

I. Ensemble fondamental-Événement

- Expérience aléatoire : expérience, répétée dans mêmes conditions, ne donne pas le même résultat
- Ensemble fondamental Ω : ensemble des résultats possibles de l'expérience
- Événement : sous ensemble de Ω noté en général avec une lettre majuscule, A

Remarques :

- 1) Complémentaire de A noté A^c ou $\bar{A}$
- 2) Union de deux événements notée $A \cup B$
- 3) Intersection de deux événements notée $A \cap B$
- 4) Événement donné moins un autre événement noté $A - B$
- 5) Événement impossible= ensemble vide noté $\emptyset$
- 6) Événement certain= ensemble fondamental
- 7) Lois de la théorie des ensembles : associativité, commutativité, distributivité, identité et complémentarité

II. Définition d'une fonction probabilité

Définition :

Soit une expérience, son ensemble fondamental associé Ω et a l'ensemble des événements; p est une probabilité sur (Ω, a) si l'application

$$p : a \rightarrow [0,1] \text{ vérifie } 1) p(\Omega)=1$$

$$A \rightarrow p(A) \quad 2) p(A \cup B)=p(A)+p(B) \text{ si } A \text{ et } B \text{ disjoints}$$

$$3) p\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} p(A_i) \text{ pour des événements disjoints } 2 \text{ à } 2$$

Propriétés :

- 1) $p(\emptyset) = 0$
- 2) $p(A^c) = 1 - p(A)$
- 3) $\forall A \text{ et } B, p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$

Méthode générale pour définir la fonction probabilité ou méthodes en trois étapes

- 1) Décrire l'expérience à l'aide d'éléments élémentaires simples
- 2) Ecrire l'événement dont on veut la probabilité en fonction de ces événements élémentaires
- 3) Calculer la probabilité à l'aide d'un calcul simple utilisant 5 à 6 formules.

Cas particulier : Ω de dimension finie

Exemple : un jeu avec une pièce à 2 faces. On la lance 3 fois, probabilité d'avoir 2 piles?

- 1) F="tirer face" et P="tirer pile"
 - 2) E="tirer 2 piles en lançant 3 fois la pièce"
- $$E = [(P \cap P \cap F) \cup (P \cap F \cap P) \cup (F \cap P \cap P)]$$
- 3) $p(E) = p[(P \cap P \cap F) \cup (P \cap F \cap P) \cup (F \cap P \cap P)]$
 $p(E) = p(P \cap P \cap F) + p(P \cap F \cap P) + p(F \cap P \cap P)$
 $p(E) = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$