



## Exercice 2

1)  $E_1 = E_2 + E_e$

$$m\nu_j \text{impulsion 1} + m\nu_j \text{electron 1} = m\nu_j \text{impulsion 2} + m\nu_j \text{electron 2}$$

$$E_1 + \sqrt{p_1^2 c^2 + m_e^2 c^4} = E_2 + \sqrt{p_e^2 c^2 + m_e^2 c^4}$$

Or  $p_{\text{incident}} = 0$  et  $p_{\text{final}} = p_e$

Et  $\nu m_j = p \cdot c$

D'où :  $p_1 c + m_e c^2 = p_2 c + \sqrt{p_e^2 c^2 + m_e^2 c^4}$

Sur  $Ox$  :  $p_1 = p_2 \cos \theta + p_e \cos \varphi$

Sur  $Oy$  :  $0 = p_2 \sin \theta + p_e \sin \varphi$

2) Nous avons :

$$\begin{cases} p_e \cos \varphi = \frac{h\nu_1}{c} - \frac{h\nu_2}{c} \cos \theta = \frac{h}{c} (\nu_1 - \nu_2 \cos \theta) \\ p_e \sin \varphi = -\frac{h\nu_2}{c} \sin \theta \end{cases}$$

car on a :

$$\begin{cases} p_e^2 \cos^2 \varphi = \left(\frac{h}{c}\right)^2 (\nu_1 - \nu_2 \cos \theta)^2 \\ p_e^2 \sin^2 \varphi = \left(-\frac{h\nu_2}{c} \sin \theta\right)^2 \end{cases} \quad \begin{matrix} = 1 \\ (a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab \end{matrix}$$

$$+ p_e^2 (\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi) = \left(\frac{h}{c}\right)^2 (\nu_1 - \nu_2 \cos \theta)^2 + \left(\frac{h\nu_2}{c} \sin \theta\right)^2$$

on multiplie par  $c^2$  :

$$p_e^2 c^2 = h^2 (\nu_1^2 + \nu_2^2 \cos^2 \theta - 2\nu_1 \nu_2 \cos \theta) + h^2 \nu_2^2 \sin^2 \theta$$

$$\begin{aligned} p_e^2 c^2 &= h^2 (\nu_1^2 + \nu_2^2 \cos^2 \theta - 2\nu_1 \nu_2 \cos \theta + \nu_2^2 \sin^2 \theta) \\ &= h^2 (\nu_1^2 + \nu_2^2 (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) - 2\nu_1 \nu_2 \cos \theta) \\ &= h^2 (\nu_1^2 + \nu_2^2 - 2\nu_1 \nu_2 \cos \theta) \end{aligned}$$

$$\boxed{p_e^2 c^2 = h^2 (\nu_1^2 + \nu_2^2) - 2 h^2 \nu_1 \nu_2 \cos \theta}$$

# TAI physique quantique

TAI n°2 Bq en pdf page 35 ex 2.4

2) Equation de conservation de l'énergie

$$p_1 = p_2 + p_e$$

$$\frac{h\nu_1}{c} = \frac{h\nu_2}{c} + \frac{h\nu_e}{c}$$

On projette selon les axes :

AV choc

AP choc

$$(x) \quad \frac{h\nu_1}{c} = \frac{h\nu_2}{c} \cos \theta + \frac{h\nu_e}{c} \cos \varphi$$

$$(y) \quad 0 = \frac{h\nu_2}{c} \sin \theta + \frac{h\nu_e}{c} \sin \varphi$$

$$2) \quad p_e c = \left( \frac{h\nu_e}{c} \cos \varphi - \frac{h\nu_e}{c} \sin \varphi \right) c$$

$$p_e = \cancel{\frac{h\nu_e}{c}} \frac{h\nu_2}{c} - \frac{h\nu_2}{c} \cos \theta + \frac{h\nu_2}{c} \sin \theta$$

$$p_e c = h(\nu_2 - \nu_2) \cos \theta + h\nu_2 \sin \theta$$

$$\begin{aligned} p_e^2 c^2 &= (h(\nu_2 - \nu_2) \cos \theta)^2 + (h\nu_2 \sin \theta)^2 \\ &= h^2(\nu_2 - \nu_2)^2 \cos^2 \theta + h^2 \nu_2^2 \sin^2 \theta \\ &= h^2(\nu_1^2 + \nu_2^2 - 2\nu_1 \nu_2) \cos^2 \theta + h^2 \nu_2^2 \sin^2 \theta \\ &= h^2(\nu_1^2 + \nu_2^2) \cos^2 \theta - 2h^2 \nu_1 \nu_2 \cos^2 \theta + h^2 \nu_2^2 \sin^2 \theta \end{aligned}$$

$$2) p_e = p_1 - p_2$$

$$\frac{h\nu_e}{c} \cos \varphi + \frac{h\nu_e}{c} \sin \varphi = \frac{h\nu_1}{c} - \frac{h\nu_2 \cos \theta}{c} - \frac{h\nu_2 \sin \theta}{c}$$

$$\left( \frac{h\nu_e}{c} \cos \varphi + \frac{h\nu_e}{c} \sin \varphi \right)^2 = \left( \frac{h\nu_1}{c} - \frac{h\nu_2 \cos \theta}{c} - \frac{h\nu_2 \sin \theta}{c} \right)^2$$

$$p_e^2 = \left( \frac{h\nu_1}{c} \right)^2 + \left( \frac{h\nu_2 \cos \theta}{c} - \frac{h\nu_2 \sin \theta}{c} \right)^2 + 2 \left( \frac{h\nu_1}{c} \times \left( \frac{h\nu_2 \cos \theta}{c} - \frac{h\nu_2 \sin \theta}{c} \right) \right)$$

$$p_e^2 = \left( \frac{h\nu_1}{c} \right)^2 + \left( \frac{h\nu_2}{c} (\cos \theta + \sin \theta) \right)^2 - 2 \left( \frac{h\nu_1}{c} \times \frac{h\nu_2}{c} \right) \cos \theta$$

$$\triangle - 2 \left( \frac{h\nu_1}{c} \times \frac{h\nu_2}{c} \right) \sin \theta$$

$$p_e^2 = \left( \frac{h\nu_1}{c} \right)^2 + \left( \frac{h\nu_2}{c} \right)^2 - 2 \left( \frac{h\nu_1}{c} \times \frac{h\nu_2}{c} \right) \cos \theta$$

O car  $\frac{h\nu_1}{c}$  n'a pas de composante en Oy

$$p_e^2 c^2 = h^2 (\nu_1^2 + \nu_2^2) - 2 h^2 \nu_1 \nu_2 \cos \theta$$



3) Si  $\nu_1 \approx \nu_2$  et on prend  $p_e = m_e v$  on obtient

$$m_e^2 v^2 c^2 = 2 h^2 \nu_1^2 - 2 h^2 \nu_1^2 \cos \theta$$

$$m_e^2 v^2 c^2 = \cancel{2 h^2 \nu_1^2} 2 h^2 \nu_1^2 (1 - \cos \theta)$$

La relation  $1 - \cos \theta = 2 \sin^2 \left( \frac{\theta}{2} \right)$  donne alors

$$m_e v = \frac{2 h \nu_1}{c} \sin \frac{\theta}{2}$$

On reporte dans l'équation  $h\nu_1 = h\nu_2 + \frac{1}{2} m_e v^2$

$$\nu_1 - \nu_2 = \frac{h \nu_1^2}{m_e c^2} (1 - \cos \theta) = \frac{2 h \nu_1^2}{m_e c^2} \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

4) Pour  $\theta = 90^\circ$

$$\Delta v = \frac{2 \times 6,62 \times 10^{-34} \times v_1^2}{9,1 \times 10^{-31} \times (3 \times 10^8)^2} \sin^2\left(\frac{90}{2}\right)$$

$$\Delta v = 8,08 \times 10^{-22} v_1^2$$

Devant cette valeur infinitésimale on peut conclure que l'approximation faite à la question précédente est justifiée.