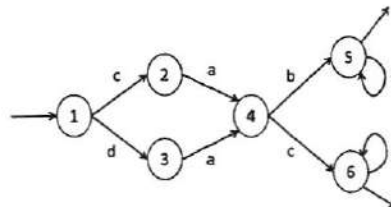
 Construire, en respectant à la lettre les règles données en cours, l'automate asynchrone dont le langage est donné par l'expression rationnelle suivante : $(a+b)^*c^* + b^*c$

Exercice 2. Déterminer l'AF suivant :



Résultat sous forme de table de transition, avec identification des états de l'AFD en fonction de ceux de l'AF.

Exercice 3. Minimiser l'AFD suivant :



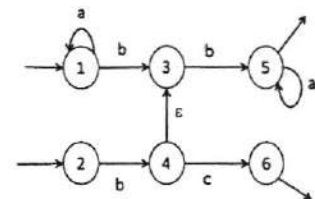
Résultat : les partitions successives et les tables de transitions correspondantes doivent être explicitement données. L'automate minimal doit être fourni sous forme d'un schéma dans lequel les états sont nommés avec les parties (groupes) déterminées lors de la minimisation.

Exercice 4. Obtenir sous forme d'une expression rationnelle le langage de l'automate ci-contre :

Vous pouvez utiliser :

- Soit la méthode d'élimination des états,
- Soit la méthode de l'arrivée, avec les équations.

Quelle que soit la méthode utilisée, toutes les étapes intermédiaires doivent apparaître dans votre réponse.



Exercice 5. Obtenir un AF dont le langage est le complément du langage de l'AF suivant :

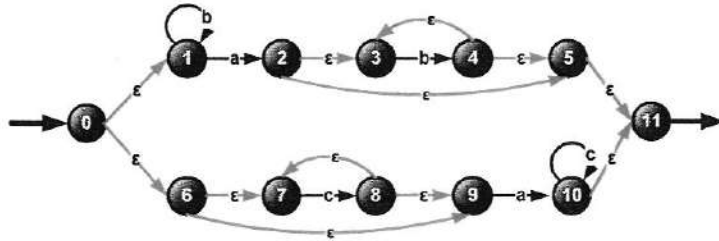
	a	b	
E/S	1	2	3
S	2	--	--
S	3	2	4
S	4	2	--

Résultat : sous forme d'une table de transitions avec les entrées et les sorties indiquées, ou sous forme d'un schéma avec les entrées et les sorties indiquées, ou les deux.

Mai 2016

L2, DE Maths pour Info

Exercice 6. Déterminer l'automate asynchrone suivant :



Résultat : sous forme d'une table de transitions avec les entrées et les sorties indiquées, ou sous forme d'un schéma avec les entrées et les sorties indiquées, ou les deux. Vous devez absolument suivre scrupuleusement l'algorithme de détermination d'un automate asynchrone : il est interdit de faire une simplification plus ou moins intuitive de l'automate. Si vous utilisez des ϵ -clôtures, vous devez fournir une « table de traduction », où le contenu de chaque ϵ -clôture figurant dans la table de détermination est explicité. N'oubliez pas que tout automate où même une entrée ou sortie est incorrecte, est incorrect.

Exercice 7. Construire un AF sur l'alphabet $\{a,b\}$ reconnaissant le langage dont les mots commencent par un nombre paire (y compris 0) de 'ab' suivis d'un nombre impaire de 'bc'. Par exemple, les mots 'bc', 'bcbcbc', 'ababbc', 'ababbcbbc' appartiennent au langage, tandis que les mots 'bcbc', 'ab', 'abbc', 'bcabab' etc., non.

8. Questions de cours :

- a) Soit un automate déterministe complet non minimal A. Pour obtenir l'automate déterministe complet minimal reconnaissant le langage complémentaire à celui reconnu par A, doit-on (choisir la réponse correcte)
- Minimiser A d'abord et puis effectuer l'opération $T \leftrightarrow NT$ (transformer chaque état terminal en état non terminal, et chaque état non terminal, en état terminal)
 - Ou effectuer l'opération $T \leftrightarrow NT$ sur A d'abord et minimiser l'automate obtenu
 - Ou bien on obtient la même chose dans les deux cas ?

b) Quel est l'automate minimal équivalent à l'automate suivant :

	état	a	b	c	d
E/S	0	1	2	3	0
S	1	2	3	0	1
S	2	3	0	1	2
S	3	0	1	2	3

Donner une réponse immédiate, sans effectuer la procédure de minimisation par des partitions successives mais avec une explication !

- c) Démontrer que si on a trois entiers relatifs non nuls, a , b et c tels que a divise le produit bc et que a et b sont premiers entre eux alors a divise c . (Théorème de Gauss)