

VA à une dimension-Fonction d'une va-Espérance-Variance**I. VA à une dimension suite...**4. Fonction d'une va

- Va discrète : X va discrète et $h(X)=Y$, fonction de X et nouvelle va discrète, alors :

$$P(Y = y_i) = \sum_{\substack{x_j \text{ avec} \\ h(x_j)=y_i}} P(X = x_j)$$

- Va continue : X va continue de densité de probabilité $f(x)$ et $h(X)=Y$, fonction de X, nouvelle va continue, correspondant à un **changement bijectif**, alors :

$$f(x)|dx| = g(y)|dy|$$

5. Espérance mathématique

- Va discrète :

$$E(x) = \sum_x x P(X=x)$$

Exemples :

- loi binomiale de paramètres N et p : $E(X)=Np$
- loi de Poisson de paramètre λ : $E(X) = \lambda$

- Va continue :

$$E(X) = \int_a^b x f(x) dx$$

Exemples :

- loi uniforme sur un intervalle $[a,b]$: $E(X) = \frac{a+b}{2}$
- loi exponentielle de paramètre λ : $E(\lambda) = \frac{1}{\lambda}$

- Propriétés :

- $E[h(X)] = \sum_x h(x)P(X=x)$ avec X va discrète
- $E[h(X)] = \int_a^b h(x)f(x)dx$ avec X va continue
- Linéarité : $E(aX+b)=aE(X)+b$ où a et b constantes

6. Variances (écart quadratique ou écart type)

- Définition :

$$\text{Var}(X) = E[(X - E(X))^2]$$

- Formule pratique :

$$\text{Var}(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$$

Exemples :

- loi Binomiale de paramètres N et p : $\text{Var}(X)=Np(1-p)$
- loi de Poisson de paramètres λ : $\text{Var}(X)= \lambda$
- loi exponentielle : $\text{Var}(X)=\frac{1}{\lambda^2}$

- Propriétés : $\text{Var}(aX + b) = a^2 \text{Var}(X)$ où a et b constantes
- Moments d'ordre n : $E(X^n)$