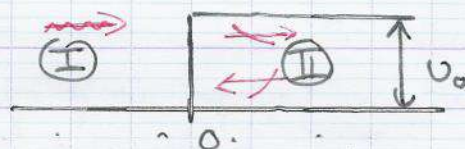


Physique Quantique TAI

TAI n° 11



1) Équation Schrödinger :

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} \Phi(x) + V(x) \Phi(x) = E \Phi(x)$$

① Pour la région ① le potentiel est nul

$$\rightarrow -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} \Phi(x) = E \Phi(x)$$

Opérateur Hamiltonien

L'expression générale des fonctions d'ondes électroniques stationnaires physiquement acceptable dans ① est :

$$\Phi_I(x) = A_1 e^{ikx} + B_1 e^{-ikx}$$

$$\text{Vu que } E > U_0 \text{ (} U_0 = 0 \text{ dans ①)} \Rightarrow k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$$

cas d'une particule libre

② Pour la région ② le potentiel est égal à U_0

$$\rightarrow -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} \Phi(x) + V(x) \Phi(x) = E \Phi(x)$$

$$\rightarrow -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} \Phi(x) = (E - U_0) \Phi(x)$$

L'exp. gen. des fct d'ondes élec. st. p accep. dans ② est :

$$\Phi_{II}(x) = A_2 e^{\beta x} + B_2 e^{-\beta x}$$

Or $E < U_0$ donc les ondes sont "évanescentes" :

$$\text{On a } \beta = \frac{\sqrt{2m(U_0 - E)}}{\hbar}$$

2) Pour que le modèle soit satisfaisant on veut que $\Phi_I(x) = \Phi_{II}(x)$ en $x=0$

Ce qui implique $\begin{cases} \Phi(x) \text{ continue} \\ \frac{d\Phi}{dx} \text{ continue} \end{cases}$

$$\frac{d\Phi_I}{dx} = ik A_1 e^{ikx} - ik B_1 e^{-ikx}$$

$$\frac{d\Phi_{II}}{dx} = \beta A_2 e^{\beta x} - \beta B_2 e^{-\beta x}$$

Continuité pour $x=0$:

$$\Phi \rightarrow A_1 + B_1 = A_2 + B_2 \quad (L_1)$$

$$\Phi' \rightarrow ik A_1 - ik B_1 = \beta A_2 - \beta B_2 \quad (L_2)$$

+ Tard

Probabilité de transmission : $E < U_0$ donc en classique rien ne passe donc et les électrons sont réfléchis donc $A_1 = B_1$

$$\text{d'où } R = \left| \frac{B_1}{A_1} \right|^2 = 1$$

$$\text{ou } R + T = 1 \text{ donc } T = 0$$

En mécanique classique $T=0$ (rien ne passe) :

Tout est réfléchi.

TROUVER

CALCULER

B_1 et A_1
avec les
équations.

3) Calcul de A_1 en fonction de B_2

$$ik L_1 + L_2 \Rightarrow 2 ik A_1 = (ik + \beta) A_2 + (ik - \beta) B_2$$

Si barrière épaisse (rien ne passe) $A_2 \rightarrow 0$
Donc pas d'onde retour.

$$\Rightarrow 2 i k A_1 = (i k - \beta) B_2 \text{ d'où } B_2 = \frac{2 i k}{i k - \beta} A_1$$

Donc le milieu II

Rappel: B_2 représente le passage d'une onde au travers de la barrière de potentiel.

La probabilité de présence des électrons dans le milieu II est donc

$$\left| \frac{B_2}{A_1} \right|^2 = \left(\frac{2 i k}{i k - \beta} \right)^2$$

En remplaçant par les valeurs de k et β en fct de 1)

$$\left| \frac{B_2}{A_1} \right|^2 = \left(\frac{2 i \frac{\sqrt{2 m E}}{\hbar}}{i \frac{\sqrt{2 m E}}{\hbar} - \frac{\sqrt{2 m (U_0 - E)}}{\hbar}} \right)^2$$

$$\left| \frac{B_2}{A_1} \right|^2 = \frac{-4 \frac{2 m E}{\hbar^2}}{-\frac{2 m E}{\hbar^2} + \frac{2 m (U_0 - E)}{\hbar^2}} \dots ?$$

$$= \frac{4 \frac{2 m E}{\hbar^2}}{\frac{2 m (U_0 - E)}{\hbar^2} - \frac{2 m E}{\hbar^2}}$$