

MÉCANIQUE QUANTIQUE

np ①

Quanta de Planck: $E_{\text{photon}} = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \text{ (5)} = \frac{hc}{\lambda_e \text{ (ev)}} = \hbar \sqrt{\frac{k}{\mu}}$

Relation de Planck et Einstein: $E_e = h\nu - W$
 $h\nu = \Delta E = E_i - E_f$ ^{↑ w d'excitation matériel}

Impulsion $p = mv$ (particule) $= \hbar k$ (onde de De Broglie) $= \frac{h\nu}{c}$
 $E = p.c$ (sem)

Longueur d'onde $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{c}{\nu} = \frac{2\pi}{k} = \frac{2a}{n}$
 = période spatiale BROGLIE

Énergie cinétique $E_c = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m}$ ^{classique} ← quantique

Combinaison $\frac{n}{2d \sin \theta} = \frac{p}{h}$; $p = \sqrt{2mE_c}$

Loi de Bragg (diffraction rayons X): $2d \sin \theta = n\lambda$

$L = mvr = n \frac{h}{2\pi}$

$V = \int F \cdot dr = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dr}{r^2}$

$\frac{E_0}{hc} = R$ [↑] _{cte de Rydberg}

Nombre d'ondes $k = \frac{2\pi}{\lambda} \text{ (m}^{-1}\text{)} = \frac{2\pi}{h} p = \frac{p}{\hbar} = \frac{\pi n}{a}$; $k = \frac{h}{\hbar a}$

Vitesse de phase $v = \frac{\omega}{k}$

Forme onde plane $f(x) = A e^{i(kx - \omega t)} = \Psi_{\text{in}}(x, t)$; $\omega = \sqrt{\frac{\hbar}{m}} = \frac{E}{\hbar} = \frac{\hbar k^2}{2m}$

Fonction d'onde $\Psi(\vec{r}, t) = A e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)} = A e^{i/\hbar(\vec{p}\vec{r} - Et)}$
 $\Psi_{\text{out}}(x, t) = \Psi_A - \Psi_B$

Proba:

- présence d'une particule $P = \int_{-\infty}^{\infty} dP = \int_{-\infty}^{\infty} |\Psi|^2 dV$ (=1 ⇒ normalisée)

- α_n : $P(\alpha_n) = |C_n|^2$; si dégénéré $= \sum_{k=1}^g |C_{n,k}|^2$

Ampli de proba: $\phi \rightarrow P = |\phi|^2$

Interférence: $\phi = \phi_1 + \phi_2$ et $P = |\phi_1 + \phi_2|^2$

Opérateur énergie $\hat{E} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} = \frac{-\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V = \hat{H}$ opérateur hamiltonien (nq 2)

$\hat{p} = i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$
 $\rightarrow$ Equation de Schrödinger: $\hat{H}\Psi = \hat{E}\Psi$ ou $\hat{H}\phi = \hat{E}\phi$ (état stationnaire)
 car $\Psi = \phi e^{-i\omega t}$

Condition de normalisation: $\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi|^2 dx = 1$ (principe de superposition)

Produit scalaire entre fct complexes: $\langle \Psi | \phi \rangle = \int \Psi^* \cdot \phi \cdot dx$; si $\perp = 0$.

Principe de correspondance:

- position $\vec{r}(x, y, z) \rightarrow \hat{r}\Psi = \vec{r}\Psi$
- impulsion $\vec{p} \rightarrow \hat{p}\Psi = -i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial x} = \hbar k \Psi$
- énergie $E \rightarrow \hat{E}\Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = E\Psi = \hbar \omega \Psi$
- hamiltonien $H = E_c + V \rightarrow \hat{H}\Psi = \left(\frac{-\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V \right) \Psi = \left(\frac{p^2}{2m} + V \right) \Psi$

Valeurs moyennes:

- position $\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi^* x \Psi \cdot dx = \int_{-\infty}^{\infty} x |\Psi|^2 dx$
- impulsion $\langle p \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi^* \left(i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial x} \right) \cdot dx$
- énergie $\langle E \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi^* \hat{H} \Psi \cdot dx = E$; $\langle E^2 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi^* H^2 \Psi \cdot dx = E^2$

Paquet d'onde = superposition ondes planes: $\Psi(x, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \underbrace{\phi(k)}_{\substack{\text{état} \\ \text{distribution de } k}} \cdot e^{i(kx - \omega t)} \cdot dk$
 = transformée de Fourier sur l'ens $\phi(k)$

$$\Psi(x, 0) = \frac{\phi(k)}{\sqrt{2\pi}} e^{ikx} \left[1 + \cos \Delta k x \right] \quad \begin{matrix} k_0 + \Delta k \\ k_0 - \Delta k \end{matrix}$$

$$\text{Solution: } \begin{cases} E = \frac{p^2}{2m} \text{ (particule)} \\ E = \hbar \omega \text{ (onde)} \end{cases}$$

Principe d'incertitude de Heisenberg

$$\left. \begin{aligned} \Delta x &= \frac{2\pi}{\Delta k} \\ \Delta p &= \hbar \Delta k \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta x \Delta p = 2\pi \hbar = h \gg \frac{h}{2}$$

$$\Delta E = \frac{\Delta p \Delta p}{\Delta t} \Rightarrow \Delta E \Delta t \gg \frac{h}{2} ; \Delta t = \tau = \text{durée vie état excité}$$

Incertainde : $\Delta E = \sqrt{\langle E^2 \rangle - \langle E \rangle^2}$

Si $V = \text{cste}$:

- $E < V_0$: $\phi(x) = A e^{\beta x} + B e^{-\beta x}$; $\beta = \frac{\sqrt{2m(V_0 - E)}}{\hbar}$
onde évanescente $e^{\pm \beta x}$

- $E > V_0$: $\phi(x) = A e^{ikx} + B e^{-ikx}$; $k = \frac{\sqrt{2m(E - V_0)}}{\hbar} = \text{vecteur d'onde}$
onde plane progressive $e^{\pm ikx}$

- $E = V_0$: $\phi(x) = A x + B$

Speckres d' E discrets (état stationnaire, puits pot ∞) : $E_n = \frac{\hbar^2 \pi^2 n^2}{2ma^2}$

Etats propres associés $\phi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right)$

Equation du mouvement $\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$
 $\uparrow$
accélération
particule

Energie potentielle $E_{pp} = \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 x^2$
classique $\rightarrow$ $\leftarrow$ quantique

Masses réduite $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \Rightarrow E_c = \frac{p^2}{2\mu}$

Energies permises $E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega$

Effet tunnel = barrière potentiel : $V = \begin{cases} V_0 & \text{pour } x \in [0, a] \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$

de largeur a : Proba de trans $T = \left| \frac{A_3}{A_1} \right|^2 = \frac{16E(V_0 - E)}{V_0^2} e^{-2 \frac{\sqrt{2m(V_0 - E)}}{\hbar} a}$

Coef de réflexion $R = \left| \frac{B_1}{A_1} \right|^2$

Rapport gyromagnétique $\gamma_0 = \frac{q}{2m}$

no ④.

$\vec{\mu} = \gamma_0 \vec{L}$
 moment mag. moment cinétique

$\mu^{\text{spin}} = 2\mu^{\text{orbit}}$

$W_{\pi} = g\mu_B B m_j$