

NOM Bloquet  
 Prénom Romain  
 Promo 2018  
 Date 19/12/2014



1800



BLOQUET Romain  
 PL2 - 2014

# MATIÈRE Proba - Stats.

TB

## Partie I: Probabilités

### Exercice 1:

1) Densité de probabilité  $f(x)$ :

d'après la condition de normalisation on a  $P(X=x) = \int_a^b c f(x) dx = 1$ .

$$= c [x]_a^b = 1$$

$$= c(b-a) = 1$$

$$c = \frac{1}{b-a}$$

Comme la Variable aléatoire est équirépartie

$$c = \frac{1}{\frac{3}{4} - (-\frac{1}{4})} = \frac{1}{1} \quad \text{ou} \quad \text{si } x \in [-\frac{1}{4}, \frac{3}{4}]$$

2) Fonction de répartition de  $F(x)$  de la V.a.  $X$ :

$$P(X=x) = \int_{-\frac{1}{4}}^{\frac{3}{4}} f(x) dx = [x]_{-\frac{1}{4}}^{\frac{3}{4}} = \frac{3}{4} - (-\frac{1}{4}) = 1 \quad \text{NON}$$

$$3) \quad E(X) = \int_a^b x f(x) dx$$

$$\text{ou} \quad \sigma^2 = E(X^2) - E(X)^2$$

$$E(X^2) = \int_a^b x^2 f(x) dx$$

Résultats sur?

### Exercice 2:

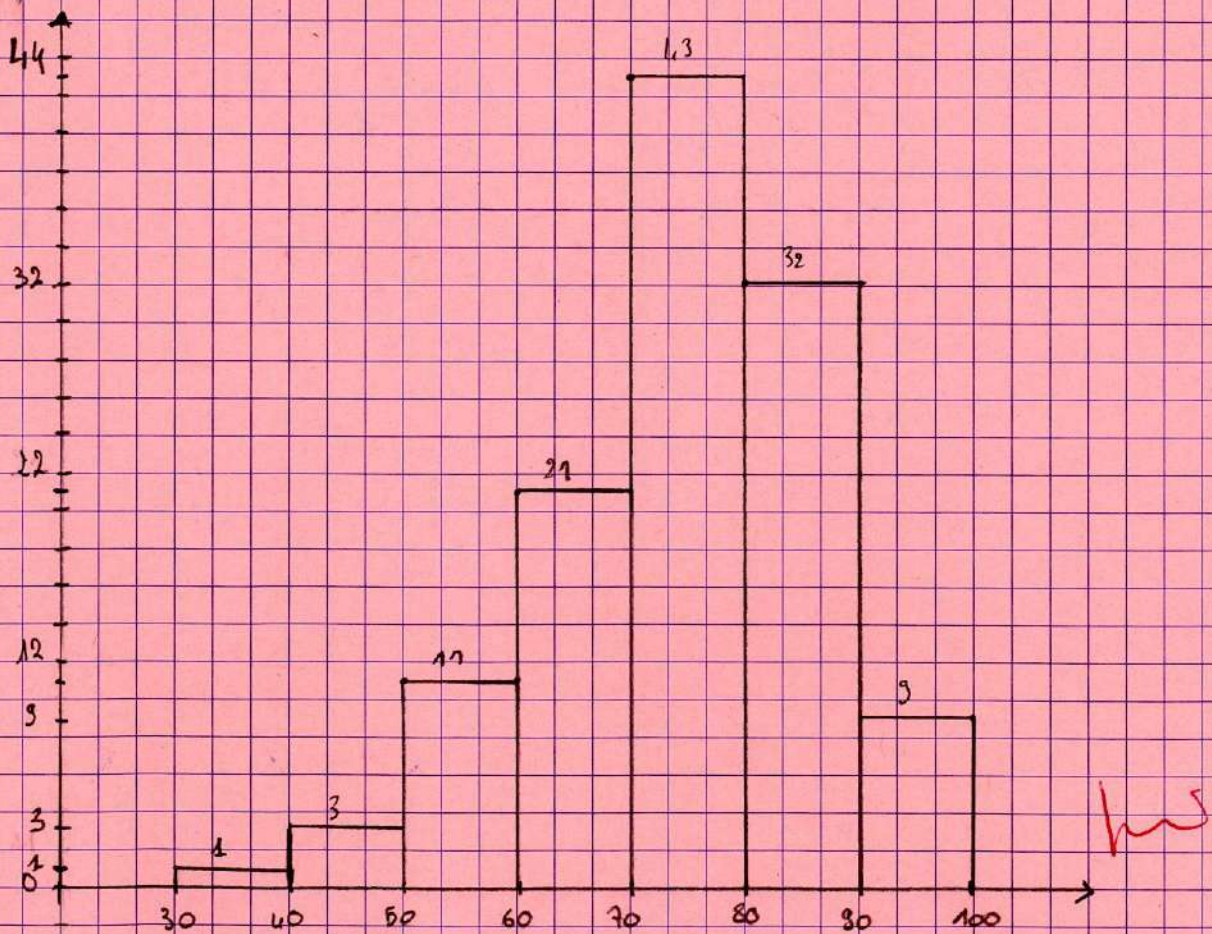
$$\hookrightarrow 1) \quad \int f(x) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} ?$$

## Partie II:

### Exercice 1:

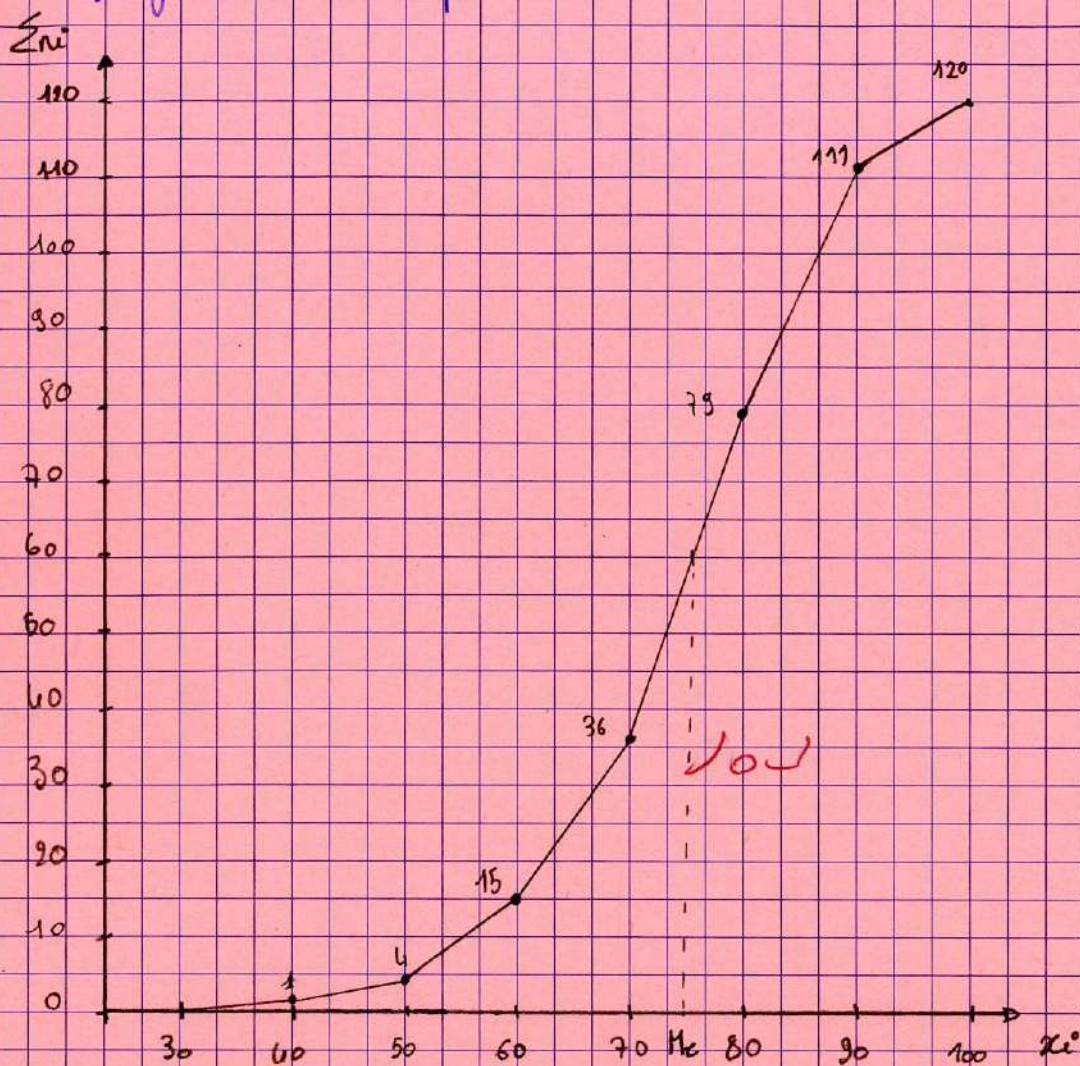
- 1) La population étudiée est: le Nombre d'étudiants.  
Le caractère observé est: Les Notes "entier".  
Elle est quantitative et continue. ✓ ou

- 2) histogramme:



| Note "entier" | 30-40 | 40-50 | 50-60 | 60-70 | 70-80 | 80-90 | 90-100 |
|---------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
| Nb étudiants  | 1     | 3     | 11    | 21    | 43    | 32    | 3      |
| $\sum n_i$    | 1     | 4     | 15    | 36    | 79    | 111   | 120    |

## Diagramme Cumulatif:



3) Mode:

$$M_o = l_1 + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} (l_2 - l_1)$$

$$M_o = 70 + \frac{22}{22 + 11} (80 - 70)$$

$$= 76,67$$

La classe modale est [70-80].

$$\Delta_1 = 43 - 21 = 22$$

$$\Delta_2 = 43 - 32 = 11$$

$$l_1 = 70$$

$$l_2 = 80$$

4) Médiane:

D'après le graphique la médiane est à peu près égale à 75. ou

Maintenant par calcul.

$$M_e = l_1 + \left( \frac{n}{2} - F_1 \right) \frac{l_2 - l_1}{F_2 - F_1}$$

$$\frac{n}{2} = 60, \quad F_1 = 36, \quad F_2 = 75, \quad l_1 = 70, \quad l_2 = 80$$

$$M_e = 70 + \left( 60 - 36 \right) \frac{10}{43}$$

$$= 75,58$$

$$5) \quad Q_1 = l_1' + \left( \frac{n}{4} - F_1' \right) \frac{l_2' - l_1'}{F_2' - F_1'}$$

$$Q_3 = l_1'' + \left( \frac{3n}{4} - F_1'' \right) \frac{l_2'' - l_1''}{F_2'' - F_1''}$$

$$Q_1 = 60 + (30 - 15) \times \frac{70 - 60}{36 - 15}$$

$$= \underline{67,14}$$

$$Q_3 = 80 + (90 - 79) \times \frac{90 - 80}{111 - 79} = \underline{83,64}$$

Ecart interquartile:  $Q_3 - Q_1 = 83,64 - 67,14$

$$= \underline{16,3}$$

## 6) Moyenne arithmétique:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum n \cdot x_i$$

$$\bar{x} = \frac{1}{120} (1 \cdot 35 + 3 \cdot 45 + 11 \cdot 55 + 21 \cdot 65 + 43 \cdot 75 + 32 \cdot 85 + 9 \cdot 95)$$

$$= \underline{74,5}$$

## 7) Ecart type:

$$\sigma_x^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2$$

$$= 5686,66 - 5550,25$$

$$= \underline{146,41}$$

$$\overline{x^2} = \frac{1}{120} (1 \cdot 35^2 + 3 \cdot 45^2 + 11 \cdot 55^2 + 21 \cdot 65^2 + 43 \cdot 75^2 + 32 \cdot 85^2 + 9 \cdot 95^2)$$

$$= 5686,66$$

$$\sigma_x = \sqrt{\sigma_x^2}$$

$$\sigma_x = \sqrt{146,41}$$

$$= \underline{12,1}$$

## Exercice 2:

1)  $p_{2.} = \frac{a+b}{40} = \frac{1}{8}$

$$= a+b = \underline{5}$$

$$p_{a/2} = \frac{n_{a0}}{n_2} = \frac{a}{a+b} = \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow a = \frac{2}{5} (a+b)$$

NOM Bloquet

Prénom Romain

Promo 2018

Date 19/12/2014

## MATIÈRE Proba - Stats.

donc  $a = 2$  et  $b = 3$ . ✓

$$4c + 4a + 4b = 40$$

$$4c + 8 + 12 = 40$$

$$4c = 20$$

$$c = 5. \quad \checkmark$$

| $x_i \backslash y_i$ | 10 | 20 | 30 | 40 |    |
|----------------------|----|----|----|----|----|
| 2                    | 2  | 0  | 3  | 0  | 5  |
| 4                    | 0  | 3  | 0  | 2  | 5  |
| 6                    | 3  | 0  | 2  | 0  | 5  |
| 8                    | 0  | 2  | 0  | 3  | 5  |
| 10                   | 5  | 5  | 5  | 5  | 20 |
|                      | 10 | 10 | 10 | 10 | 40 |

2)  $f_{100} = \frac{n_{10}}{n} = \frac{n_{10}}{n} = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}$  ✓

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n n_i x_i$$

3)  $\bar{x} = \frac{1}{40} (5 \times 2 + 5 \times 4 + 5 \times 6 + 5 \times 8 + 20 \times 10)$   
 $= 7,5$  ✓

$$\overline{x^2} = \frac{1}{40} (5 \times 2^2 + 5 \times 4^2 + 5 \times 6^2 + 5 \times 8^2 + 20 \times 10^2)$$
  
 $= 65$  ✓

$$\sigma_x^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2$$
  
 $= 65 - (7,5)^2$   
 $= 8,75$  ✓

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$\bar{y} = \frac{1}{40} (10 \times 10 + 10 \times 20 + 10 \times 30 + 10 \times 10)$$

$$= 25$$

$$\overline{y^2} = \frac{1}{40} (10 \times 10^2 + 10 \times 20^2 + 10 \times 30^2 + 10 \times 10^2)$$

$$=$$

$$s_y^2 = \overline{y^2} - (\bar{y})^2$$

$$= 750 - (25)^2$$

$$= 125$$

4).  $\bar{x}_j = \frac{1}{n_j} \sum n_{ij} \times x_i$

$$\bar{x}_1 = \frac{1}{10} (2 \times 2 + 3 \times 6 + 5 \times 10)$$

$$= 7,2$$

$$\bar{x}_2 = \frac{1}{10} (3 \times 4 + 2 \times 8 + 5 \times 10)$$

$$= 7,8$$

$$\bar{x}_3 = \frac{1}{10} (3 \times 2 + 2 \times 6 + 5 \times 10)$$

$$= 6,8$$

$$\bar{x}_4 = \frac{1}{10} (2 \times 4 + 3 \times 8 + 10 \times 5)$$

$$= 8,2$$

5).  $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum (\bar{x}_j \times n_j) = \frac{1}{40} (7,2 \times 10 + 7,8 \times 10 + 6,8 \times 10 + 8,2 \times 10)$

$$\bar{x} = 7.5$$

(9/90)

0